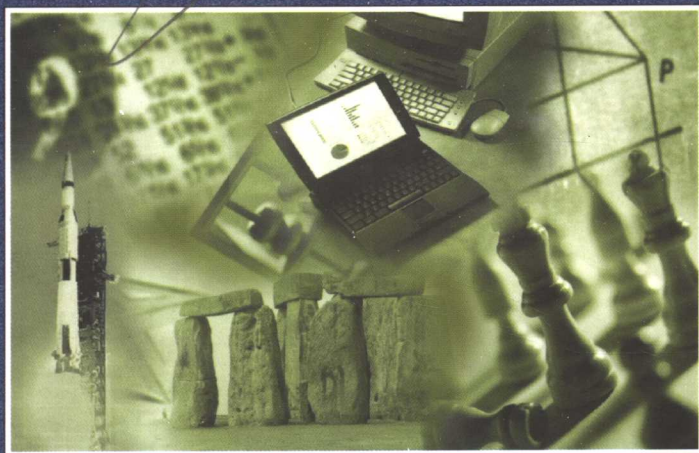


数学历史文化

Shuxue Lishi Wenhua



郝宁湘 著

四川出版集团
四川教育出版社

数学历史文化

郝宁湘 著

四川出版集团
四川教育出版社
· 成 都 ·

图书在版编目(CIP)数据

数学历史文化 / 郝宁湘著. — 成都: 四川教育出版社,
2002 2005 重印
ISBN 7-5408-3765-9

I. 数… II. 郝… III. 数学史 IV. 011

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 048191 号

责任编辑 李岷聪
版式设计 张 涛
封面设计 毕 生
责任校对 伍登富
责任印制 黄 萍

数学历史文化

郝宁湘 著

出版发行 四川教育出版社
(成都市盐道街 3 号 邮政编码 610012)

出 版 人 安庆国
印 刷 成都市郫县民政印刷厂
版 次 2002 年 8 月第 1 版
印 次 2005 年 5 月第 2 次印刷
开 本 146mm×208mm
印 张 11 插页 2
字 数 282 千
印 数 2001-3000 册
书 号 ISBN 7-5408-3765-9/G·3519
定 价 19.80 元

本书若出现印装质量问题,请与本社调换。电话:(028)86660101
编辑部电话:(028)86672603 邮购电话:(028)86673457

序

数学家哈尔莫斯曾诉苦道：“甚至受过教育的人们都不知我的学科存在，这使我感到伤心。”^①确实，数学在现实社会中是一条“看不见的战线”。数学作为一门科学很少受到关注，与其他任何科学相比，大多数人更为忽视的是数学。高速公路、摩天大厦、汽车、飞机、电视、电脑等等，这些现代科技文明的代表，往往只被人们看作是以物理学为代表的自然科学和工程技术的杰作。数学的作用在哪里，人们大都视而不见。

数学是我们这个时代的看不见的文化，这已是许多数学家和相关人士的共识，尽管它已融合在我们日常的工作和生活所处的技术环境之中，但数学的思想常常隐藏在大众的视野之外。然而，数学的确是存在的，它是人类理性本能中固有的，在人类文化和人类历史中，它的地位绝不亚于语言、艺术、宗教和哲学。尤其是近三百年来，数学已对科学文化和社会经济产生了翻天覆地的影响，但是往往不引人注目。

虽然如此，大多数国家中的公众对数学的印象还是极差的。“数学是枯燥乏味的。”“数学太深奥，让人无法理解。”“数学可能

^① 斯蒂恩主编：《今日数学》，上海科学技术出版社 1982 年版，第 1 页。

2 数学历史文化

对别人很重要，但对我不是。”……数学家的形象就更糟了：性格古怪，沉默寡言，高傲自大，与社会格格不入，缺乏社会交往的常识和幽默感等等。

然而事实并不是如此。数学是科学技术的理论基础和工具，是推动社会进步和思想解放的原动力；数学也能产生情感方面的体验，它能给人以乐趣和美的享受，能使人激动，也能令人厌恶。总之，它也是人类文化中的一种。将其孤立于大众文化之外，无疑是一种损失。因为对数学的坏印象可能会给人类的发展带来巨大的障碍；反之，对数学的好印象则可能给世界带来巨大的收益。

今天，我们希望把数学带回到人类文化中来，让大众意识到数学是为所有人服务的。数学活动是一种多边的人类文化活动。当然它是一门科学，甚至是所有科学活动的模型和范例。它是探索宇宙和合理利用我们所控制的自然资源的有力手段。它是一种思维模式，几个世纪来一直是一个享有特权的研究人类智力的领域。数学也是一种智力体操，一种思维艺术，只要你真诚地对待它，它还会成为为你打开机会大门的钥匙。

一、数学：一种智力游戏

有位社会学家对游戏的特征作了如下的描述：（1）游戏是一种自由活动，“自由”在希腊语中的意思是“无报酬的”，也就是说活动本身的目的是为了锻炼、娱乐，而不是从中获取利益；（2）游戏在人类的发展中起着重要的作用，幼儿就像小动物一样玩耍，并为将来的竞争和生活做准备；成年人也玩游戏，通过游戏体验到解放、回避、放松和愉快等感觉；（3）游戏不是玩笑，做游戏必须相当认真，不认真对待游戏的人是在糟蹋游戏；（4）游戏在时间与空间上“和日常生活分开”，远离尘世；（5）游戏中包括“一定的紧张因素”，通过宣泄与解放而产生巨大的乐趣；（6）游戏可使参加者之间产生兄弟般的“特殊默契”与友好的协作；（7）通过游戏规

则可以创造一种“新秩序”和充满和谐韵律的新生活，同时体现出行为规则的必要。

简要地分析一下数学活动，我们就可以发现它在许多方面具有游戏的这些特点。所以，从其深层性质来说，数学也是一种游戏，当然这是一种更为复杂的要涉及科学、设备、哲学等多方面的游戏，同时还是一种可以给社会带来收益的游戏，因而这使数学成为人类文化的基本支柱之一。

任何游戏一开始都是介绍一系列的规则和一些对象，这些对象在游戏中的作用就由那些规则所确定。数学理论的对象也同样通过隐含的定义、公理来确定。无论谁在开始做游戏时，都必须对它的规则有一定的了解，将各对象相互联系，就像数学的初学者那样，用同样的方法比较并建立该理论中的基本元素之间的相互作用。这些就是游戏或数学理论的基本练习。

初步掌握了某种游戏的人，就能在游戏中获得一些简单实用的技巧，并导致最终的胜利，这种情况是颇为常见的。这相当于某种理论的基本引理和事实，通常在初次接触该领域的简单问题时就容易得到。

较深入地探索游戏的悠久历史，将给人以特定的方法和操作过程的知识，那是真正掌握该游戏的人留给后代的。这就是较深层次的、更复杂的步骤和策略。由于它们已远远不是该游戏的初始原理，故需要有特殊的洞察力。在数学中就有相应于这样的阶段，在这个阶段中，学生试图实现同化，并建立自己的伟大定理和方法，而这些定理与方法都是在该学科的漫长历史中创造出来的。这是真正的创造性思维过程，现在展示出来的目的是使他在介于混乱与清楚之间的中间状态下也能看到光明。

以后，在更复杂的游戏，问题永远不会枯竭，玩高级游戏的人想要在从未探索过的游戏情境中用首创方法来解决。这就对应于研究数学理论中未解决的问题。

4 数学历史文化

最后,有些人有能力创造新的游戏,善于出新鲜点子,设计情景,能给出新颖的策略和创造性的游戏方式。将其与创立新的数学理论类比的话,这就相当于具有丰富的思想,善于提出问题,并应用于其他未解决的问题,从而更深刻地揭示现实生活中某些至今尚不明了的真理。

数学不仅具有游戏的品性,更重要的是游戏或游戏式的态度对数学的发展有着直接而积极的促进作用。数学史上经常出现这样一种情况,一个像游戏似的有趣问题,或是对一个表面看来无关紧要的情境作巧妙观察,便会产生一种新的思维模式。当人们能以自愿而嬉笑的心境,而不是以正式的科学常有的严肃认真的背景来看待一门学科时,这种精神就能使科学有效地取得进展。

在古典的和现代的游戏里,数学主题之丰富给人留下了深刻的印象。除了算术、几何和数论是数学游戏的传统源泉之外,还有拓扑学、组合几何、图论、逻辑学、概率论……在所有这些古老的和年轻的领域中,都有数不清的给人以乐趣的、有吸引力的、尚未解决的问题。对于其中的许多问题,很难说是否应归入严肃的数学问题,还是归入无意义的智力题目。但无疑能肯定,任何有足够深度的游戏或智力题目都对数学的有趣侧面有着强烈的影响。在创造智力题或游戏的过程中,人们可以不受传统理论、概念和方法的束缚,而完全自由地显示他的想像力。有许多游戏的例子能够说明探索数学、游戏和智力题目所需要的思维过程的相似性。

另一方面,数学与游戏结构相似性允许我们在开始进行游戏时,可以使用在数学情境中十分有用的同样的工具和同样的思想策略。特别是数学中的启发能力,可以成功地启动许多不同游戏的实践。更重要的是,对严肃数学题材采用游戏似的方法,可能会对一个人今后一生对待数学的整个态度产生积极的影响。

数学是一个大而复杂的游戏,除此之外,它还是带有艺术风度的智力工作,同时具有探索宇宙的目光和反思自我的精神,因而它

也具有巨大的实用性、有效性。通过数学的应用，数学的历史以及人们最感兴趣的数学家的传记，通过数学与哲学或与人类思想其他方面的关系来认识数学、普及数学，这无疑是可取的策略，但可能什么策略和方法都不比精选的游戏能更好地传递什么叫做数学的正确精神。因为只有游戏才能使你更自由地体会其中的快乐。

游戏是智慧的象征，数学的生命力就在于其内在的趣味性或游戏性。

二、数学：一种思维艺术

艺术最早的含义是技艺，是制作某种东西的能力。艺术“创造”的概念最早是从“制作”的概念中发展而来的。从历史上考察，“创造”概念用于艺术，是非常晚近的事情。“创造”概念的最早含义，主要指基督教中上帝对世界的“从无到有”的创造。那时人们认为，人类只能制作而无法创造。制作属于人的能力，而创造则是神的能力，这种界限是不能逾越的。制作总是与模仿相联系的，从古希腊柏拉图开始，模仿就有模仿观念、理念与模仿自然、实物之分。从对观念、理念的模仿，自然地便过渡到创造的概念。制作某物便就意味着是它从无到有地产生出来，所以技艺是种力量、能力、控制力的表现，后来又渐渐演变为技巧、灵巧的概念。

技艺不等于艺术，但在传统上艺术首先必须是种技艺。在最平常的意义上，一件艺术作品首先是一件人工制品，而人工制品，就意味着一种加工技艺是不可缺少的，这在造型艺术中表现得最为明显。但技艺不应该仅指手工的技艺，虽然技艺原本就是指的“手工的”技艺。这里我们的意思是，除了“手工的”技艺外，还应该包括“智力的”，或“心智的”，或“思维的”技艺。在对观念、理念的模仿制作过程中，实际上就包含了手工的技艺与心智的技艺。诗歌就主要是一种心智的技艺的产品，而非手工的技艺的产品。难怪在古希腊人眼里，诗人是由于神赐的灵感而成为诗人的。17世纪

时，人们还把诗的创造比作为上帝的创造，诗人是以上帝的创造方式在创造新诗。数学就是这种心智技艺的产品。这便是我们所说的数学是一种思维的艺术。

那么何以见得数学就是心智技艺的产品，而不是像许多人以为的那样是逻辑推理的产品呢？如果数学的创造真的只是一种刻板的机械的，或程序化的逻辑推导，那么它就谈不上是思维的艺术，而只是机械的生产。

世界著名数学家庞加莱关于数学创造的论述，为我们回答以上问题提供了一个良好的素材。他首先指出：“数学创造的发生应该是心理学最感兴趣的问题。它似乎是人的心灵向外界索取最少东西的一种活动。在这里，人的心灵只是或似乎只是自身在起作用，并只作用于自身。所以，在研究几何思维过程时，我们可以期望触及人的心灵里最本质的东西。”^① 然后他便提到了一件他认为是让人感到奇怪的事情：“怎么会有人不懂数学呢？如果数学只是求助于逻辑规律，诸如所有智力正常的人所能接受的那些规律；如果数学提供的事实是根据人类普遍知道的原则，而且只要不是疯子就不会否认它们，那么怎么会有那么多人跟数学格格不入呢？”庞加莱认为，不是每个人都能搞发明，这一点毫不奇怪；不是每个人都能记住曾经学过的证明，这也容易理解。但是，不是每个人都能懂得人家给他讲解的数学推理时，却是非常奇怪。然而，只有很费劲才能领会这种推理的人却占了大多数，这是不可否认的。进一步，他还说过，搞数学时怎么可能产生错误呢？一个心智健全、神志清醒的人不应该犯逻辑上的错误。可是许多非常优秀的人物，他们在诸如日常生活的简单推理中能不出差错，但他们不能领悟或不能无误地重述一些数学论证，虽然有些论证长了一些，但终究不过是他们很容易作的简单推理的堆砌。

① H. Poincare: 《数学上的创造》，《数学译林》1986年第3期。

正是这个被庞加莱视为奇怪的事情，我们认为它深刻地反映了数学创造是一种心智的技艺、技能。正因为数学创造包含了像绘图技巧一样的技艺成分，才使得看上去不那么容易理解。理解的过程就是一种需要运用思维技能的过程，你没有这种思维的技能或这种技能较差，那你就难以理解稍微复杂一点的数学。就如你若没有绘画的技能，你画不像一个很简单的图案一样，尽管这个图案就在你的眼下，你照着画下去就行，可是你就是画不像（这似乎也是一个奇怪的事）。这里你缺少的是手工的技艺，而一个学不懂数学的人缺少的是思维的技艺。这就是我们为什么说，数学是一种思维艺术的原因之一。这是从数学发生、数学创造，也即一种思维技艺的角度而言的。

那么什么是数学创造呢？这种思维技艺又是如何体现出来的呢？根据庞加莱的思想，数学创造就是以已知的一些数学知识来作出各种新的组合，如把“连续”这个概念与“函数”这个概念组合在一起，就有了“连续函数”这个新的概念。这是很简单的一个概念组合。最复杂的组合是理论与理论之间的组合，一种包括概念、公理、方法等方面的系统组合。如几何学与微积分的组合，产生了微分几何学。这种复杂的系统组合，其实也是根源于简单的概念组合。这种简单的组合多数人都会做，但是这种无序的简单组合的数目将是无穷的，而且其中的大多数组合是无意义的。庞加莱认为，“创造恰恰在于不去作各种无用的组合，而去作那些有用的、数量极少的组合。”^① 创造就是鉴别，就是选择。识别、选择，进而组合，并没有可供遵循的规则，通常还是下意识的或潜意识的。庞加莱根据自己数学创造的经验指出，数学创造需要的是一种和谐的美感、愉悦的情感。他说，以美和高雅为特征，同时能启发我们内心某种美感的数学组合是这样的东西，“组成它们的各个部分是如此

① H. Poincare:《数学上的创造》，《数学译林》1986年第3期。

和谐地配置着，致使我们的心灵只要了解了细节就能毫不费力地领悟它们的全体。这种和谐性能立刻满足我们对美的需求，它对心灵亦有益，即充实它，又指导它。同时，当一个秩序井然的整体出现在我们眼前时，它就使我们预见到一条数学定律……由此，我们得出下列结论：有用的组合正是那些最美丽的，我指的是那些最能诱惑特殊情感的组合。所有数学家都知道这种情感，但外行人对它是如此无知，通常总是对它一笑置之。”

数学思维是一种遵循美学原则的思维。许多著名数学家也都持有这样的认识，如冯·诺依曼说：“我认为数学家无论是选择题材还是判断能否成功的标准，主要是美学的原则”。“判断数学家能否成功，或者他的努力是否有价值的主观标准，都是非常自足的和美学的”。塞尔维斯脱（Sylvestwr）也说：“数学揭示并阐明了思维世界的奥秘，它演绎地展开了美和序的深思熟虑……数学是那些创造真谛的人们的思维结晶。”

所有这些，说明数学创造不仅是一种思维技能，而且是一种遵循美学原则的技艺。因此，我们完全有理由说，数学是一种思维艺术。只是要欣赏这一艺术，还必须接受严格的训练，使自己获得起码的技能。

三、数学：打开机会大门的钥匙

数学是打开机会大门的钥匙。这已是数学在美国等西方发达国家中树立的新形象。现在数学不再只是科学的语言，它也以直接的和基本的方式为商业、财政、健康和军事作出贡献。如为国家提供技术经济竞争的工具；帮助人们作出有充分依据和可操作的决策。它为人们，尤其是大学生、研究生打开了职业的大门。为了充分参与未来世界，各国必须开发数学的力量。

科学技术的发展，已造成了巧干比仅仅苦干更为重要的世界经济。而巧干对人们的智力则提出了更高的要求。他们要能吸收新的

想法、能适应各种变化，对复杂性事件能发觉其模式并且能解决非常规的问题。这些要求不只是需要会计算（现在这主要由机器来做），而是要能够数学地思考一切。数学成为各种工作的先决条件。美国人已经意识到：如今人们比过去任何时候都需要为生活而思考，人们比过去任何时候都更需要数学地思考。高新技术的迅速发展，已经使当今的工作场所“数学化”。然而，由于缺乏数学能力，许多现在的人们（包括学生）没有为未来的工作做好准备，甚至没有为现在的工作做好准备。但是，数学已经成为并将更加成为机遇和职业的关键。

数学提供了有特色的思考方式，包括建立模型、抽象化、最优化、逻辑分析、从数据进行推断，以及运用符号等，它们是普遍适用并且强有力的思考方式。应用这些数学思考的方式的经验构成了数学能力——在当今这个技术时代日益重要的一种智力，它使人们能批判地阅读，能识别谬误，能探察偏见，能估计风险，能提出变通办法。数学能使我们更好地了解我们生活在其中的充满信息的世界。

数学的观念也在众多的不同层次上影响着我们的生活方式和工作方式。首先，诸如比较贷款的优劣，计算保险金额，计算单价，看懂按比例尺画的图，理解各种通货膨胀率的后果等等。这些能力会直接带来实际利益。再如，风险评估（疾病、汽车事故等），对于个人、群体，乃至对于作为整体的人类来说，已成为不可缺少的生活内容，有了数学我们才能作出合理的决策。概率方法是进行这类评价的一种行之有效的手段。概率概念使我们得以用一种批评的眼光来检查数据和进行推测。寻求概率意义上的理解应该是发展一般性评判技能的一个关键因素。

其次，关于物价、税率、交通和公共卫生的重大问题的争论常常集中在用数字表述出来的科学问题上。害怕数字或不能从数字作出推理的公众是不能辨别公共政策中的合理主张和不顾后果的主张

的。理想地说，数学教育和数学大众化应有助于创造“有见识的公民”。美国第三任总统曾称“有见识的公民”为民主的唯一适当的基础。

再次，能改善思维的品质，提高思维的技能。通常人们对事物的认识都是凭借自己已有的经验对事物进行一种定性的思考，很少考虑事物中量的关系。然而，不知道事物中所包含的量的关系，就很容易构想出表面上合乎逻辑而实际上荒谬无理的论点来。量的错误是思维中的一种主要错误，这根源于人们对感觉的轻信和对量的迟钝。关于事物发展、变化的预测、估计通常是容易出错的。尤其是当事物的发展以指数增长的形式进行时，常常会产生一些惊人的使人迷惑不解的结论。有这样一个问题，不知迷惑了多少人。一张纸，对折 50 次，有多厚？1 米？10 米？100 米？……你决不会想到：它比喜马拉雅山还高！说出来难以让人相信，但算一算确实比喜马拉雅山还要高得多得多。即使纸薄到仅千分之一毫米，也将有一百万公里厚，从地球到月亮跑一个来回还绰绰有余。这就叫指数增长。

最后，数学作为一种主要的智力活动的传统，作为一门因其优美不亚于别的任何一门科学而受到赏识。它是我们必须传给后代的人类文化遗产的最美好的部分。的确，只有把数学看成人类探索的一部分，外行人才能正确地认识 20 世纪的深奥的研究工作的价值。如同语言、宗教和音乐一样，数学也是人类文化的一个影响全局的部分。

对于社会的经济和政治结构来说，数学经验的这些层次形成了一种数学文化的源泉，尽管这种源泉一般说是隐藏在公众视线之外的，它与科学和社会提出的挑战相呼应，而且经常地改变着。我们现在正处在一个变化最活跃的时期。数学的力量提供给人们抓住机会，迎接挑战的钥匙。

1981 年 6 月，美国国家研究委员会召集数学科学及有关方面的

著名专家，成立了一个“数学科学资金来源特别委员会”。1984年5月，该委员会就进一步繁荣美国数学等问题，撰写了一份长达162页的报告。该报告明确提出“高新技术的出现把我们的社会推进到数学工程技术的新时代”。在这个时代里，数学与工程技术以新的方式相互作用着。从前，数学虽然也直接为工程技术提供一些工具，但基本方式是间接的。现在不一样了，数学与工程技术之间，在更广阔的范围内和更深刻的程度上，直接地相互作用着，极大地推动了数学与工程科学的发展，也极大地推动了技术的进步。因此，也增强了数学在经济建设和社会发展中的作用。

数学工程技术的新时代，这对于广大公众意味着什么呢？在人们的意识里，企业、公司从来聘用的都是各类应用科学工程技术型人才及经济与法律型人才。从来没有哪个企业、公司会聘请一个专职的数学家。人们会说数学家在市场没有位置。然而在数学工程技术的新时代，企业、公司的老板，首先考虑要聘用的人才就是数学家。这在美国和西欧一些大的企业中已成为事实。越来越多的公司意识到，利用强有力的计算技术去解决复杂的方程以及最优化问题的能力已经戏剧性地改变了工业过程的组织和模型试验以及新产品的的设计。许多大公司的研发总监则认为：“当今对工业研发的最大产出之需求只能靠更多地使用数学方法来满足”。“比如仿真方法可大规模地减少复杂产品开发中实验和建设耗费”。^① 20世纪80年代以后逐渐兴盛的工业数学已在这方面大显身手。企业对“工业数学家”有一种日益增长的需求。西方一些大学已经设立了专门培养工业数学专业的大学生、研究生和博士后的工业数学系。

在微软研发部中有一个理论组，其中就聘请了12位数学家，另外总还有几十位来来去去的访问学者。弗里得曼(M. Freedman)是投身于工业界的第一位菲尔兹奖得主。理论组内的数学家处在自

① 转引自《数学：关键技术的关键》，《数学译林》2000年第1期。

由的理论环境中，他们受雇去做数学，就像各处的数学家一样，撰写数学论文。他们并不是受雇去解答别人积不出的积分。微软有人声称：我们不需要把优秀的数学家变成一般的产品开发者。他们之所以这样做，一个基本的想法是如果在企业方面没有人能够恰当地评价理论成果，技术转化工作将受到阻碍。他们相信，理论终将转化为利润。^①

不仅产品的研发、生产需要数学，如今，工业、商业的经营管理也应用了数学。如运用线性规划最优化技术，在各种工商业活动中，从选择油轮船队的最佳航线和工厂机器的最优使用，到运输系统的合理调度，都发挥了作用，提高了管理决策的水平。非线性规划和整数规划的发展，各种解决非线性函数值问题的有效方法的出现，使应用范围更为扩大，并促进了研究活动十分活跃的运筹学、管理科学的发展。总之，数学已经并正在以空前的规模进入社会的各个领域。为人们提供了打开机会大门的一把钥匙。

综上所述，我们认为，数学是一种多边的文化活动。或者说，我们应该把数学放在整个人类文化之中来看待，而不是把它孤立在整个文化之外。本书希望能够从历史、哲学、文化与社会多个层面表达出这样一个主旨。

^① Allyn Jackson:《将理论转化为利润：微软公司投资于数学家》，《数学译林》1999年第1期。

目 录

序	(1)
---------	-------

数学历史篇 (第一章至第三章)

第一章 数概念的发展与数性的因袭

——从自然数到八元数	(3)
一、数觉: 人类数学的起源	(4)
二、从自然数到复数	(10)
三、复数之后还能走多远?	(15)
四、走向严密 走向无限	(19)

第二章 几何的历史与空间观念的发展

——从平直空间到弯曲空间	(25)
一、从欧几里得几何到非欧几何	(26)
二、几何基础与形式公理学	(32)
三、几何的局部化与弯曲的空间	(38)

第三章 数学分析的历史

——从微积分到泛函分析	(47)
一、牛顿、莱布尼茨微积分——分析学的创立	(48)
二、复变函数与实变函数——分析学的发展	(61)
三、泛函分析——20 世纪的分析学	(71)

2 数学历史文化

数学哲学篇 (第四章至第六章)

第四章 数学危机与数学基础

- 从危机走向进步 (81)
- 一、数学史上的三次危机 (82)
- 二、策梅罗与公理集合论方案 (87)
- 三、罗素与逻辑主义数学 (94)
- 四、布劳维尔与直觉主义数学 (100)
- 五、希尔伯特与形式主义数学 (106)

第五章 实验数学及对欧几里得范式的挑战

- 跨世纪的数学革命 (110)
- 一、四色定理：新世纪数学的钟声 (112)
- 二、国际数学界对实验数学的反应 (120)
- 三、实验数学对欧氏范式的挑战 (上) (128)
- 四、实验数学对欧氏范式的挑战 (下) (136)

第六章 计算的本质与计算方式的变革

- 从递归计算到量子计算 (142)
- 一、计算之本质与丘奇-图灵论点 (143)
- 二、指数爆炸与计算复杂性 (150)
- 三、DNA 计算与量子计算 (160)
- 四、计算方式的变革及其哲学意义 (170)

数学文化篇 (第七章至第九章)

第七章 数学与科学 (177)

- 一、科学数学化的历史渊源 (179)
- 二、宇宙这部大书是用数学语言写成的 (184)