

高等学校教学用书

线性电路分析

田丰 魏佩瑜 孙志伟

石油大学出版社

高等学校教学用书

线性电路分析

田 丰 魏佩瑜 孙志伟

石油大学出版社

鲁新登字 10 号

内 容 简 介

本书较全面地介绍了线性电路的基本内容。突出强调两类约束关系(结构约束和元件约束)和电路模型(时域模型和复频域模型)的概念。全书重点突出、概念清楚、例题丰富。

全书共十二章,内容包括:电路的基本概念、定律及其性质,电路的一般分析,线性电路的基本定理,正弦稳态分析,动态电路的时域分析,二端口网络,复频域分析法,磁路及其性质等,每章均配有适量的习题。

本书可作为高等工业学校电类各专业《电路》课程的教材或参考书,也可供职工大学、业余大学的电类各专业使用,还可供电气工程技术人員参考。

高等学校教学用书

线性电路分析

田 丰 魏佩瑜 孙志伟

*

石油大学出版社出版

(山东省东营市)

新华书店发行

石油大学出版社微机室排版

石油大学印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 18 印张 456 千字

1995 年 1 月第 1 版 1995 年 1 月第 1 次印刷

印数 1-3100 册

ISBN 7-5636-0642-4/TP·23

定价:15.90 元

前 言

本书是根据国家教委颁发的高等工业学校《电路》教学大纲及《电路》课程教学基本要求编写的。

编写本书的指导思想是突出基本概念和基本内容,体现教学法,便于学生自学。全书自始至终强调两类约束关系(结构约束和元件约束)和电路模型的概念。重点突出,概念清楚,例题丰富,但不过分追求理论上的严密性,以适应少学时的要求。力图使学生通过本课程的学习,能全面清楚地掌握电路基本原理,并能灵活运用电路基本理论分析具体电路。

本书主要包括:电路的基本概念、定律及其性质,电路的一般分析方法,线性电路的基本定理,正弦稳态分析,动态电路的时域分析,二端口网络,电路的复频域分析以及磁路等,每章均配有适量的习题。在内容体系安排上仍是先讲稳态后讲暂态。但为了强调动态电路的特性,在介绍稳态电路之前,简要地介绍了动态电路的基本概念。

全书计划学时为80~100学时。可作为高等工业学校本科电类专业少学时《电路》课程的教材,也可作为高等专科学校电类各专业《电路》课程教材或参考书。

全书由田丰主编,并编写第一、三、四章;魏佩瑜编写第七、九、十二章;孙志伟编写第五、六、八章;王寿愷编写第十、十一章;何庆海编写第二章。

在本书编写过程中,一直得到孙维兴教授的指导和帮助,山东工程学院电气工程系领导及电工教研室的各位同仁也给予了热情帮助和大力支持。在此一并表示谢意。

本书若有不妥和错误之处,我们期待着专家、同行以及读者的批评指正。

编 者

1994年12月

目 录

第一章 电路的基本概念和基本定律	1
第一节 电路和电路模型.....	1
第二节 电路分析的基本变量.....	2
第三节 电路元件.....	6
第四节 理想电源	16
第五节 基尔霍夫定律	18
第六节 受控源	24
习题一	26
第二章 电路的等效变换	30
第一节 等效二端网络的定义	30
第二节 实际电源的两种模型的等效互换	31
第三节 元件串并联组合的等效	34
第四节 电阻三角形网络和星形网络的等效互换	39
第五节 运用等效概念分析含受控源的电路	41
习题二	43
第三章 电路分析的一般方法	49
第一节 两类约束关系及电路方程的独立性	49
第二节 支路分析法	51
第三节 网孔电流分析法	52
第四节 节点电压分析法	57
第五节 网络图论初步	63
第六节 基本回路分析法	66
第七节 割集分析法	68
习题三	71
第四章 线性电路的基本定理	75
第一节 叠加原理	75
第二节 替代定理	79
第三节 戴维南定理	81
第四节 诺顿定理	87
第五节 互易定理	90
习题四	94
第五章 正弦稳态电路分析	97
第一节 正弦交流电的基本概念	97
第二节 正弦稳态响应的基本概念	99
第三节 正弦量的相量表示法.....	100
第四节 基尔霍夫定律的相量形式.....	103
第五节 三种基本元件伏安关系的相量形式.....	105

第六节 阻抗和导纳 相量模型	109
第七节 正弦稳态电路分析	111
第八节 正弦稳态电路的功率	118
第九节 最大功率传输	124
第十节 正弦稳态电路中的谐振	126
习题五	131
第六章 耦合电感和理想变压器	136
第一节 耦合电感元件	136
第二节 耦合电感的去耦等效电路	139
第三节 空芯变压器电路分析	144
第四节 理想变压器	146
第五节 实际变压器的模型	150
习题六	151
第七章 三相电路	154
第一节 三相电路的连接方式	154
第二节 对称三相电路的计算	160
第三节 不对称三相电路的计算	164
第四节 三相电路的功率及测量	168
习题七	172
第八章 非正弦周期电流电路	174
第一节 非正弦周期信号的傅叶里展开	174
第二节 有效值、平均值、平均功率	180
第三节 非正弦周期电流电路的计算	182
第四节 对称三相电路中的高次谐波	183
习题八	185
第九章 动态电路的时域分析	188
第一节 电路的暂态过程和初始条件的确定	188
第二节 一阶电路的零输入响应	192
第三节 一阶电路的零状态响应	197
第四节 直流一阶电路的全响应	202
第五节 三要素法	205
第六节 一阶电路的阶跃响应	208
第七节 一阶电路的冲激响应	213
第八节 二阶电路的零输入响应	217
习题九	223
第十章 拉普拉斯变换	228
第一节 拉普拉斯变换的定义	228
第二节 拉普拉斯变换的基本性质	229
第三节 拉普拉斯反变换	232
第四节 线性电路 S 域模型	238

第五节	应用拉普拉斯变换分析线性电路·····	240
第六节	网络函数·····	244
习题十	·····	246
第十一章	二端口网络 ·····	249
第一节	二端口网络概述·····	249
第二节	二端口网络的方程和参数·····	249
第三节	二端口网络的连接·····	255
第四节	二端口网络的特性阻抗·····	258
第五节	含二端口网络电路的分析·····	261
习题十一	·····	264
第十二章	磁路及铁芯线圈电路 ·····	267
第一节	磁场的基本物理量·····	267
第二节	铁磁物质的磁性能·····	269
第三节	磁路的基本定律·····	271
第四节	铁芯线圈及其等效电路·····	275
习题十二	·····	279

第一章 电路的基本概念和基本定律

现代工农业生产和日常生活中广泛应用电气和电子设备,这些设备中都具有将电气或电子器件通过各种方式连接而成的电路。本课程研究线性电路的基本规律和分析方法。其核心内容是在已知电路结构及元件性质的情况下,找出输入(或激励)与输出(或响应)之间的关系,即已知输入求输出或已知输出求输入。在电路分析中,线性电路的分析是基础,大量工程实际问题往往能够用线性电路模型来描述。而且线性电路分析的理论方法比较成熟,所用的数学工具也比较完备;另外,非线性电路的分析通常可以用修正的线性电路分析方法去实现。

本章主要讨论电路的基本物理量,电路元件及其性质和电路的基本定律——基尔霍夫定律。

第一节 电路和电路模型

电流流通的路径称为电路。实际电路是由电气或电子器件按一定方式连接起来的总体。图 1-1 是实际电路的一个例子,图中的电池是提供电能的器件,这类器件称为电源;灯泡是应用电能的器件,这类器件称为负载;开关是起控制作用的器件。另外,还有连接这些器件使电流能形成回路的导线。一些更为复杂的电路可能还有其他分别起控制、调节和测量等作用的器件。一个实际电路不

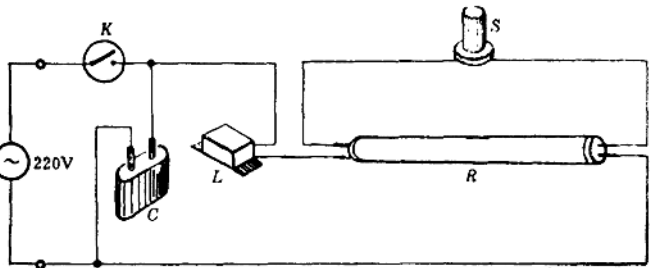


图 1-1 实际电路

论其结构多么复杂,总是由电源、负载、控制元件和连接导线这四部分组成。

电路中应用的实际器件种类繁多,它们的特性与电路中所发生的电磁现象和过程有关。这些电磁现象和过程按性质来说,可以分为:消耗电能的,供给电能的,储存电场能量和储存磁场能量的。但是,一个实际器件其电磁性能的表现是多方面的,即同时存在几种电磁现象,因而使解决和分析电路问题复杂化。为了便于对电路进行分析和数学描述,在研究某些器件时,往往只考虑其中起主要作用的电磁现象,而将其他次要的现象忽略。例如一个电阻器,当有电流通过时,除了有耗能的主要性质外,还有磁场产生,因而有储存磁能的性质。但是后者是次要的,很不显著的。所以可以忽略后一性质,使其理想化,这就形成了完全没有电感只有耗能性质的理想化电阻元件,用 R 表示。当我们忽略一个实际电感线圈的耗能性质,只考虑其储存磁场能量的性质时,就形成了理想电感元件,用 L 表示。对一个实际电容器如果不考虑其耗能性质,只考虑其储存电能的性质,就形成理想电容元件,用 C 表示。这样,将实际器件理想化以后,成为仅具有某种单一电磁性能的元件称为理想化电路元件。理想化电路元件除了上述三种外,还有理想电源和理想受控源等。

一个实际电路如果我们只考虑其器件的主要电磁性能,即用相应的理想电路元件来代替这些器件,并且忽略连接导线的电阻,就构成了实际电路的电路模型。电路模型是由一些理想电路元件连接而成的,它是对实际电路电磁性能的科学抽象和概括。电路理论研究的对象是电路模型。电路模型又简称为电路。图 1-2 即是图 1-1 所示实际电路的电路模型。

当实际电路的尺寸远小于电路工作电源的波长时,整个电路的实际尺寸可以忽略不计。因而可以把它集总在一起,用一个或多个分立的电阻、电感和电容元件来加以描述。这些电路元件中的电流及其端电压,在任一时刻,具有完全确定的数值(即为时间的单值函数),被称之为集总参数元件。由这些理想集总参数元件构成的电路称为集总参数电路。

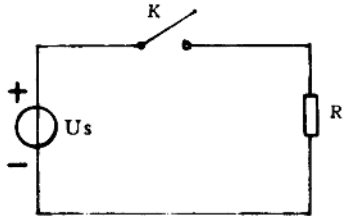


图 1-2 实际电路的电路模型

电路元件又分为线性元件和非线性元件。元件的参数值与其电压电流值无关的称为线性元件。否则,称为非线性元件。如果集总参数电路是由线性元件和独立电源构成的,称为线性集总参数电路。含有一个或多个非线性元件的电路称为非线性电路。本书只讨论线性集总参数电路。

电压和电流的大小和方向都不随时间变化的电路,称为恒定电流电路或直流电路。否则,称为交变电流电路或交流电路。在直流电路中,与电路联系着的磁场及电场都不随时间变化,因而不必考虑电磁感应现象及与变化电场有关的物理现象。这样,对电路进行分析就比较容易,而且能够突出基本原理和分析方法。因此,我们将从直流纯电阻电路开始讨论。

第二节 电路分析的基本变量

前已指出,所谓电路分析就是在已知电路结构和元件参数的情况下,确定电路响应与激励之间的关系。所谓电路响应主要是指电路中各支路的电压和电流。如果电路中各处的电压、电流均已求出,那么,这一电路的工作情况就十分清楚了。因此,将电压和电流作为电路分析的基本变量,它们是电路分析的主要求解对象。此外,电路中的功率和能量也是电路理论经常要讨论的问题。

一、电流及其参考方向

电荷的定向移动形成电流。电流的大小(强弱)用电流强度表示。电流强度在数值上等于单位时间内通过导体横截面的电荷量。电流强度通常简称为电流。用 i 表示。

设在 Δt (单位为秒)时间内通过导体截面的电荷量为 Δq (单位为库仑),则 i 的定义为:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

电流的单位为安培(A)。其辅助单位有毫安(mA)和(μ A),它们之间的关系是

$$1\text{A} = 10^3\text{mA} = 10^6\mu\text{A}$$

习惯上规定电流的方向为正电荷运动的方向。大小和方向都不随时间变化的恒定电流,用大写字母 I 表示。今后,不随时间变化的量,一般用大写字母表示;随时间变化的量,一般用小写字母表示。直流电流 I 与电荷 Q 的关系为

$$I = Q/t \quad (1-2)$$

在简单直流电路中,各元件中电流的实际方向很容易判断。因此,在电路图中标明它们的实际方向并不困难。但当电路比较复杂时,某些电流的实际方向往往很难直接看出。例如,图 1-3 所示的电桥电路,在电桥不平衡时,检流计 G 中的电流是从 a 流向 b ,还是从 b 流向 a ,必须通过计算才能确定。另外,对于交流电路,电流的方向随时间变化,根本无法在图上用符号表示它的实际方向。为了解决这一问题,引入参考方向的概念。对于电流这种具有两个可能的方向的物理量,可以任意选定其中一个方向作为参考方向,在电路图中用箭头表示。而且规定:当电流的实际方向与其参考方向一致时,电流为正值;如果电流的实际方向与其参考方向相反,则电流为负值。这样一来,电流就成为一个代数量了,它既可以是正的,也可以是负的。

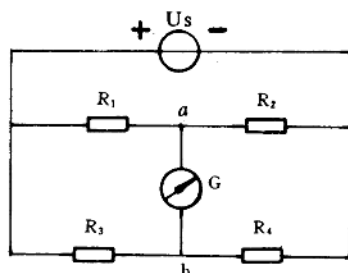


图 1-3 电桥电路

需要强调指出的是,今后在电路图中所标明的都是电流的参考方向,而不是实际方向。但是,只要确定了电流的参考方向,根据电流值的正负,就可确定电流的实际方向。如图 1-4 所示。根据 $i < 0$ 可以判定图(a)中电流的实际方向是由 B 流向 A 。对于图(b),由 $i > 0$ 可以判定电流的实际方向与参考方向一致,即由 A 流向 B 。

参考方向一般可以任意假定。电流的参考方向又称为电流的正方向。

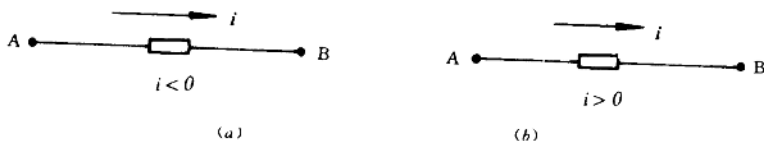


图 1-4 电流的参考方向

二、电压及其参考极性

物理学中已经知道,将单位正电荷自电场中某一点 a 沿任意路径移动到参考点(物理学中习惯选无穷远处作为参考点)电场力做功的大小就是 a 点的电位。因此,电场中某点的电位值就等于单位正电荷在该点所具有的位能。在电路理论中,电位的物理意义与静电场中电位的物理意义是相同的,只不过电路中某点之电位是将单位正电荷沿电路约束的路径移至参考点(习惯选电路中某点而不是无穷远)时电场力做功的大小。

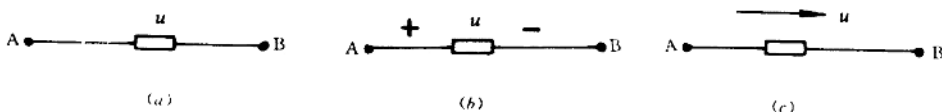


图 1-5 电压的参考方向

电路中两点电位之差称为电位差或电压。因此,两点间的电压在数值上等于单位正电荷从一点移至另一点时电位能的变化量。在图 1-5 所示电路段中,设电荷 dq 由 A 点移至 B 点,获得(或失去)的能量为 dW ,则两点间的电压为

$$u = dw/dq \quad (1-3)$$

电压的单位为伏特(V),简称伏。1伏(V)表示1库(C)的电荷量经过电路段时,获得(或失去)的能量为1焦耳(J)。电压的辅助单位有毫伏(mV)和微伏(μ V)等。它们的关系是:

$$1V = 10^3mV = 10^6\mu V$$

电压的实际方向规定为由高电位点指向低电位点。对于图1-5(a)所示的电路段,设正电荷由A点移至B点时失去能量,则A点电位高于B点。因此,该段电路上电压的实际方向为由A点指向B点。即电压的方向就是指电压降的方向。在电路图中,电压的方向有两种标记法:一种是由(+),(-)极性表示,如图1-5(b)所示;一种用箭头表示,如图1-5(c)所示。

在电路的分析计算中,为了便于讨论,常常需要标出电压的参考方向。与电流参考方向类似,电压参考方向也可以任意指定。但一经指定,在电路的分析和计算中,则不应改变。如果电压的实际方向与参考方向一致,则电压值为正,如果电压的实际方向与参考方向相反,则电压值为负。在对电路进行分析计算时,应先指定电压的参考方向或参考极性,根据计算结果的正负,就可确定电压的实际方向。因此,同电流一样,两点间电压的正负是在指定参考方向的前提下才有意义。

一般说来,同一段电路的电流参考方向和电压参考方向可以独立无关地任意指定。所以,二者的参考方向可以有以下四种组合:其中两种组合如图1-6(a)所示,两电压电流的参考方向一致,称为关联参考方向;另两种组合如图1-6(b)所示,电压电流的参考方向相反,称为非关联参考方向。为了分析问题方便,常常采用关联参考方向,即电压和电流采用一致的参考方向。这样,在电路中就只需标出电流参考方向和电压参考方向的任何一个,如图1-6(c)所示。

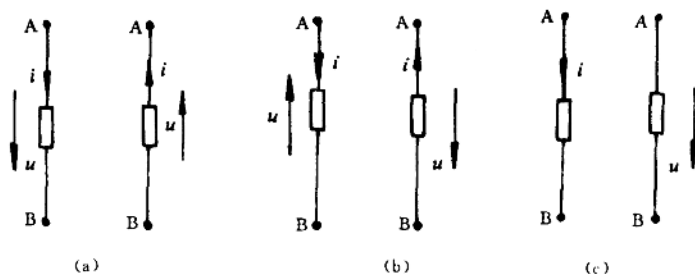


图1-6 关联参考方向与非关联参考方向

例1-1 电路段如图1-7(a)所示,若两秒钟内有2C正电荷均匀地由a点经b点移动至c点,且已知由a点移至b点电场力做功为5J,由b点移至c点电场力作功为2J。

(1)标出这段电路中电流的参考方向,并求出电流值。(2)若以b点为参考点,求电位 U_a 、 U_b 和 U_c ,电压 U_{ab} 、 U_{bc} 、 U_{ca} 。(3)若以c点参考点,求 U_a 、 U_b 和 U_c ,电压 U_{ab} 和 U_{bc} 。

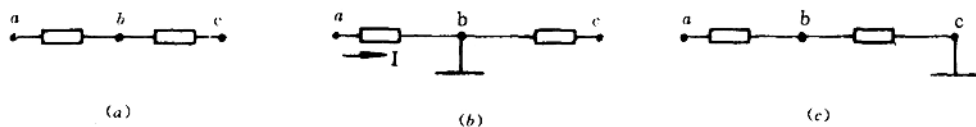


图1-7 例1-1

解：(1) 设电流参考方向如图 1-7(b)所示,由(1-2)式可得电流为

$$I = Q/t = 2/2 = 1\text{A}$$

(2) 设 b 点为电位参考点,如图(b)所示,由电位和电压的定义可得

$$U_a = 5/2 = 2.5\text{V} \quad U_b = 0 \quad U_c = -2/2 = -1\text{V}$$

$$U_{ab} = U_a - U_b = 2.5\text{V}, \quad U_{bc} = U_b - U_c = 1\text{V}$$

$$U_{ac} = U_a - U_c = 3.5\text{V}$$

(3) 设 c 点为电位参考点,如图(c)所示。则

$$U_a = (5 + 2)/2 = 3.5\text{V} \quad U_b = 2/2 = 1\text{V} \quad U_c = 0$$

$$U_{ab} = U_a - U_b = 2.5\text{V} \quad U_{bc} = U_b - U_c = 1\text{V}$$

$$U_{ac} = U_a - U_c = 3.5\text{V}$$

由此例可以看出:(1)电路中某点的电位值随参考点的不同而改变,但参考点一经选定,电位值就是唯一确定的;(2)电路中两点之间的电压不因参考点的不同而改变。今后如只求电压,则不需知道参考点在何处,电路图中也不需标出参考点。如求电位,则必须选定参考点。如不选定参考点,谈论电位是没有意义的。

三、功率

功率就是做功的速率。电路理论中讨论的是所谓电功率,即电场力做功的速率。以字母 p 表示,即

$$p = dA/dt \quad (1-4)$$

式中 dA 为 dt 时间内电场力所做的功。功率的单位是瓦特(W),简称瓦。其辅助单位有千瓦(kW)和毫瓦(mW)。它们之间的关系是

$$1\text{kW} = 10^3\text{W} \quad 1\text{mW} = 10^{-3}\text{W}$$

电路理论中感兴趣的是功率与电压电流的关系。现以图 1-8 所示电路为例讨论这一问题。图中矩形框代表任意一段电路,其内部可以是电阻,可以是电源,也可以是若干电路元件的组合。电压电流采用关联参考方向(如图所示)。

设在 dt 时间内由 a 点移至 b 点的正电荷为 dq 。因为 a, b 两点的电压 u 在数值上等于单位正电荷从 a 点移至 b 点时电场力所做的功,所以,将正电荷 dq 从 a 点至 b 点时电场力所做的功为

$$dA = udq$$

由功率的定义可得

$$p = dA/dt = udq/dt$$

因为

$$i = dq/dt$$

所以

$$p = dA/dt = ui \quad (1-5a)$$

在直流情况下,

$$P = A/t = UI \quad (1-5b)$$

因为电场力做功必然对应电能的损耗,所以,电荷 dq 由 a 点移至 b 点时失去的能量,一定与这一过程中电场力所做功相等,即

$$dW = dA$$

由能量守恒可知,损耗的这部分电能被 ab 这段电路所吸收。因此,在关联参考方向的情况下,

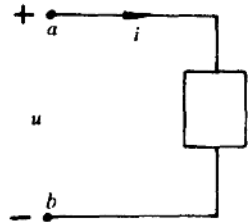


图 1-8 电功率

一段电路所吸收的电功率等于该段电路中的电流与其端电压的乘积。即 $p=ui$ 表示一段电路吸收的功率。若 $p>0$, 说明该段电路确实吸收功率; 若 $p<0$, 说明该段电路吸收负功率, 即该段电路向外提供功率, 或产生功率。例如某段电路的功率为 $p=-10\text{W}$, 则这段电路实际产生 10W 的功率。

如果电路中电压电流为非关联参考方向, 则该段电路吸收的功率为

$$p = -ui \quad (1-6)$$

因此, 在计算功率时应注意, 电压电流的参考方向是关联还是非关联, 以便选用相应的计算公式。

例 1-2 图 1-9 所示电路, 已知 $I=2\text{A}$, $U_1=4\text{V}$, $U_2=8\text{V}$, $U_3=12\text{V}$ 。求 ab, bc, ca 三段电路各吸收多少功率?

解 因为 ab, bc 两段电路电压电流为关联参考方向, 所以

$$P_{ab} = U_1 I = 4 \times 2 = 8\text{W}$$

$$P_{bc} = U_2 I = 8 \times 2 = 16\text{W}$$

因为 ca 段电路电压电流为非关联参考方向, 所以

$$P_{ca} = -U_3 I = -12 \times 2 = -24\text{W}$$

实际该段电路产生 24W 的功率。

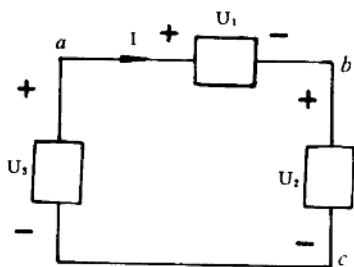


图 1-9 例 1-2

由此例可见: $P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 0$, 即对一孤立系统来说, 它产生的功率与消耗的功率总是相等的, 这称为功率平衡。这是能量守恒的必然结果。我们可以利用这一结果来验证计算结果的正确性。

第三节 电路元件

电路由元件连接而成, 欲研究电路, 了解其规律, 必须先研究元件, 了解其性能。本节将研究电路中三种基本元件的性能。元件的性能主要通过其电压电流之间的关系来表征, 这种关系又称为伏安关系 (VAR)。因此, 研究元件的性能, 主要就是研究其伏安关系。

电路元件是反映实际电气或电子器件电磁过程的理想化元件。它们均有严格的定义, 而且每个元件均联系着不同的变量。电路元件分二端的, 多端的; 线性的, 非线性的; 时变的及非时变的等。本书讨论的主要是线性非时变元件。

一、电阻元件

电路中的耗能现象用电阻元件来模拟。实际电阻器除耗能这一物理现象外, 往往还伴有储能现象, 如果储能现象很不显著, 可以忽略不计时, 电阻元件就可作为实际电阻器的模型。

电阻元件的一般定义表述为: 如果在任一时刻, 一个二端元件的电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 之间的关系由 $u-i$ 平面上一条过原点的曲线所决定, 则此二端元件称为电阻元件。 $u-i$ 平面上的曲线称为电阻元件的伏安特性曲线。图 1-10(a) 即为一电阻元件的伏安特性曲线。

如果二端元件的伏安特性曲线是一条过原点的直线, 如图 1-10(b) 所示。则该元件称为线性电阻元件, 线性电阻元件的电路符号如图 1-11 所示。显然, 如果线性电阻元件上的电压电流为关联参考方向, 则元件的 VAR 为

$$u = Ri \quad (1-7)$$

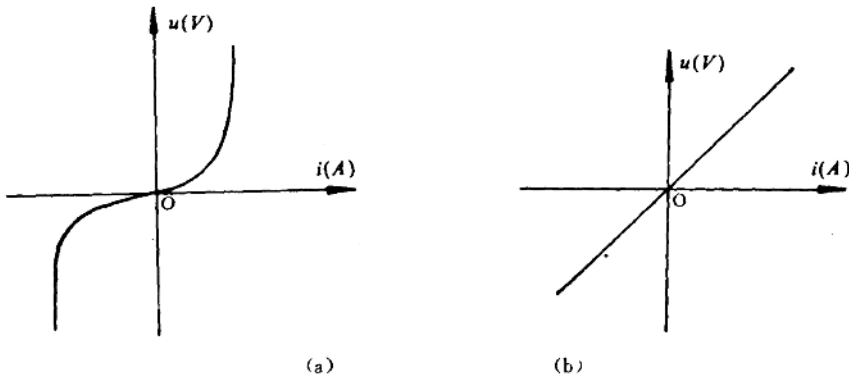


图 1-10 电阻元件的伏安特性曲线

这就是著名的欧姆定律。式中 R 是与 u 和 i 无关的常数,称为电阻元件的电阻。其值由伏安特性曲线(直线)的斜率所决定,直线的斜率不同,对应的电阻元件的阻值就不同。因此, R 是线性电阻元件的参数,电阻的单位为欧姆(Ω)。为简单起见,在电路图中电阻的单位 Ω 一般都不标出。式(1-7)还可改写为:

$$i = Gu \quad (1-8)$$

式中, $G=1/R$, G 为线性电阻元件的另一参数,称为电导,其单位为西门子(S)。

由式(1-7)可见,线性电阻元件的 VAR 是一种代数关系,故又称此类元件为静态元件。又因为在任一时刻,线性电阻元件的电压(电流)只取决于同一时刻的电流(电压),而与元件上过去的电流(电压)无关。因此,此类元件又称为无记忆元件或即时元件。显然,凡是静态元件必然是无记忆元件。

应该注意的是,(1-7)式是在电压、电流为关联参考方向的情况下得到的。若电压、电流取非关联参考方向,则应改写为

$$u = - Ri \quad (1-9)$$

由式(1-5)和式(1-7)可得到电阻元件吸收的功率

$$p = ui = i^2 R = u^2 / R \quad (1-10)$$

显然, p 恒为正值,即线性电阻元件在任何时刻都是吸收电功率。因而电阻元件又称为耗能元件。

如果二端元件的伏安特性曲线是过原点的一条曲线(不是直线),则此二端为元件非线性电阻元件。非线性电阻元件的特性不能用欧姆定律来描述。本书不涉及非线性电阻元件。今后,为了叙述方便,将线性电阻元件简称为电阻。这样,“电阻”一词以及相应的符号 R 将包含两重意思,一方面表示一个线性电阻元件,另一方面也表示这个元件的参数。

电阻元件吸收的能量大都转换为热能,因而会使电阻的温度升高。温度过高,电阻就有烧坏的危险。因此,通常在电阻元件上除了标明电阻值外,还标出额定功率或额定电流。在使用电阻时,注意不要超过其额定值。

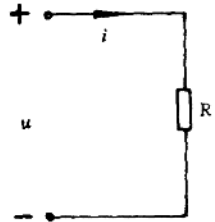


图 1-11 线性电阻元件

二、电容元件

两片金属极板用介质隔开就构成一个简单的实际电容器。如果介质是理想的,那么,在外电源的作用下,电流就会向极板上传输电荷。因此,在两个极板上就能分别积累等量的异号电荷,两极板间就建立起电场并存在电压,同时也必然储存电场能量。当外电源撤离时,这些电荷相互吸引却又被介质所隔离,故不能中和,所以,极板上的电荷能长久地储存下来。因而能量也将被储存下来。由此可见,电容器的主要特征是储存电场能量,而且极板上的电荷与两极板间的电压存在一定的约束关系。如果实际电容器的漏电流以及由此而引起的内部损耗可以忽略不计。电容元件就可作为实际电容器的理想化模型。

电容元件的一般定义可表述为:一个二端元件,如果在任一时刻 t ,它储存的电荷 $q(t)$ 与它的端电压 $u(t)$ 之间的关系可以用 $q-u$ 平面上的一条过原点的曲线来描述,该元件就称为电容元件。 $q-u$ 平面上的曲线称为库伏特性曲线,简称库伏特性。图 1-12(a)即为一电容元件的库伏特性曲线。如果库伏曲线是 $q-u$ 平面上一条过原点的直线,如图 1-12(b)所示,则该元件称为线性电容元件。其电路符号如图 1-13 所示。

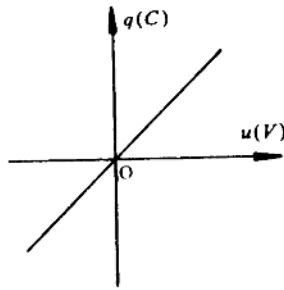
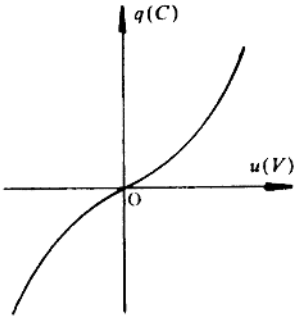


图 1-12 电容元件的特性曲线

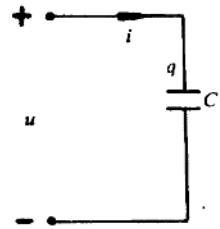


图 1-13 线性电容符号

线性电容元件的库伏特性曲线方程为

$$q(t) = Cu(t) \quad (1-11)$$

其中 C 是与 u 和 q 无关的常数,称为电容元件的电容。其值由库伏特性曲线(直线)的斜率决定。直线的斜率不同,对应的电容元件的电容值就不同。因此, C 是线性电容元件的参数, C 的单位为法拉(F),简称法。由于法拉单位在实用中太大,通常采用微法(μF)和皮法(pF)。它们之间的关系为:

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F} \quad 1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$$

如果库伏特性不是直线,如图 1-12(a)所示,则该元件称为非线性电容元件。本书不讨论非线性电容元件。

由于电流 i 是电路分析中感兴趣的变量,因此希望找出电容元件端电压 u 与电流 i 间的关系。即电容元件的伏安关系。在图 1-13 所示的电流参考方向下,当电流 i 为正值时,正电荷向电容的上极板聚集,上极板储有电荷 $q(t)$,此时电荷变化率为正,于是有

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

因为

$$q(t) = Cu(t)$$

所以
$$i(t) = C \frac{du}{dt} \quad (1-12)$$

这就是线性电容元件的伏安关系。由此可以看出：当 $du/dt > 0$ 时，即电容的端电压增加时，电流流向正极板，极板上电荷增加。这时电容进行充电；当 $du/dt < 0$ ，即电容电压降低时，电流从正极板流出，极板上电荷减少。这时电容进行放电。显然，电容充放电时就在电路中形成电流。式(1-12)表明：任一时刻电容支路的电流取决于该时刻电容电压的变化率 du/dt ，而与该时刻电容电压的值本身和过去的历史无关。电容电压的变化率越大，则电容电流也越大。如果电容电压是不随时间变化的恒定值，也许电压值很高，但电容电流也为零值，电容相当于开路。因此，电容有隔直流的作用。由于电容元件的电流取决于电容电压的变化率，即电容元件只有在其电压为动态的条件下才会有电流。所以，电容元件又称为动态元件。

由式(1-12)还可看出，如果任一时刻电容电流为有限值，则电容电压不能跃变，而只能连续变化。因为如果电容电压可以跃变，则电容电流就为

$$i(t) = C \frac{du}{dt} \rightarrow \infty$$

这显然不符合电容电流为有限值的假设。电容元件的这一特性对于分析电容电路是十分重要的。

对式(1-12)从 $-\infty$ 到 t 积分，便可得到电容元件伏安关系的积分形式，即

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi \quad (1-13)$$

这里把积分号内的时间变量改用 ξ 表示，以区别积分上限 t 。下限取作 $-\infty$ 可作如下解释： t 时刻的电压 $u(t)$ 的大小取决于该时刻电容上的电荷 $q(t)$ 的大小。一般认为 $t = -\infty$ 时电荷为零，而 t 时刻的电荷 $q(t)$ 是 t 时刻以前所有时刻流经电容的电流在电容上积累的电荷，既然是 t 以前的所有时刻，所以积分下限应取 $-\infty$ 。

式(1-13)表明： t 时刻的电容电压 $u(t)$ 并不决定于该时刻的电流值，而是决定于电容电流 i 从 $-\infty$ 到 t 的积分。即电容电压与电容电流过去的全部历史有关。这说明电容电压有“记忆”电流的能力，故电容元件又称为记忆元件。

(1-13)式还可以写为如下形式

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1-14)$$

式(1-14)中 t_0 为任意选定的初始时刻， $u(t_0)$ 是 t_0 时刻电容电压值，称为电容元件的初始电压。 $u(t_0)$ 反映了 t_0 以前的“历史”中电容电流的积累效应。因此，只要知道了电容的初始电压 $u(t_0)$ ，就无需了解初始时刻以前电容元件的“历史”。任一线性电容元件，其电压和电流必须服从上述伏安关系的约束，而这种约束是借助于 C 和 $u(t_0)$ 两者来体现的。所以，只有在电容 C 和初始电压 $u(t_0)$ 两者都已确定的情况下，电容元件的性能才是完全确定的。这是今后分析动态电路时一个很有用的结论。

任意时刻电容元件吸收的功率，在电压、电流采用关联参考方向的情况下，应当为

$$p(t) = u(t)i(t) = Cu \frac{du}{dt} \quad (1-15)$$

上式说明电容元件的瞬时功率取决于该时刻的电压与电压变化率的乘积。显然，该瞬时功率既

可为正也可为负。若 $p(t) > 0$, 则电容自外电路吸收功率; 若 $p(t) < 0$, 则电容向外电路释放功率。因此, 电容元件既可以吸收功率也可以释放功率。这说明电容元件可以储存能量, 也可以将储存的能量释放出来。故电容元件是储能元件。

电容元件在 t 时刻储存的电场能量为

$$\begin{aligned} w_C(t) &= \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi = C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u \frac{du}{d\xi} d\xi = C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u du \\ &= \frac{1}{2} C [u^2(t) - u^2(-\infty)] \end{aligned} \quad (1-16)$$

由于电容开始充电时电压为零, 即 $u(-\infty) = 0$, 所以上式可写为

$$w_C(t) = \frac{1}{2} C u^2(t) \quad (1-17)$$

式(1-17)表明: 电容元件某一时刻的储能与该时刻电容电压的平方成正比, 与该时刻的电流值无关。因此, 只要电容的端电压不为零, 它就一定有储能。因为电容元件的储能总是大于零, 所以电容元件本身不能提供任何能量, 它是一种无源元件。其瞬时功率小于零只不过是把过去从外电路吸收的能量交还给外电路而已。

由(1-17)式还可以看到: 在电容电流为有限的条件下, 电容电压不能跃变就是储能不能跃变的反映。如果储能可以跃变, 则能量的变化率就为无限大, 即 $p = \frac{dw_C}{dt} \rightarrow \infty$ 。这与电流为有限值是不相容的。

例 1-3 已知图 1-14 (a) 所示电路的 $C = 2\text{F}$, 电容电压 $u_C(t)$ 的波形如图(b) 所示, 求 $t \geq 0$ 时的 $i_C(t)$, $p_C(t)$ 和 $w_C(t)$ 并绘出它们的波形。

解 首先根据 $u_C(t)$ 的波形图写出其解析表达式:

$$u_C(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ s} \\ t & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ -t + 2 & 1 \leq t \leq 3 \text{ s} \\ -1 & t \geq 3 \text{ s} \end{cases}$$

由式(1-12)式得

$$i_C(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ s} \\ 2 & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ -2 & 1 \leq t \leq 3 \text{ s} \\ 0 & t \geq 3 \text{ s} \end{cases}$$

由(1-15)式得:

$$p_C(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ s} \\ 2t & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ 2t - 4 & 1 \leq t \leq 3 \text{ s} \\ 0 & t \geq 3 \text{ s} \end{cases}$$

由式(1-17)得

$$w_C(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ s} \\ t^2 & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ (2-t)^2 & 1 \leq t \leq 3 \text{ s} \\ 1 & t \geq 3 \text{ s} \end{cases}$$