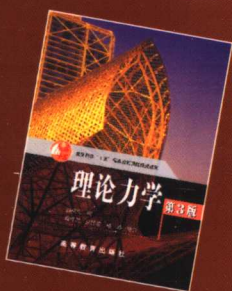


力学教学·学习辅导系列
教学 学习 考研


郝桐生编《理论力学》(第3版)

理论力学



学习指导与题解

殷祥超 巫静波 编

 高等教育出版社

力学教学·学习辅导系列

理论力学 学习指导与题解

郝桐生编《理论力学》(第3版)

殷祥超 巫静波 编



高等教育出版社

内容提要

本书是中国矿业大学郝桐生教授编写的《理论力学》(第3版)的配套教材。本书对理论力学各章的重点内容和基本要求作了简洁、清晰的归纳和阐述,在总结了基本概念、基本理论的基础上,重点归纳了理论力学的解题方法、步骤和解题的技巧,强调分析问题和解决问题的思路和方法,对第3版教材的习题中部分典型题目和难题给出了较为详细的解答。

本书主要供教师在教学中参考使用,可以与教材的第3版配套使用,也可以作为研究生入学考试的复习以及工程技术人员的参考书籍独立使用。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学学习指导与题解/殷祥超,巫静波编. —北京:高等教育出版社,2004.12
ISBN 7-04-015614-8

I. 理… II. ①殷… ②巫… III. 理论力学—高等学校—教学参考资料 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 106914 号

策划编辑 姜 凤 责任编辑 李 激 封面设计 李卫青 责任绘图 朱 静
版式设计 王艳红 责任校对 朱惠芳 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷 北京印刷集团有限责任公司印刷二厂

开 本 787×960 1/16
印 张 19.5
字 数 360 000

版 次 2004 年 12 月第 1 版
印 次 2004 年 12 月第 1 次印刷
定 价 22.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号:15614-00

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传 真：(010) 82086060

E - mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100011

购书请拨打电话：(010)64014089 64054601 64054588

目 录

| | | |
|--------|-------------------|-----|
| 第 1 章 | 静力学的基本公理与物体的受力分析 | 1 |
| 第 2 章 | 平面汇交力系 | 7 |
| 第 3 章 | 力矩与平面力偶理论 | 20 |
| 第 4 章 | 平面任意力系 | 27 |
| 第 5 章 | 摩擦 | 61 |
| 第 6 章 | 空间力系和重心 | 81 |
| 第 7 章 | 点的运动学 | 101 |
| 第 8 章 | 刚体的基本运动 | 112 |
| 第 9 章 | 点的合成运动 | 120 |
| 第 10 章 | 刚体的平面运动 | 139 |
| 第 11 章 | 动力学基本定律·质点的运动微分方程 | 158 |
| 第 12 章 | 动量定理 | 171 |
| 第 13 章 | 动量矩定理 | 183 |
| 第 14 章 | 动能定理 | 203 |
| 第 15 章 | 达朗贝尔原理 | 227 |
| 第 16 章 | 虚位移原理 | 245 |
| 第 17 章 | 质点的相对运动 | 262 |
| 第 18 章 | 振动理论基础 | 268 |
| | 综合题 | 284 |

第1章 静力学的基本公理与 物体的受力分析

一、本章重点和要求

本章主要介绍静力学的基本概念和基本公理,分析工程中常见的几种基本约束的约束力特点。要求能够熟练地对所研究的问题进行受力分析,正确地画出受力图。

二、基本概念和理论

1. 力的概念、平衡的概念、刚体的概念

力是物体之间的相互机械作用,物体受力的作用后改变了运动状态,同时也改变了物体的形状,前者称为力对物体的外效应,后者称为力对物体的内效应。

力对物体的作用效果决定于力的三要素:力的大小;力的方向;力的作用点。力是矢量,可以用一个有向线段表示,线段长度按一定的比例表示力的大小,线段的方位和指向表示力的方向,力的作用点是力的作用位置的一种抽象结果,即当作用面积或作用体积很小时抽象为点,用线段的起点或终点表示。力的单位是 N 或 kN。

平衡是指物体相对于地面保持静止或做匀速直线运动。平衡是物体机械运动的一种特殊形式。

刚体是一个理想化的力学模型,刚体内部任意两点之间的距离始终保持不变,即刚体是不变形的物体。实际物体在力的作用下,都会产生变形。但是,这些微小的变形对研究物体的平衡问题不起主要作用,可以略去不计,这样可使问题的研究大为简化。

在理论力学中研究的物体只限于刚体,所以静力学又称刚体静力学,它是研究变形体力学的基础。

2. 静力学基本公理

公理 1 二力平衡公理(最简单力系的平衡条件)

作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且在同一直线上。

对于刚体,这个条件是既必要又充分的;但对于非刚体,这个条件是不充分的。例如,软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

公理 2 加减平衡力系公理(力系简化的基本方法)

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。作用在刚体上的力矢为滑动矢量。

公理 3 力的平行四边形公理(最简单力系的简化规律)

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个作用在该点的合力,合力的大小和方向由以这两个力为边所构成的平行四边形的对角线确定。即合力矢量等于这两个力矢量的矢量和

$$F_R = F_1 + F_2$$

推论 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。(逆定理不存在)

公理 4 作用和反作用定律(单个物体的平衡问题过渡到物体系统平衡问题的桥梁)

作用力和反作用力总是同时存在,两力的大小相等、方向相反、沿着同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上。

公理 5 刚化公理(刚体静力学过渡到变形体静力学的桥梁)

变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体刚化为刚体,则平衡状态保持不变。

刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,而非充分条件。在刚体静力学的基础上,考虑变形体的变形协调条件和物理条件,可研究变形体力学问题。

3. 约束的概念

(1) 约束

在静力学中,对非自由体构成限制作用的物体称为约束。约束阻碍着物体的运动时,约束对物体的作用力称为约束力,简称反力。

约束力的特点:它是阻碍物体运动的力,它的作用点必然在约束和被约束物体的相互接触点,其方向总是与约束所阻碍的运动方向相反,大小是未知的。

在静力学问题中,所研究物体上的作用力分为主动力和约束力。

(2) 工程中常见的约束

1) 柔性体约束(柔软的绳索、链条或胶带)

约束力沿柔性体的中心线,指向背离被约束物体。

2) 光滑面约束(支承物体的固定面,表面非常光滑,摩擦可以忽略不计)

约束力作用在接触点处,方向沿接触面的公法线,并指向物体(压力)。

3) 光滑圆柱铰链约束(固定铰链支座、中间铰链、向心轴承等)

圆柱铰链简称铰链,它是由销钉将两个有孔构件连接在一起而成的,如果两个构件中有一个固定在地面或机架上,这种约束称为固定铰链支座,简称固定铰支。

随着构件上所受的主动动力不同,销钉和孔的接触点的位置也随之不同。所以,当主动动力尚未确定时,约束力的方向预先不能确定。但其作用线必垂直于销钉并通过中心。即约束力通过铰链中心线,方向待定。

由于反力 F_R 方向不定,所以用 x, y 方向两个大小未知的正交分力 F_{Ax}, F_{Ay} 来表示。

铰链约束的特点是只限制物体径向的移动,不限制物体绕铰链中心的转动。

4) 辊轴支座

约束力沿垂直于支承面的方向,指向不定。

5) 链杆约束

两端铰链连接、自重不计的直杆定义为链杆,也称为二力杆。约束力沿链杆的中心线,指向不定。

二力构件:两点受力、自重不计的构件。

三、解题步骤及技巧

在工程实际中,为了求出未知的约束力,需要根据已知力,应用平衡条件求解。为此,首先要确定物体的受力情况,以及每个力的作用位置和力的作用方向,这个分析过程称为物体的受力分析。

作用在物体上的力可分为两类:主动力和约束力。

解除约束,以约束力来代替约束对物体的作用。

为了清楚地表示物体的受力情况,人们把需要研究的物体(称为受力物体)从周围的物体(称为施力物体)中分离出来,单独画出它的简图,这个步骤叫做取研究对象或取分离体。然后把施力物体对研究对象的作用力(包括主动力和约束力)全部画出来。这种表示物体受力的简明图形,称为受力图。

受力图:受力物体(研究对象) + 物体所受的全部力

画物体受力图是解决静力学问题的重要基础。其基本步骤为:

- (1) 确定研究对象,解除约束,取出分离体。
- (2) 在分离体上画主动动力(重力等)。
- (3) 根据约束的类型及性质,画约束力。

画受力图应注意以下几点：

(1) 必须明确研究对象。对实际物体进行受力分析时可以根据情况选取合适的研究对象，可以选择单个物体、整体或者部分物体。

(2) 正确确定研究对象受力的数目。

(3) 正确画出约束力，约束力一定要按照约束的类型来画，不要凭主观想像。

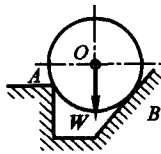
(4) 要善于利用二力平衡公理判断二力构件，正确应用三力平衡汇交定理。三力汇交是平衡的必要条件，不是充分条件。

(5) 研究物体系统时，它们之间的相互作用关系应按作用和反作用公理来分析。分析物体系统的受力情况时要注意区分内力和外力。取整体研究时，物体内部的约束力为内力，故不画出；但将各构件拆开研究时，内力转化为外力，则必须画出。构件之间的受力关系为作用力和反作用力。

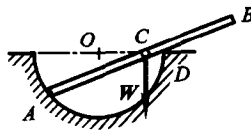
四、习题解答

[解答(受力图)略]

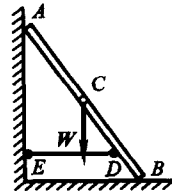
1-1 画出下列指定物体的受力图。



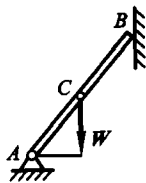
(a) 圆柱 O



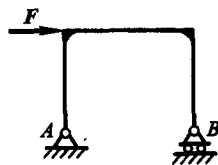
(b) 杆 AB



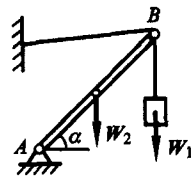
(c) 杆 AB



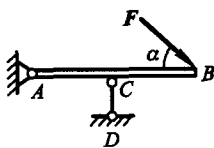
(d) 杆 AB



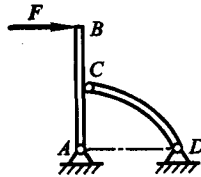
(e) 刚架



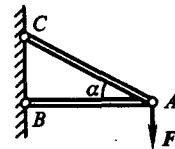
(f) 起重杆 AB



(g) 杆 AB



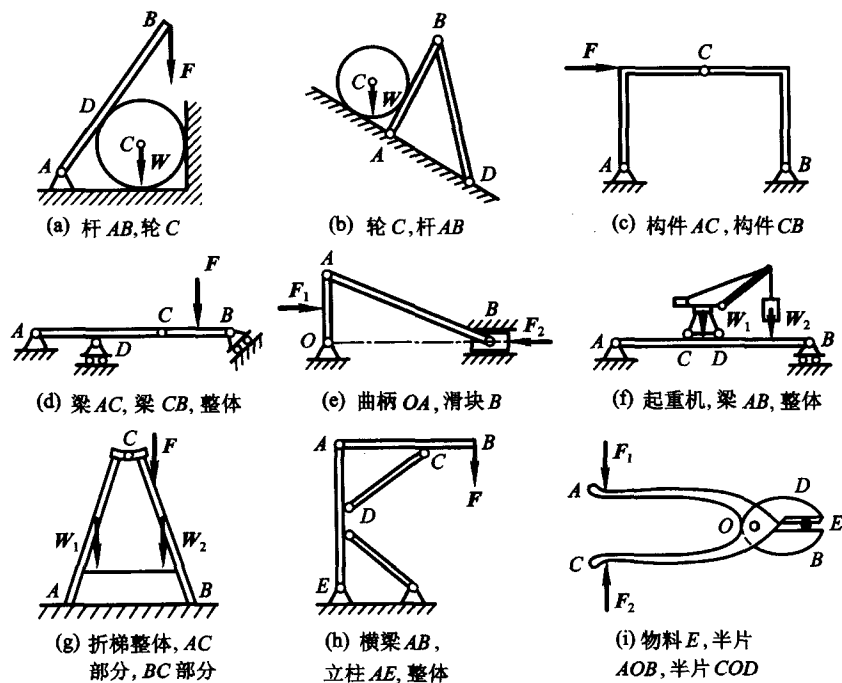
(h) 杆 AB



(i) 铰 A

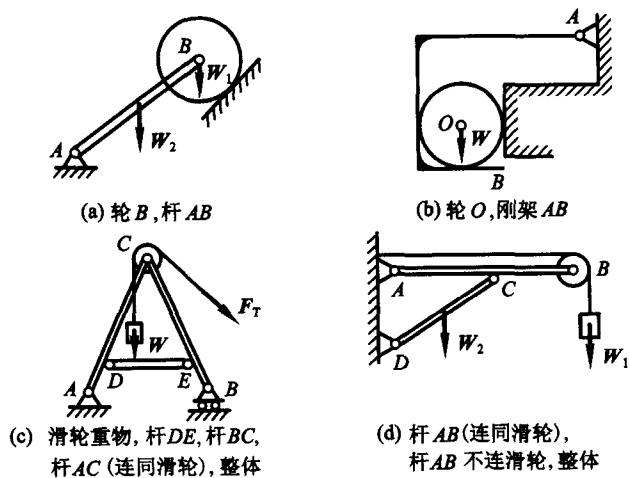
题 1-1 图

1-2 画出下列各物系中指定物体的受力图。



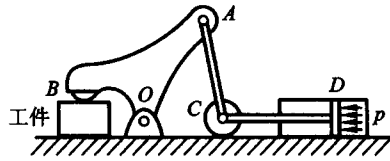
题 1-2 图

1-3 画出下列各物系中指定物体的受力图。



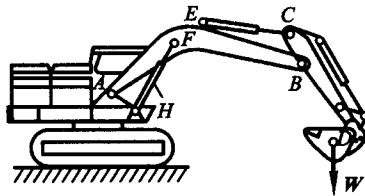
题 1-3 图

1-4 油压夹紧装置如图所示,油压 p 通过活塞 D 、连杆 AC 和压板 AOB ,增大对于工件的压力。试分别画出活塞 CD 、滚子 C 和压板 AOB 的受力图。



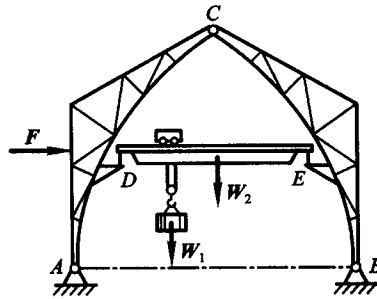
题 1-4 图

1-5 图示挖掘机中, HF 与 EC 为油缸。试分别画出动臂 AB 、斗杆与铲斗 CD 的受力图。



题 1-5 图

1-6 图示厂房为三铰拱式屋架结构,吊车梁安装在屋架突出部分 D 和 E 上。试分别画出吊车梁 DE 、屋架 AC 、屋架 BC 的受力图。



题 1-6 图

第2章 平面汇交力系

一、本章重点和要求

本章主要研究平面汇交力系的合成和平衡问题,重点是应用平面汇交力系的平衡方程求解工程实际问题中的未知力的大小。要求能够正确地理解平面汇交力系平衡的几何条件和解析条件,熟练地掌握几何法和解析法求解未知力的步骤和解题技巧。

二、基本概念和理论

各力的作用线相交于一点且都在同一平面内的力系称为平面汇交力系。由于各力的作用线汇交于一点,根据力的可传性原理,可以将各力的作用点移到汇交点,作为一个平面共点力系研究。

1. 力在坐标轴上的投影

力在某轴上的投影等于力的大小乘以力与该轴的正向间夹角的余弦。

设力 F 与坐标轴正向间的夹角分别为 α 及 β , 则该力在平面坐标系各轴上的投影为

$$F_x = F \cos \alpha, \quad F_y = F \cos \beta$$

同样,如果已知力 F 在坐标轴上的投影 F_x 及 F_y , 则力 F 的大小及方向余弦为

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \cos \alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F}$$

2. 合力投影定理

合力在任一轴上的投影,等于它的各分力在同一轴上投影的代数和。

$$\begin{cases} F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_y \end{cases}$$

3. 平面汇交力系的合成

按照力的平行四边形公理将力系中各力依次合成,得到一个力多边形,力多边形的封闭边为该力系的合力。

即：平面汇交力系的合成结果是一个力，合力的作用线通过力系的汇交点，大小及方向可由力多边形的封闭边来表示，即等于各力矢的矢量和。其矢量式为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F}$$

用解析法计算合力的大小和方向，即

$$F_R = \sqrt{(F_{Rx})^2 + (F_{Ry})^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

4. 平面汇交力系平衡的必要与充分条件

几何法：力系中各力矢构成的力多边形自行封闭，或各力矢的矢量和等于零。矢量式表示为

$$\mathbf{F}_R = 0 \quad \text{或} \quad \sum \mathbf{F} = 0$$

解析法：力系中所有各力在作用面内两个任选的坐标轴上投影的代数和分别等于零。则平面汇交力系的平衡方程为

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

三、解题步骤及技巧

(1) 根据题意选取合适的研究对象，将所取的研究对象作为分离体单独取出，在此分离体上应该能够反映出已知量和所求的未知量。对于物体系统的平衡问题一般要选取多个研究对象才能求出结果。

(2) 画出受力图，在所取的分离体上画出所作用的主动动力，再根据约束的类型画出约束力。

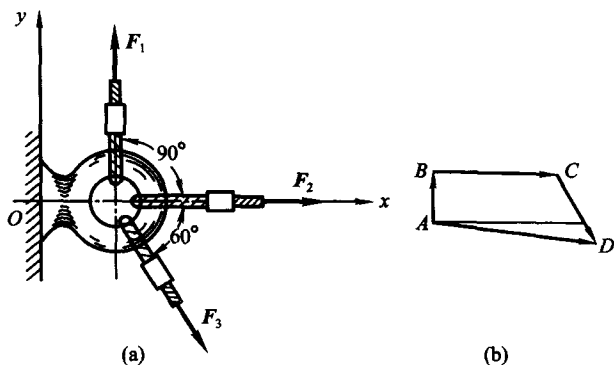
(3) 选取合适的坐标轴，所选取的坐标轴要便于计算力在轴上的投影，一般考虑使较多的未知力作用线垂直或平行于所选取的坐标轴，以方便列方程求解。

(4) 列出平衡方程 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$ ，求解未知量。未知力的指向可以假设，从计算结果的正负号来判定假设的指向是否正确，如果解出的未知力是负值，表示该力的实际指向与假设的指向相反。

(5) 在使用几何法求解未知力时，要作出力多边形，可以使用合适的比例尺作出精确的图形，用比例尺直接在图中量出未知力的大小，也可以作出力多边形的示意图，用几何关系计算出未知力的大小和方向。

四、习题解答

2-1 图 a 所示固定环受三条绳的作用，已知 $F_1 = 1 \text{ kN}$, $F_2 = 2 \text{ kN}$, $F_3 = 1.5 \text{ kN}$ 。



题 2-1 图

求该力系的合成结果。

解 (一) 解析法

取坐标轴 Oxy , 合力在 x, y 轴上投影分别为

$$\begin{cases} \sum F_x = F_2 + F_3 \cos 60^\circ = 2.75 \text{ kN} \\ \sum F_y = F_1 - F_3 \sin 60^\circ = -0.3 \text{ kN} \end{cases}$$

合力 F_R 的大小为

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ &= \sqrt{(2.75 \text{ kN})^2 + (-0.3 \text{ kN})^2} = 2.77 \text{ kN} \end{aligned}$$

合力 F_R 与 x 轴正向夹角为

$$\theta = \arctan \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \arctan \frac{-0.3}{2.75} = -6^\circ 13'$$

所以

$$\angle (F_R, F_2) = 6^\circ 13' \quad (\text{在IV象限})$$

(二) 几何法

取比例尺, 1 cm 等于 1 kN。

作力多边形 $ABCD$, 使 $AB \parallel F_1, BC \parallel F_2, CD \parallel F_3$, 力多边形的边 AB, BC, CD 的长度按比例尺画出 (如图 b 所示), 与各力矢对应, 即 $|AB| = |F_1|, |BC| = |F_2|, |CD| = |F_3|$ 。

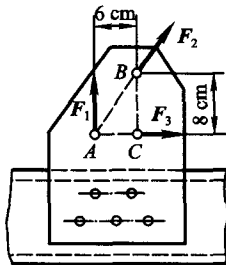
AD 为力多边形的封闭边, 即力系的合力, 用比例尺量出其大小, 即

$$AD = 2.75 \text{ cm}, \quad F_R = 2.75 \text{ kN}$$

用量角器量出合力 F_R 与 F_2 (即水平方向) 夹角为

$$\angle (F_R, F_2) = 6^\circ$$

2-2 铆接薄钢板在孔心 A, B 和 C 处受三力作用如图所示, 已知 $F_1 = 100 \text{ N}$ 沿垂直方向, $F_2 = 50 \text{ N}$ 沿 AB 方向, $F_3 = 50 \text{ N}$ 沿水平方向。求该力系的合成

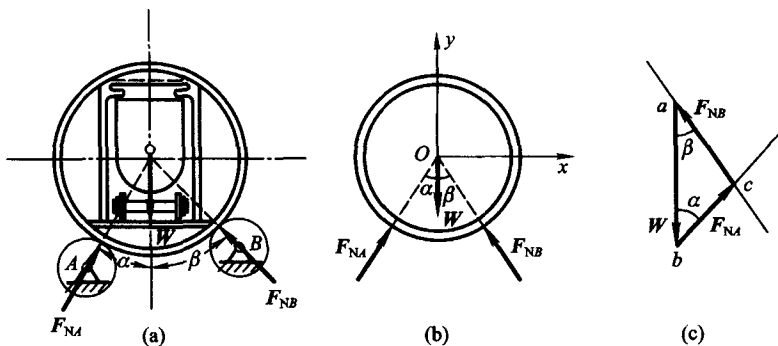


题 2-2 图

结果。

答案: $F_R = 161.2 \text{ N}$, $\angle(F_R, F_1) = 29^\circ 44'$

2-3 图 a 所示翻罐笼由滚轮 A、B 支承, 已知翻罐笼连同煤车共重 $W = 3 \text{ kN}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ 。求滚轮 A、B 所受的压力。有人认为 $F_A = W \cos \alpha$, $F_B = W \cos \beta$, 对不对? 为什么?



题 2-3 图

解 (一) 解析法

研究对象: 翻罐笼, 取坐标轴 Oxy 。

分析受力: 重力 W , 支承反力 F_{NA} 、 F_{NB} , 三力汇交于 O 点 (见图 b)。平面汇交力系平衡方程为

$$\begin{cases} \sum F_x = 0, & F_{NA} \sin \alpha - F_{NB} \sin \beta = 0 \\ \sum F_y = 0, & F_{NA} \cos \alpha + F_{NB} \cos \beta - W = 0 \end{cases}$$

联立上述方程组求解得

$$F_{NA} = \frac{W}{\cos \alpha + \sin \alpha \cot \beta} = 2.2 \text{ kN}$$

$$F_{NB} = F_{NA} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1.55 \text{ kN}$$

(二) 几何法

作出力三角形:先作出力矢 W 铅垂向下,再分别过力矢 W 起点和终点作出 30° 和 45° 方向的直线,交于 C 点,如图 c 所示。即

$$\angle \beta = 30^\circ, \quad \angle \alpha = 45^\circ$$

所以

$$\angle c = 105^\circ$$

各力矢头尾相连,标出 F_{NA} 、 F_{NB} 的方向,应用正弦定理

$$\frac{W}{\sin 105^\circ} = \frac{F_{NA}}{\sin 45^\circ} = \frac{F_{NB}}{\sin 30^\circ}$$

解得

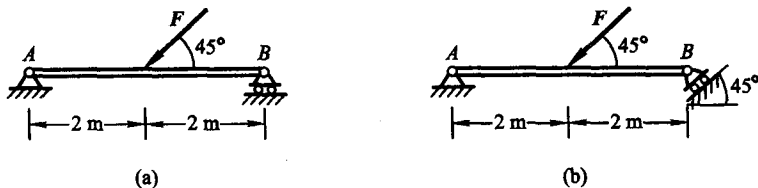
$$F_{NA} = W \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = 2.2 \text{ kN}, \quad F_{NB} = W \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = 1.55 \text{ kN}$$

从解题过程中知

$$F_{NA} \neq W \cos \alpha = 2.6 \text{ kN}, \quad F_{NB} \neq W \cos \beta = 2.12 \text{ kN}$$

因为 $\alpha + \beta = 75^\circ$, 所以 F_{NA} 不垂直于 F_{NB} , 由三力组成的力三角形不是直角三角形, 所以有 $F_{NA} \neq W \cos \alpha$, $F_{NB} \neq W \cos \beta$ 。

2-4 图示简支梁受集中荷载 $F = 20 \text{ kN}$, 求图示两种情况下支座 A 、 B 的约束力。



题 2-4 图

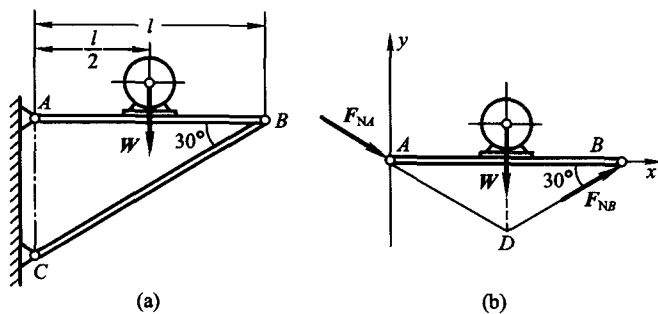
答案: (a) $F_{NA} = 15.8 \text{ kN}$, $F_{NB} = 7.1 \text{ kN}$

(b) $F_{NA} = 22.4 \text{ kN}$, $F_{NB} = 10 \text{ kN}$

2-5 电动机重 $W = 5 \text{ kN}$ 放在水平梁 AB 的中央, 梁的 A 端以铰链固定, B 端以撑杆 BC 支持(见图 a)。求撑杆 BC 所受的力。

解 取 AB 梁(包括电动机)作为研究对象。

分析受力: AB 梁受有重力 W , BC 杆为二力杆, B 点约束反力 F_{NB} 沿 BC 杆, 指向假设如图, F_{NB} 与 W 交于 D 点, 根据三力平衡汇交条件, F_{NA} 必通过 D 点, 画



题 2-5 图

出 F_{NA} , 指向假设如图 b 所示。

从图 b 中尺寸可得 F_{NA} 与 AB 的夹角也为 30° , 取坐标系 Axy , 列出平衡方程为

$$\begin{cases} \sum F_x = 0, & F_{NA} \cos 30^\circ + F_{NB} \cos 30^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0, & -F_{NA} \sin 30^\circ + F_{NB} \sin 30^\circ - W = 0 \end{cases}$$

解得

$$F_{NA} = -F_{NB}$$

将 F_{NA} 代入 $\sum F_y = 0$ 中得

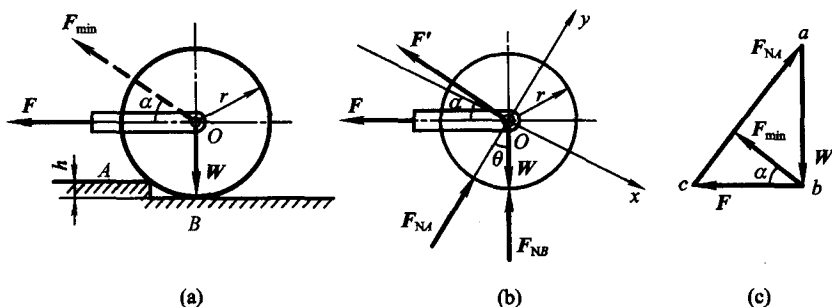
$$2F_{NB} \sin 30^\circ - W = 0$$

$$F_{NB} = W = 5 \text{ kN}$$

所以撑杆 BC 受 5 kN 的压力。

2-6 如图 a 所示, 压路机的碾子重 $W = 20 \text{ kN}$, 半径 $r = 40 \text{ cm}$, 若用一通过其中心的水平力 F 拉碾子越过高 $h = 8 \text{ cm}$ 的石坎, 问 F 应多大? 若要使 F 值为最小, 力 F 与水平线的夹角 α 应为多大, 此时 F 值为多少?

解 取碾子作为受力对象。



题 2-6 图