CHUZHONG
SHUXUE
FUXI
ZHIDAO

初中数学复习指导

翟连林　张国旺
刘千章　陈伟侯　段云鑫

河南人民出版社

初中数学复习指导

翟连林　张国旺
陈伟侯　段云鑫　刘千章

河南人民出版社

初中数学复习指导

翟连林 张国旺
陈伟侯 段云鑫 刘千章

责任编辑 刘宗贤

河南人民出版社出版
河南第一新华印刷厂印刷
河南省新华书店发行

787×1092毫米32开本 13.25印张 260千字
1984年1月第1版 1984年2月第1次印刷
印数：1—535,360册

统一书号7105·379 定价1.32元

说　　明

我们编辑、出版的这套《初中各科复习指导丛书》，包括：语文，数学，物理，化学，地理，历史，政治，英语和植物学、动物学、生理卫生共计九种。它是根据初中各科教学大纲和统编教材，按照学生的实际情况，选其精要，编写而成的。试图按此内容、要求去复习，达到巩固所学知识，温故而知新的目的，并为学生的系统复习和教师的辅导提供方便。

《初中数学复习指导》一书，分为代数，平面几何与三角，综合练习题组及解答和附录四个部分。全书共十四章，每章包括内容提要、范例和习题三部分。其特点如下：

1.内容以全国统编初中数学教材为依据，力求复习的内容立足于平时教学的要求，并统一于规定的教学内容。每章内容提要均系统、准确地概括出本章的基础知识，沟通全章知识的来龙去脉和纵横联系。对每一个定义、定理的表达，公式、法则的书写都以现行教材为准绳，使它与平时的课堂教学密切地衔接起来。

2.范例和习题的编选，既考虑传统题目的使用，也注意到题目的创新、基础知识的灵活运用和对基本技能、技巧的训练。例题解答着眼于解题思路的探索，解前有较详尽的分

析，解后有必要的说明或小结。以利于学生逐步掌握分析的方法。对例题的类型和常用技巧也作了统筹安排。

习题由浅入深，难度不超出现行教材范围，数量适当，限制在数学复习课的总时数之内。统盘考虑，兼顾各科。

3.为系统提高学生综合运用代数、几何和三角知识的能力，特增选综合训练题组及解答一部分，以利于开阔学生的视野，使所学知识得以拓深加宽。

4.附录部分收集了北京、上海、福建省历届初中升学考试的数学试题，可供广大师生参考。

这套丛书出版后，效果如何，还有待于在复习中去检验。我们恳切希望听到老师、同学们的意见，以便再版时修订。

一九八三年七月

目　录

第一部分　代　数

第二部分　平面几何与三角

第三部分 综合练习题组及解答

第四部分 附 录

第一部分 代　　数

第一章　数

内容提要

一、自然数

1.自然数

表示物体个数或事物次序的数叫做自然数。例如，1,2,3,4,5,……。

2.偶数与奇数

一切能被2整除的自然数叫做偶数（一般用2n表示，n为自然数）；不能被2整除的自然数叫做奇数（一般用2n－1表示，n为自然数）。在整数集中，n可取整数。

3.质数与合数

在大于1的自然数中，只能被1和它本身整除的自然数，叫做质数（或素数）。例如，2，3，5，7，…；不仅能被1和它本身整除，而且还能被其它自然数整除的自然数，叫做合数。例如，4，6，8，9，……。

注意：1不是质数，也不是合数。

4.分解质因数

自然数的某个因数是质数时，这个因数就叫做该自然数的质因数。任何大于1的自然数，总可以表示成为一个质数的幂或几个质数幂的连乘积．例如，

$$24=2^3\times3,\quad 840=2^3\times3\times5\times7.$$

注意：如果不考虑质因数连乘积中因数的排列顺序，那么它的分解方式是唯一的。

5.公约数

一个自然数同时是几个自然数的因数时，这个自然数就叫做这几个自然数的公约数。例如，48和60的公约数是1，2，4，6，12。对于给定的几个自然数来说，它们的公约数总是有限个，其中最大的一个叫做这几个自然数的最大公约数。例如，48和60的最大公约数是12。

6.公倍数

一个自然数同时是几个自然数的倍数时，这个自然数就叫做这几个自然数的公倍数。例如，48和60的公倍数是240，480，960，…。对于给定的几个自然数来说，它们的公倍数总是无限多的，其中最小的一个叫做这几个自然数的最小公倍数。例如，48和60的最小公倍数是240。

7.互质数

如果两个自然数的最大公约数是1，这两个自然数就叫做互质数（或互素数）。例如，3与5是互质数，4与9是互质数等。

二、有理数

整数 分数 统称有理数

p、q是整数，且$q\neq 0$，形如$\dfrac{p}{q}$的数叫做有理数。

有理数包括正整数、正分数、零、负整数、负分数。

三、实数

1.无理数

无限不循环小数叫做无理数。

2.实数

有理数和无理数统称为实数。

3.实数系

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\left.\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\right\}\begin{matrix}\text{有限小数或}\\ \text{无限循环小数}\end{matrix}\end{cases}\\ \text{无理数——无限不循环小数}\end{cases}$$

4.数轴

规定了正方向、原点和长度单位的直线叫做数轴。

数轴上的点与实数之间是一一对应的。

5.相反数

如果实数$a\neq 0$，则$-a$称为a的相反数。

在数轴上，a和$-a$所对应的点分别位于原点的两侧，并且到原点的距离相等。

如果$a=0$，则零的相反数仍然是零。

6.倒数

如果实数$a\neq 0$，则$1\div a=\frac{1}{a}$称为a的倒数。

注意：零没有倒数。

7.绝对值

一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

$$即\ |a|=\begin{cases}a\ (a>0);\\0\ (a=0);\\-a(a<0).\end{cases}$$

绝对值的几何意义是数a在数轴上的对应点到原点的距离。

8.大小比较

用数轴上的点来表示两个实数，右边的点所对应的实数总比左边的点所对应的实数大。因此，正数都大于零，负数都小于零，正数大于每一个负数；两个负数中，绝对值大的反而小。

对于给定的两个实数a和b，下列三种情况有一种并且只有一种成立。

$$a>b\Longleftrightarrow a-b>0;$$

$$a=b\Longleftrightarrow a-b=0;$$

$$a<b\Longleftrightarrow a-b<0.$$

9.实数的四则运算

（1）运算法则

如下表：

运算 \ 法则 \ 原数	同号		异号		
	符号	绝对值	符号	绝对值	
加法	保持原号	相加	同绝对值较大者	相减	加、减可统一成加法
减法	减去一个数等于加上其相反数				
乘法	正	相乘	负	相乘	乘、除可统一成乘法
除法	正	相除	负	相除	

(2) 运算律

交换律　$a+b=b+a$,

$ab=ba$;

结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$,

$(ab)c=a(bc)$;

分配律　$a(b+c)=ab+ac$.

10.实数的乘方与开方

(1) n 次乘方

求 n 个相同因数 a 的乘积的运算叫做 a 的 n 次乘方，乘方的结果叫做 a 的 n 次幂，即

$$\underbrace{a\cdot a\cdots\cdots a}_{n\text{个}}=a^n.$$

在a^n中，a 叫做底数，n 叫做指数，a^n叫做幂.

(2) 开 n 次方

如果$x^n=a$（ n 是大于 1 的正整数），那么，x 叫做 a 的 n 次方根．求 a 的 n 次方根的运算，叫做把 a 开 n 次方．a 叫做被开方数，n 叫做根指数．

当 n 是偶数时，正数 a 的 n 次方根有两个，它们互为相反数．其中，正的 n 次方根用"$\sqrt[n]{a}$"表示，负的 n 次方根用"$-\sqrt[n]{a}$"表示．

因为任何实数的偶次乘方不是负数，所以当 n 是偶数时，负数 a 的 n 次方根不存在．

当 n 是奇数时，实数 a 的 n 次方根只有一个，正数的奇次方根是一个正数，负数的奇次方根是一个负数，它们都用"$\sqrt[n]{a}$"表示．

特别地，零的任何次方根仍旧是零．即$\sqrt{0}=0$．

正数 a 的正的 n 次方根，叫做 a 的 n 次算术根．符号"$\sqrt[n]{a}$"表示正数 a 的 n 次算术根．特别地，零的 n 次算术根仍旧是零．

为了简明，将符号$\sqrt[n]{a}$的意义列表如下：

n 为偶数	$a>0$	$\sqrt[n]{a}>0$
	$a=0$	$\sqrt[n]{a}=0$
	$a<0$	$\sqrt[n]{a}$不存在
n 为奇数	$a>0$	$\sqrt[n]{a}>0$
	$a=0$	$\sqrt[n]{a}=0$
	$a<0$	$\sqrt[n]{a}<0$

11. 运算顺序

加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算，总称为代数运算。其中，加、减运算统称为一级运算；乘、除运算统称为二级运算；乘方、开方运算统称为三级运算。

在一个含有这三级运算的式子中，如果没有括号，先进行第三级运算，再进行第二级运算，最后进行第一级运算；如果有括号，先从括号里面算起；如果只含有同级运算，则从左到右依次运算。

范　　例

例1　若$\sqrt{4320a}$是整数，求最小的正整数a。

解：先把4320分解质因数

$$4320=2^5\times 3^3\times 5.$$

要使$\sqrt{2^5\times 3^3\times 5\times a}$为整数，必须使根号内2、3、5的指数为偶数。

取$a=2\times 3\times 5=30$，这是满足题目要求的最小正整数a。

例2　把下列各数分别填入下面各集合中：

$$-2.1,\ \sqrt{2},\ \sqrt[3]{-8},\ 1.\dot{6},\ 0,\ \pi,$$

$$0.1010010001\cdots,\ \frac{1}{2},\ \sqrt{4},\ \sin 60^\circ, \lg 2.$$

整数集合：{　　　　　　　　…}；

有理数集合：{　　　　　　　…}；

无理数集合：{ …}。

解：整数集合：{ $\sqrt[3]{-8}$， 0 ，$\sqrt{4}$， …}；

有理数集合：$\left\{-2.1, \sqrt[3]{-8}, 1.\dot{6}, 0, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, \cdots\right\}$；

无理数集合：{$\sqrt{2}$， π， 0.1010010001…， sin60°，
lg2， …}.

例3 分别指出$\sqrt{10}$、3.14的相反数、倒数，并把这六个数按从小到大的顺序排列起来。

解：$\sqrt{10}$的相反数是$-\sqrt{10}$，倒数是$\frac{1}{\sqrt{10}}$；

3.14的相反数是-3.14，倒数是$\frac{1}{3.14}$。

∵ $\sqrt{10}\approx 3.16$。

∴ 这六个数按从小到大的顺序排列起来是：

$$-\sqrt{10}<-3.14<\frac{1}{\sqrt{10}}<\frac{1}{3.14}<3.14<\sqrt{10}.$$

例4 计算：

(1) $|2-\sqrt{5}|$； (2) $\frac{|x-2|}{x-2}$；

解：(1) $|2-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-2$；

(2) $$\frac{|x-2|}{x-2}=\begin{cases}\frac{x-2}{x-2}=1 & (x>2)；\\ \frac{-(x-2)}{x-2}=-1 & (x<2)。\end{cases}$$

例5 指出下列命题中哪些是真命题？哪些是假命题？并举例说明。

（1）a 是实数，a^2 一定是正实数；

（2）两个负实数的和一定比这两个实数都小；

（3）如果 a 是实数，那么 $a>-a$；

（4）两个数中，较大数的绝对值也较大。

解：（1）这是一个假命题。因为当 $a=0$ 时，$a^2=0$，它不是正实数。

（2）这是一个真命题。例如，$(-2)+(-3)=-5$，-5 比 -2、-3 都小。

（3）这是一个假命题。因为当 $a\leqslant 0$ 时，$a\leqslant -a$。例如 $a=-2$ 时，$(-2)<-(-2)$。

（4）这是一个假命题。因为对于两个负数来说，较大数的绝对值反而较小。例如 -3 和 -5，有 $-3>-5$，而 $|-3|<|-5|$。对于一正一负的两个实数来说，其绝对值大小不能确定。

说明：对于假命题，只要能找到一个特例使得命题不成立，那么这个命题就是假命题。而对于真命题，只有几个特例，并不能证明它一定成立，需要进行严格的证明才行。

例6 计算：

（1）$$-3^2-(-3)^2+(-5)^2\times\left(-\frac{4}{5}\right)-(0.3)^2\div|-0.9|;$$

(2) $-5\frac{2}{3}+\left[2\frac{1}{2}-3\frac{1}{5}\div(-2)^2\right]\times(-1)^4$;

(3) $(-51.42)(-50.71)-(+49.29)(-51.42)$。

解:

(1) 原式$=-9-9+25\times\left(-\frac{4}{5}\right)-0.09\div0.9$

$=-9-9-20-0.1$

$=-38.1$;

(2) 原式$=-5\frac{2}{3}+\left[2\frac{1}{2}-\frac{16}{5}\times\frac{1}{4}\right]\times1$

$=-5\frac{2}{3}+\left[2\frac{1}{2}-\frac{4}{5}\right]$

$=-5\frac{2}{3}+\left[1\frac{15}{10}-\frac{8}{10}\right]$

$=-5\frac{2}{3}+1\frac{7}{10}$

$=-4\frac{50}{30}+1\frac{21}{30}$

$=-3\frac{29}{30}$;

(3) 利用乘法对加法的分配律，可使本题运算简便.

原式$=(-51.42)\cdot[(-50.71)-(+49.29)]$

$=(-51.42)\cdot[(-50.71)+(-49.29)]$

$=(-51.42)\cdot(-100)$