

全国高等教育自学考试

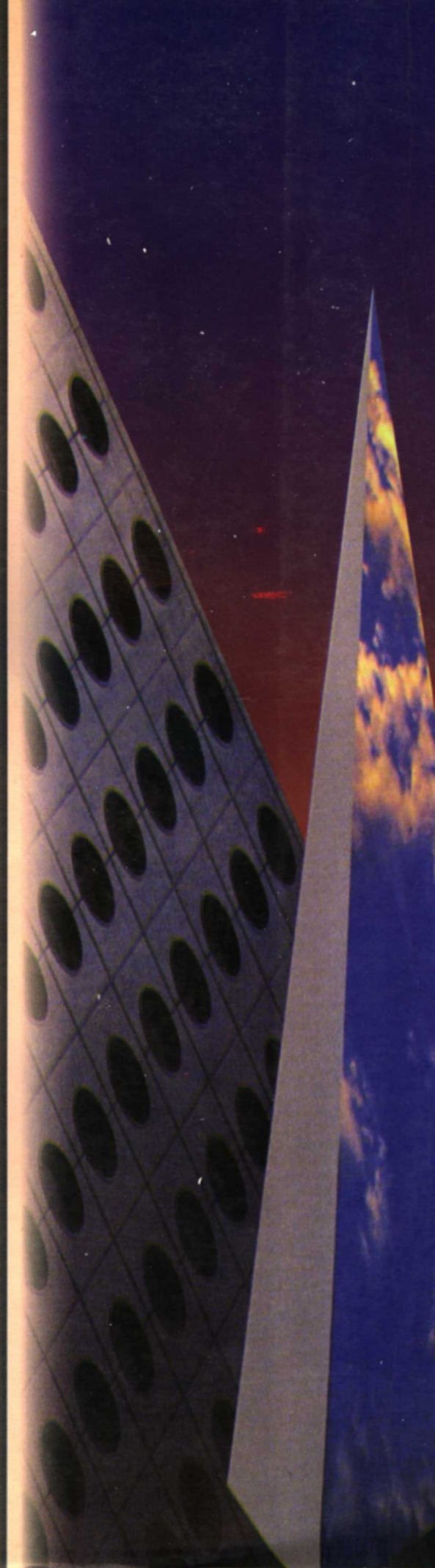


# 结构力学 自学指导

( 土 建 类 )

郭长城 王淑清 编

武汉大学出版社



下列全国高等教育自学考试指导书均由我社出版,不得翻印

- 理论力学自学指导
- 结构力学自学指导
- 材料力学自学指导
- 建筑工程测量自学指导
- 土力学及地基基础自学指导
- 钢筋混凝土及砖石结构自学指导
- 工业与民用建筑专业课程设计指导书

ISBN 7-307-02639-2



9 787307 026391 >

责任编辑 史新奎 装帧设计 胡美英

ISBN 7-307-02639-2/O. 195 定价:23.50 元

全国高等教育自学考试

# 结构力学自学指导

郭长城 王淑清 编

武汉大学出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学自学指导/郭长城,王淑清编. —武汉:武汉大学出版社,1998. 7

本书是全国高等教育自学考试土建类专业课程《结构力学》的辅导用书

ISBN 7-307-02639-2

I 结…

II ①郭… ②王…

III 结构力学—高等学校—自学考试—辅导 (教学)

IV O342

武汉大学出版社出版发行

(430072 武昌 珞珈山)

湖北省秭归县印刷厂印刷

(443600 湖北省秭归县香溪镇解放街103号)

1998年7月第1版 1998年7月第1次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:23.5

字数:579千字 印数:1—5000

ISBN 7-307-02639-2/O·195 定价:23.50元

本书如有印装质量问题,请寄承印厂调换

## 编 者 的 话

一、本书的编写原则是,以《高等教育自学考试结构力学自学考试大纲》为依据,以全国高等教育自学考试教材《结构力学》为理论基础,与自学统编结构力学题库中考题及组卷原则相适应。使自学考生明确,具体考什么,考到什么程度。

二、具体的编法是,对于每一章都给出考核知识点(即本书中的节),对每个知识点给出考核要求和足够数量的例题,其题型和能力层次与题库中的考题相同。

题型包括:判断题,选择题,填充题和计算题。

考核要求用能力层次来衡量。对于结构力学,能力层次由低到高分为:A. 识记与理解; B. 简单应用; C. 复杂应用。一般来说,识记与理解是较易的,简单应用是一般的,复杂应用是较难的。

对每个例题都注明了能力层次。

对考核知识点所给的考核要求是指最高的考核要求。例如某知识点的考核要求为B,就表示这个知识点只考能力层次为A或B的考题,而不考能力层次为C的考题。

在一份考卷中,A、B级考题占总分数的大部分,本书例题中能力层次的分布也与此相适应。

为了便于阅读,对于每个知识点,在例题之前都给了“理论摘要”,其内容包括:主要概念、方法、公式、结论等,以免经常来回翻阅本书与教材。

书末附两套自学考试曾采用过(由自考题库自动组卷)的考题,供考生参考。

三、考生攻读教材时辅以本书,可以使心中更加有数,收到事半功倍之效。但不可用本书代替教材,只有系统掌握理论,才能解答各式各样的考题。另外,也不可只看理论和本书例题而不作习题,那是不能掌握到真正知识的。

四、本书编写分工为:郭长城编第二章、第五章、第六章、第八章,王淑清编第一章、第三章、第四章、第七章。书中插图由赵玉英、刘晓丹绘制。

书中错误和不妥之处,敬希读者指正。

编 者

# 目 录

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| <b>第一章 平面体系几何组成分析</b> .....          | 1   |
| § 1-1 几何不变体系、几何可变体系的概念·瞬变体系的概念 ..... | 1   |
| § 1-2 自由度、刚片、约束(联系) .....            | 2   |
| § 1-3 几何不变体系的组成规则及瞬变体系的鉴别 .....      | 4   |
| § 1-4 平面体系几何组成分析 .....               | 7   |
| <b>第二章 静定结构内力计算</b> .....            | 17  |
| § 2-1 简单刚架支座反力计算 .....               | 17  |
| § 2-2 求指定截面内力 .....                  | 18  |
| § 2-3 作弯矩图 .....                     | 20  |
| § 2-4 作剪力图、轴力图 .....                 | 33  |
| § 2-5 斜杆刚架计算 .....                   | 37  |
| § 2-6 三铰刚架计算 .....                   | 41  |
| § 2-7 主从刚架计算 .....                   | 48  |
| § 2-8 多跨静定梁计算 .....                  | 62  |
| § 2-9 三铰拱计算 .....                    | 65  |
| § 2-10 静定桁架计算 .....                  | 68  |
| § 2-11 组合结构(混合结构)计算 .....            | 75  |
| <b>第三章 虚功原理和结构位移计算</b> .....         | 79  |
| § 3-1 虚功、广义力、广义位移 .....              | 79  |
| § 3-2 变形体虚功方程 .....                  | 82  |
| § 3-3 荷载作用下结构位移计算公式 .....            | 85  |
| § 3-4 虚拟广义单位力的取法·利用公式求位移 .....       | 87  |
| § 3-5 图乘法求位移 .....                   | 94  |
| § 3-6 支座移动引起的位移 .....                | 105 |
| § 3-7 温度变化引起的位移 .....                | 110 |
| § 3-8 线弹性结构的互等定理 .....               | 116 |

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| <b>第四章 力法</b> .....                    | 120 |
| § 4-1 超静定结构的主要特征·超静定次数的确定、力法基本体系 ..... | 120 |
| § 4-2 力法典型方程及方程中系数、自由项的物理意义 .....      | 126 |
| § 4-3 力法基本体系在单位力作用下产生的弯矩图 .....        | 127 |
| § 4-4 力法基本体系在外荷载作用下产生的弯矩图 .....        | 132 |
| § 4-5 图乘法求力法典型方程中的系数和自由项 .....         | 136 |
| § 4-6 已知多余未知力,用叠加法作弯矩图 .....           | 141 |
| § 4-7 力法解超静定梁和刚架 .....                 | 145 |
| § 4-8 力法解桁架 .....                      | 168 |
| § 4-9 力法解铰接排架 .....                    | 172 |
| § 4-10 结构对称性的利用 .....                  | 176 |
| § 4-11 支座移动引起的梁和刚架的内力计算 .....          | 192 |
| § 4-12 超静定结构求位移 .....                  | 198 |
| § 4-13 超静定结构最终内力图的校核 .....             | 199 |
| <b>第五章 位移法</b> .....                   | 202 |
| § 5-1 位移法未知数个数的确定 .....                | 202 |
| § 5-2 位移法典型方程及其中系数、常数项的物理意义 .....      | 206 |
| § 5-3 作位移法基本体系由附加刚臂单位转动产生的弯矩图 .....    | 209 |
| § 5-4 作位移法基本体系由附加支杆单位移动产生的弯矩图 .....    | 210 |
| § 5-5 作位移法基本体系由荷载产生的弯矩图 .....          | 213 |
| § 5-6 求位移法基本体系上附加刚臂的反力矩 .....          | 215 |
| § 5-7 由杆上的弯矩图及荷载求杆端剪力 .....            | 218 |
| § 5-8 求位移法基本体系上附加支杆的反力 .....           | 219 |
| § 5-9 用位移法计算结构 .....                   | 225 |
| § 5-10 利用对称条件计算 .....                  | 261 |
| § 5-11 已知结点位移,求指定杆端力矩,或指定杆弯矩图 .....    | 269 |
| § 5-12 已知弯矩图及荷载,求剪力图 .....             | 271 |
| § 5-13 已知剪力图及荷载,求轴力图 .....             | 272 |
| <b>第六章 力矩分配法</b> .....                 | 274 |
| § 6-1 力矩分配法的有关概念 .....                 | 275 |
| § 6-2 用力矩分配法计算结构,求杆端力矩或绘弯矩图 .....      | 280 |
| § 6-3 用力矩分配法计算对称结构 .....               | 295 |
| § 6-4 已知连续梁的杆端力矩及荷载,求作剪力图及求支座反力 .....  | 299 |
| <b>第七章 影响线及其应用</b> .....               | 301 |
| § 7-1 影响线的概念 .....                     | 301 |

|                                          |            |
|------------------------------------------|------------|
| § 7-2 静力法作单跨静定梁的影响线 .....                | 303        |
| § 7-3 利用影响线求量值 .....                     | 319        |
| § 7-4 荷载最不利位置的确定 .....                   | 323        |
| § 7-5 简支梁的弯矩包络图 .....                    | 329        |
| § 7-6 简支梁的绝对最大弯矩 .....                   | 331        |
| § 7-7 用机动法作连续梁内力影响线的形状·均布活荷载的最不利分布 ..... | 337        |
| <b>第八章 矩阵位移法 .....</b>                   | <b>341</b> |
| § 8-1 单元刚度矩阵、总刚度矩阵 .....                 | 345        |
| § 8-2 单元等效结点荷载列阵、荷载列阵 .....              | 351        |
| § 8-3 已知结点位移列阵,求单元杆端力列阵 .....            | 353        |
| <b>考题举例 .....</b>                        | <b>355</b> |
| 结构力学试题(第一套) .....                        | 355        |
| 结构力学试题(第二套) .....                        | 361        |

# 第一章 平面体系几何组成分析

平面体系按其几何组成可分为几何不变体系,瞬变体系,几何常变体系。只有几何不变体系才能做建筑结构使用,后两类都不能用做建筑结构。这就是研究几何组成分析的目的。

关于自由度只要求掌握其概念,不要求按公式计算自由度。

刚片、约束(联系)的概念要理解。

几何不变体系的组成规则要求记住。各规则中约束间的联结方式应当准确地理解。

对于瞬变体系应掌握其几何特征。

自学考试的重点是,对给出的平面体系做几何组成分析,正确地把体系分为以下四类:

A. 无多余约束的几何不变体系;

B. 有多余约束的几何不变体系;

C. 瞬变体系;

D. 几何常变体系。

其中第一类是静定结构,第二类是超静定结构。第三、四类都归属为几何可变体系。

按本章考核知识点,分别讨论如下。

## § 1-1 几何不变体系、几何可变体系的概念·瞬变体系的概念

### 考核要求 A

#### 理论摘要

杆件体系按其几何组成可分为两大类:几何不变体系和几何可变体系。确定某体系机动性质时,应明确体系几何形状的改变与结构自身的变形是两个不同的概念。在荷载作用下,由于材料的应变结构会产生变形,这种变形是不予考虑的。这里只研究体系几何形状的改变及其位置的变化。

图 1-1(a)所示体系,各杆视为刚性杆,三根杆组成了一个三角形。在外力作用下,其几何形状和位置都不发生变化,这种体系称为几何不变体系。

图 1-1(b)和图 1-1(c)所示体系在外力作用下分别发生了几何形状的变化和位置的改变,称为几何可变体系。

图 1-2(a)所示体系,在外力  $P$  作用下,结点  $A$  可发生微量位移  $\delta$ ,体系经过位移之后不能再继续运动(图 1-2b)。这类体系称为瞬变体系。与此对应,图 1-1(b)、1-1(c)可称为几何常变体系。

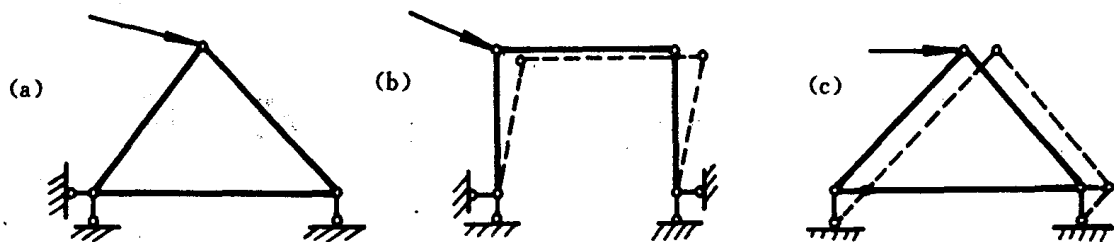


图 1-1

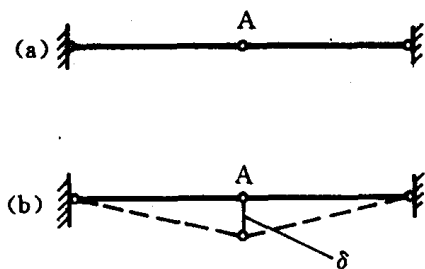


图 1-2

例 1-1 (题型:判断题;能力层次:A)

除常变体系外,其它体系都可用作建筑结构。( )

〔分析〕 平面体系可分为几何不变体系、瞬变体系、常变体系,只有几何不变体系才能用作建筑结构。

〔答〕 ×

例 1-2 (题型:填充题;能力层次:A)

几何不变体系的含义是( )

〔答〕在荷载作用下能保持其几何形状和位置不变的体系。

## § 1-2 自由度、刚片、约束(联系)

### 考核要求 A

#### 理论摘要

所谓体系的自由度是指该体系运动时,确定该体系位置所需要的独立参数的数目。

如教材中所述,在平面内确定一个动点的位置所需要的独立坐标有两个,所以动点的自由度为 2。一个平面图形的位置需要三个独立参数才能确定,它的自由度就是 3。

刚片:在平面体系中,由于不考虑材料的应变,认为各个杆件都没有变形。因此,一根梁,一个链杆,一个已被确定的几何不变的部分都可看成是刚片。例如图 1-3(a)和 1-3(b)。

约束(联系):能够减少自由度的装置即为约束。若能减少一个自由度,该装置就叫做一



图 1-3

个约束。能减少两个自由度的装置就叫做两个约束。体系中最常见的约束有链杆和铰。

链杆是两端以铰和别的物体相联的刚性杆。一个链杆可减少一个自由度。链杆的形状不限于直杆,也可以是折杆及曲杆。

铰可有单铰和复铰之分。联结两个刚片的铰叫单铰。一个单铰相当于两个链杆。反之,两个链杆的作用相当于一个单铰。

所谓复铰是指联结三个以上刚片的铰。复铰可折合成单铰。例如,一个复铰联结着四个刚片,它能折合成三个单铰。推而广之,联结  $n$  个刚片的复铰相当于  $n-1$  个单铰。

例 1-3 (题型:判断题;能力层次:A)

联结两个刚片的铰叫做单铰,一个单铰相当于两个约束( )。

〔答〕 ✓

例 1-4 (题型:填充题;能力层次:B)

图 1-4 所示体系结点 A 叫做( )铰,它相当于( )个单铰。

〔分析〕 结点 A 联结了三根杆件,它是一个复铰,可折算成单铰的数目为  $3-1=2$ 。

〔答〕 复;2

例 1-5 (题型:判断题;能力层次:A)

平面内一链杆自由运动时的自由度等于 1( )。

〔分析〕 一根链杆相当于一个刚片,运动时为确定其位置所需要的独立参数为 3 个,所以链杆的自由度等于 3。

〔答〕 ×

例 1-6 (题型:选择题;能力层次:B)

图 1-5 所示体系,铰 B 为半铰,与它相当的单铰数目为( )。

A. 1; B. 2 C. 3; D. 4

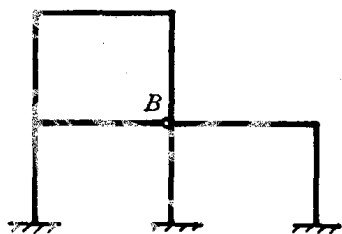


图 1-5

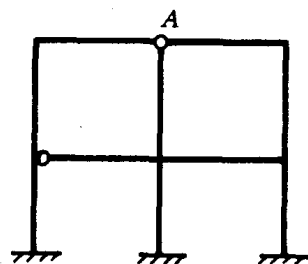


图 1-4

〔分析〕 结点 B 虽然有多根杆件组合而成,但是 B 铰只联结了两个刚片,所以它不是复铰,而是一个单铰。

〔答〕 A

## § 1-3 几何不变体系的组成规则 及瞬变体系的鉴别

### 考核要求 B

#### 理论摘要

#### (一) 无多余约束的几何不变体系的组成规则

从一个几何不变体系上,任意去掉一个约束就使之变成可变体系,则称其为无多余约束的几何不变体系。

规则 1 三刚片用不在一条直线上的铰两两相联(图 1-6),形成的体系为无多余约束的几何不变体系。

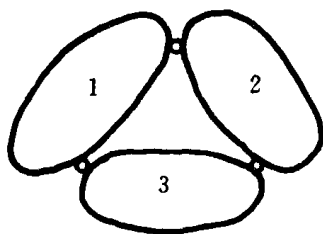


图 1-6

前面说过,两个链杆相当于一个单铰。所以,两刚片之间可用两根链杆联结,两链杆的交点称为虚铰,如图 1-7(a)所示。当然,实铰和虚铰可在同一体系中混合出现,如图 1-7(b)所示。

规则 2 两刚片以一铰及不通过该铰的一个链杆相联(图 1-8),形成的体系为无多余约束的几何不变体系。

规则 3 两刚片以互相不平行,也不相交于一点的两个链杆相连(图 1-9),形成的体系为无多余约束的几何不变体系。

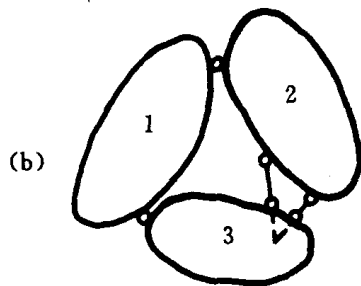
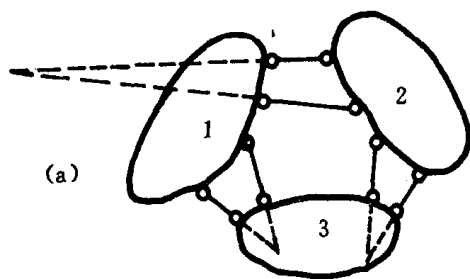


图 1-7

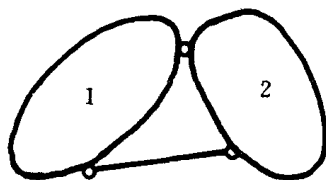


图 1-8

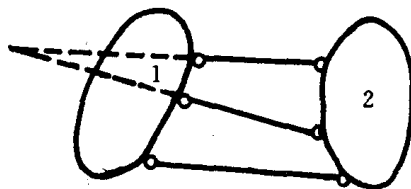


图 1-9

规则 4 在刚片上加(减)二杆结点后形成的新体系,见图 1-10(a),为无多余约束的几

何不变。

二杆结点又称之为二元体或双杆系。用逐次加二杆结点的方法可得到许多新刚片,见图 1-10(b)。

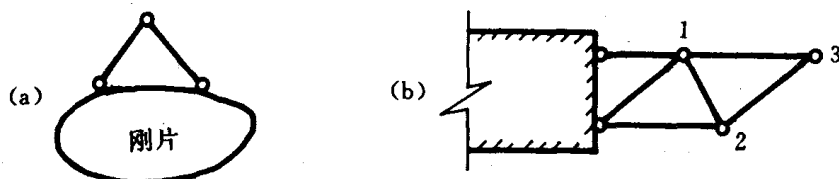


图 1-10

### (二)瞬变体系的几何组成

1. 三刚片用三个铰两两相联,三个铰在一条直线上。
2. 两刚片用三链杆相联,这三个链杆相交于一点或三链杆相互平行但长度不等。
3. 两刚片用一铰一杆相联,该杆通过铰的中心。

### (三)体系内出现虚铰在无限远处的情况

为清楚起见,把虚铰在无限远处的情况单独提出,分析三刚片体系时会遇到这类问题。

#### 1. 有一个虚铰在无限远处

如图 1-11 所示体系,刚片 1 和刚片 2 用一对平行链杆相联,其交点在无限远处。当组成虚铰的两个平行链杆与其余两铰的连线不平行时,体系为无多余约束几何不变;否则为瞬变。

#### 2. 两个虚铰在无限远处

图 1-12 所示刚片 1、2、3,其中刚片 1 和刚片 2 用一对平行链杆相联,构成一个在无限远处的虚铰,刚片 1 和刚片 3 用另一对平行链杆相联,构成了另一个虚铰。刚片 2 和刚片 3 用一铰链相联。当两个虚铰的链杆方向不平行时,体系为无多余约束的几何不变,否则为瞬变。

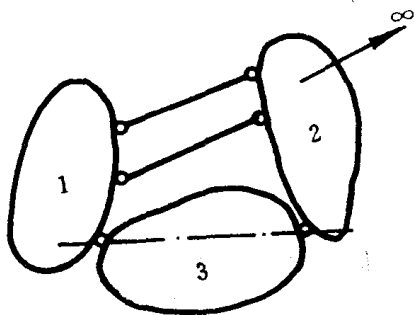


图 1-11

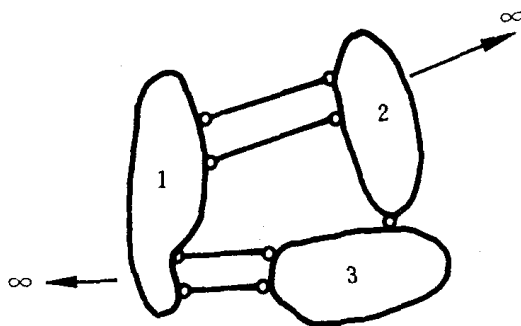


图 1-12

#### 3. 三个虚铰在无限远处

图 1-13 所示三刚片,每两个刚片之间都用相互平行的两个链杆相联,构成了三个虚铰都在无限远处。这种体系是瞬变的。

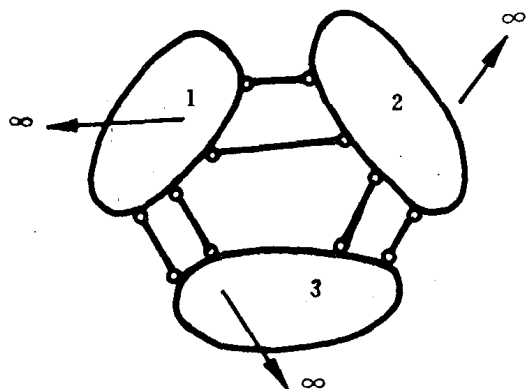


图 1-13

#### (四)常变体系

1. 缺少约束,即自由度大于零的情况,如图 1-14 所示。

2. 不缺少约束,由于体系中杆件布局不合理,不能满足四条规则之一,如图 1-15 所示。

3. 两刚片用三根相互平行且等长的链杆相联时,为几何常变。

例 1-7 (题型:判断题;能力层次:A)

三刚片用三个铰两两相联,该体系是几何不变。( )

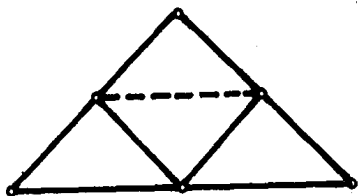


图 1-14

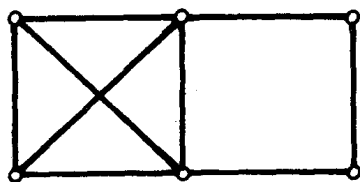


图 1-15

〔答〕 ×

例 1-8 (题型:填空题;能力层次:A)

三刚片用三个铰两两相联时,瞬变原因是( )。

〔答〕 三铰在一条直线上。

例 1-9 (题型:选择题;能力层次:A)

两个刚片用三根链杆联结而形成的体系是( )。

- A. 常变体系; B. 瞬变体系;  
C. 几何不变体系; D. 几何不变体系、几何瞬变体系、几何常变体系。

〔分析〕 题目中只提到两刚片三链杆相联,这可能有三种情况出现:

- ①三链杆不完全平行,也不相交于一点。  
②三链杆相交于一点或相互平行(各链杆长度不等。)  
③三链杆相互平行且长度相等。

答 D

例 1-10 (题型:填空题;能力层次:A)

两刚片用一铰一杆相联,该杆( )为几何不变体系;该杆( )为瞬变体系。

〔答〕 不通过铰的中心;通过铰的中心。

例 1-11 (题型:判断题;能力层次:B)

图 1-16 所示体系,杆 1 与杆 2 的交点 O 称之为虚铰( )。

〔分析〕 杆 1 和杆 2 联结的是两个不同的刚片,不能称其二者的交点为虚铰。所谓虚铰指的是联结相同两刚片的两根链杆的交点。

〔答〕 ×

例 1-12 (题型:判断题;能力层次:A)

图 1-17 所示两体系,其中图 1-17(a)上的结点 A 不是二杆结点,图 1-17(b)上的结点 D 是二杆结点( )。  
(此题是教材中的习题 2-4)。

〔分析〕 任何体系上加二杆结点时,其几何组成性质不变。原来的自由度也不变。

图 1-17(a)所示刚片 I (平面图形),其自由度为 3。加上三个杆件(AB、AC、DC)后,该体系的自由度为  $4 \times 3 = 12$  个。结点 A、结点 B 和结点 D 都是一个单铰,结点 C 是一复铰,它相当于两个单铰。一个单铰相当于两个链杆,能减少两个自由度。总计是 5 个单铰,减少了 10 个自由度。则新体系的自由度为  $12 - 10 = 2$  个。和原刚片 I 的自由度不一样了。

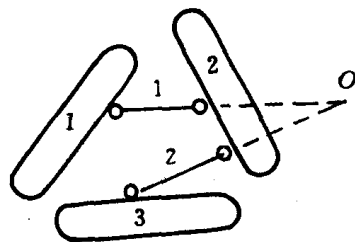


图 1-16

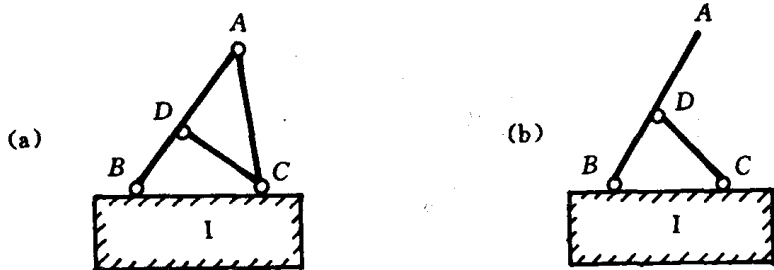


图 1-17

图 1-17(b)所示刚片 I (平面图形),其自由度为 3,加上杆件 AB 和 DC 之后,新体系的自由度为  $3 \times 3 = 9$  个。结点 B、C、D 都是单铰,总计减少了 6 个自由度。这样,新体系的自由度依然等于 3 个( $9 - 6 = 3$ ),即原刚片的自由度没有改变。

〔答〕 ✓

## § 1-4 平面体系几何组成分析

### 考核要求 C

#### 理论摘要

(一)进行几何组成分析时,一般应注意三点:

1. 尽量拆去二杆结点(双杆系或二元体)。
2. 把所给体系归并为两个刚片或三个刚片的结合,以便与前面提到的规则相对照。
3. 如给出的体系与大地只用三支杆稳固联系(这三支杆不完全平行,也不相交于一点),则应先去掉三支杆,只分析上部体系,看其是否是一刚片。如果与大地的联系多于三个支杆,必须首先把大地看成一个刚片,上部体系与地球连同一起进行分析。

(二)分析体系有无多余约束、是否缺少约束

把给定体系与组成上相近的无多余约束的几何不变体系对比,若去掉  $n$  个约束后可成为无多余约束的几何不变体系,则该体系的多余约束数目就是  $n$  个。若加上  $n$  个约束后才能成为无多余约束的几何不变体系,则该体系缺少的约束数目为  $n$  个。

具有多余约束的几何不变体系为超静定结构,多余约束的数目即为超静定次数。

缺少约束的体系为几何常变体系。

(三)通过几何组成分析,对静定结构要求能确定其计算途径,对超静定结构能正确判断其超静定次数。这为后面章节的学习会打下一定的基础。

例 1-12 (题型:判断题;能力层次:B)

图 1-18(a)所示体系为无多余约束的几何不变体系( )。

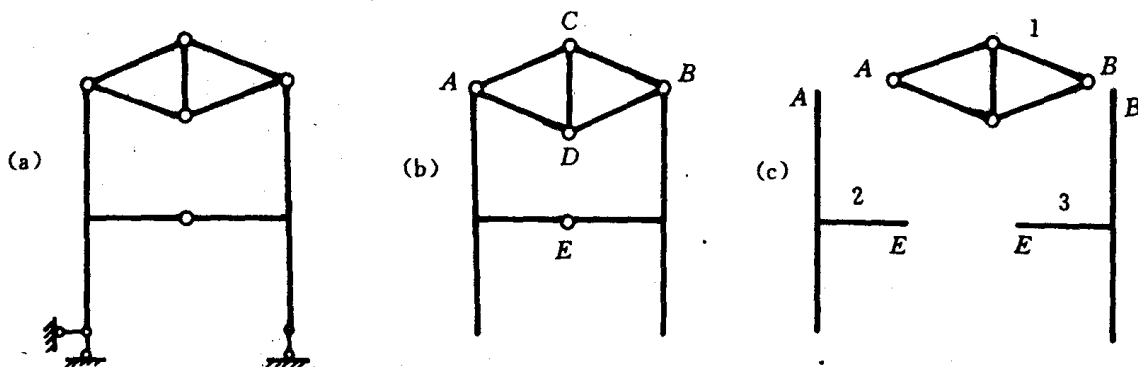


图 1-18

〔分析〕 该体系以三链杆和地球相联,这三个链杆既不完全平行也不相交于一点。故上部体系与地球的联结是符合规则 3 的,只分析其上部体系即可。如果上部是刚片(几何不变体系),则体系就是几何不变的。

去掉三个支座链杆,示于图 1-18(b)。大家知道,三角形是刚片,加双杆系后形成的是新的刚片,因此该体系可划分为三个刚片,如图 1-18(c)所示。这三个刚片分别用铰  $A$ 、 $B$ 、 $E$  两两相联,见图 1-18(b),且三铰不在一条直线上,符合规则 1。因而原体系(图 1-18(a))是几何不变的。

〔答〕 ✓

例 1-13 (题型:填空题;能力层次:B)

图 1-19(a)所示体系为( )。

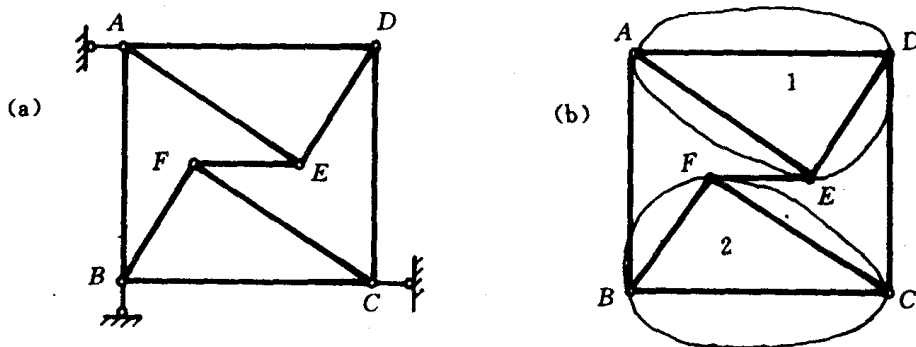


图 1-19

〔分析〕 凡是有三个支杆(不平行,不相交于一点)与大地相联的体系,进行几何组成分析时,都可先去掉这三个支杆,分析其余部分。去掉支杆后的体系示于图 1-19(b)。经观察,它可归结为两个刚片的联结。三角形  $ADE$  和三角形  $BCF$  分别称之为刚片 1 和刚片 2,这两个刚片用三根链杆( $AB$ 、 $DC$ 、 $EF$ )相联,三链杆不平行,不相交于一点,符合规则 2。因此,原体系(图 1-19(a))是几何不变。

〔答〕 几何不变体系。

例 1-14 (题型:选择题;能力层次:B)

对图 1-20(a)所示体系进行几何组成分析,它是: ( )

- A. 无多余约束的几何不变体系;
- B. 有多余约束的几何不变体系;
- C. 瞬变体系;
- D. 几何常变体系。

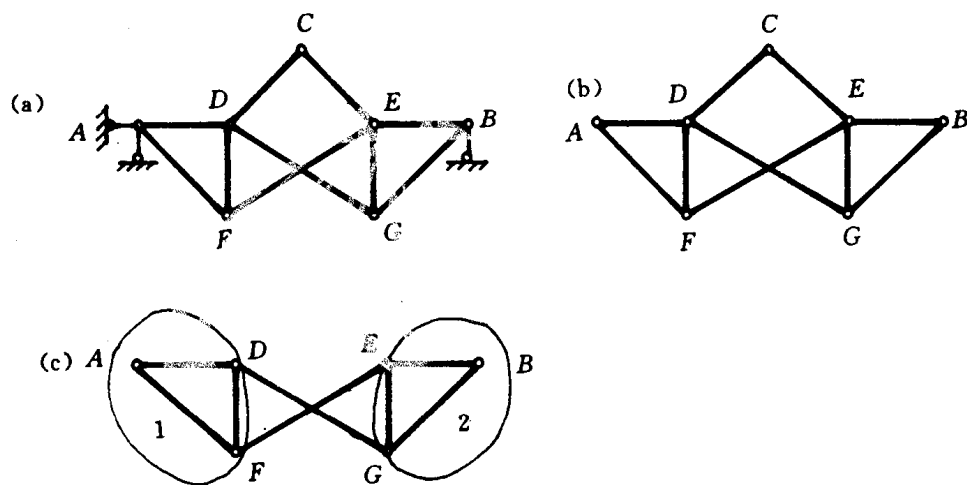


图 1-20

〔分析〕 去掉与大地相连的三链杆,示于图 1-20(b)中。结点  $C$  是两杆结点,把杆  $CD$  和杆  $CE$  去掉(按规则 4),如图 1-20(c)所示。

三角形  $ADF$  和三角形  $BEG$  分别称之为刚片 1 和刚片 2,这两个刚片用两个链杆( $DG$  和  $EF$ )相联。因为两个刚片组成的几何不变体系至少要有三个链杆(或一铰一杆),故该体系属于缺少约束的情况,它是几何常变。

〔答〕 D

例 1-15 (题型:填空题;能力层次:B)

图 1-21(a)所示体系是( )。

〔分析〕 解除与大地相连的三支杆,如图 1-21(b)所示。本题全部由链杆联结而成。经观察,露在外面的二杆结点就有四个,依次拆除二杆结点(减双杆系或减二元体) $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 。显露出来的结点  $E$  和结点  $F$  还是二杆结点,再拆掉结点  $E$ 、结点  $F$ ,剩下的只有杆件  $GH$ ,一根杆就是刚片。所以,原体系是几何不变体系。

上面的分析采用的是减双杆系,也就是拆除二杆结点的方法。也可以采用加双杆系,即增加二杆结点的方法,同样可得到相同的结论。先选取三角形  $EGH$  为一刚片,依次增加二