

21

世纪高等院校教材

声学测量

陈克安 曾向阳 李海英 编著

 科学出版社
www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材

声学测量

陈克安 曾向阳 李海英 编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书首先介绍了与声学测量有关的声学基础理论知识,给出了噪声的评价方法和标准,然后就声学测量仪器和相关专门技术分别加以介绍,包括测量传声器、声学仪器和设施、噪声源测量、声学材料和声学结构的声学性能测量等,并侧重于空气中可听声的测量.本书内容广泛、系统性强,内容新颖,反映了声学测量技术及仪器的最新进展.

本书重点面向噪声控制、建筑声学和环境声学方向的本科专业学生,同时也可作为有关专业的研究生教材和广大声学工作者的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

声学测量 / 陈克安,曾向阳,李海英编著. —北京:科学出版社,2005
21世纪高等院校教材
ISBN 7-03-015950-0

I. 声… II. ①陈…②曾…③李… III. 声学测量-高等学校-教材
IV. TB52

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 081102 号

责任编辑:胡华强 昌盛 姚庆爽 / 责任校对:刘小梅
责任印制:安春生 / 封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年8月第一版 开本:B5(720×1000)

2005年8月第一次印刷 印张:13 1/4

印数:1—2 500 字数:250 000

定价:20.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈路通〉)

前 言

声学是一门古老又充满生机的学科,它研究各种介质中声波的产生、传播、接收和重放.按频率划分,声波分为次声、可听声和超声.传播声波的介质有气体、固体和液体.因此,声学的分支学科众多,涉及的基本理论、研究方法和技术手段范围非常广泛.

声学测量是声学学科重要的分支之一,是声学理论研究和声学技术发展的基石.熟练掌握各种声学测量方法和测量仪器的使用是加深声学基础知识、锻炼实践动手能力、掌握科学实验方法的重要手段.目前,国外有关声学测量的书籍非常有限,而国内仅有的两本出版于20年前,其内容已落后于声学测量技术的快速发展.另外,到目前为止,国内还没有一本专门的声学测量方面的教科书.为此,我们着手编写了这样一本以本科教学为目的的教材.

本书侧重于空气中可听声的测量,重点面向噪声控制、建筑声学和环境声学方向的本科专业,同时也可作为有关专业的研究生教材和广大声学工作者的参考书.本书正文分为8章,另有3个附录.首先介绍了与声学测量有关的声学基础理论知识,给出了噪声的评价方法和标准,然后就声学测量仪器和相关专门技术分别加以介绍,包括测量传声器、声学仪器和设施、噪声源测量、声学材料和声学结构的声学性能测量等.鉴于噪声污染问题日益突出,本书第8章介绍了主要的环境噪声的测量方法,最后,就测量误差及其分析进行了阐述.

本书的主要特色表现在:①内容广泛、系统性强.既介绍了有关声学测量的基础知识,如声学基础、测量基础、基本的声学仪器、设备和设施,又针对环境声学、噪声与振动控制,讲述了噪声源测量、声学材料与声学结构的测量、环境噪声测量的各种知识.另外,在附录中,给出了有关噪声污染与控制的国家和标准,对树立学生环境保护的全局观念大有帮助.②内容新颖、反映学科发展的最新动向.近20年来,声学测量技术的发展突飞猛进,新的测量方法和测量仪器不断涌现.本书尽量反映这种变化,增强了声强技术及其在声学测量中的应用、数字化声学测量仪器和系统的功能和使用、数字信号处理技术在声学测量中的应用等.

编著者虽竭尽全力,但错误仍在所难免,希望读者指正,并对进一步的修改和完善提出宝贵意见.

作 者
2004年12月

目 录

前言

第 1 章 声音的基本特性	(1)
1.1 声波的产生与波动方程	(1)
1.1.1 声波的产生	(1)
1.1.2 波动方程	(2)
1.2 声波的基本特性	(3)
1.2.1 声波的分类	(3)
1.2.2 声波的反射、折射与透射	(4)
1.2.3 声波的干涉	(5)
1.3 声场基本特性	(6)
1.3.1 声场的分类	(6)
1.3.2 声波导管理论	(7)
1.3.3 室内声场	(8)
1.4 基本声学参量	(11)
1.4.1 声压、声强与声功率	(11)
1.4.2 声学参量的级与运算	(13)
1.4.3 噪声评价参量	(18)
第 2 章 声信号采集与分析	(32)
2.1 声信号及其基本特性	(32)
2.1.1 声信号及其分类	(32)
2.1.2 随机信号分析	(33)
2.2 声信号采集	(37)
2.2.1 数据采样	(37)
2.2.2 模数转换	(39)
2.3 傅里叶变换及其实现	(42)
2.3.1 离散傅里叶变换	(43)
2.3.2 快速傅里叶变换	(45)
2.4 声信号的频率分析	(48)
2.4.1 倍频程分析	(48)
2.4.2 临界带宽	(50)

第3章 声波的接收	(52)
3.1 声波接收的基本原理	(52)
3.2 传声器概述	(53)
3.2.1 传声器的分类及工作原理	(53)
3.2.2 传声器的主要性能	(56)
3.3 测量传声器	(57)
3.3.1 测量传声器工作原理	(58)
3.3.2 测量传声器的特性	(59)
3.3.3 测量传声器的选择	(64)
3.4 测量传声器的校准	(66)
3.4.1 声压灵敏度校准	(66)
3.4.2 自由场灵敏度校准	(68)
3.4.3 活塞发生器校准	(69)
3.4.4 其他校准方法	(70)
3.5 测量传声器的附件	(71)
第4章 声学仪器与声学设施	(72)
4.1 声级计	(72)
4.1.1 概述	(72)
4.1.2 基本组成	(73)
4.2 声强测量系统	(78)
4.2.1 P-U 和 P-P 技术	(79)
4.2.2 声强表达式	(82)
4.2.3 声强探头的校准	(86)
4.3 数字式声学仪器	(88)
4.3.1 数字式声级计	(88)
4.3.2 实时信号分析仪	(90)
4.4 声学设施	(95)
4.4.1 消声室	(95)
4.4.2 混响室	(96)
第5章 测量规范	(99)
5.1 测量的事前准备	(99)
5.1.1 测量流程设计	(99)
5.1.2 环境因素对测量的影响	(102)
5.2 测量误差	(105)
5.2.1 测量误差及其分类	(105)

5.2.2	测量误差理论	(109)
5.2.3	测量数据的统计分析与检验	(111)
5.3	噪声标准	(115)
5.3.1	声学测量基础标准	(115)
5.3.2	噪声限值标准	(116)
5.3.3	噪声测量标准	(118)
第6章	噪声源测量	(122)
6.1	噪声级测量	(122)
6.1.1	稳态噪声测量	(123)
6.1.2	非稳态噪声测量	(124)
6.1.3	噪声剂量测量	(126)
6.2	声功率测量	(127)
6.2.1	声压法	(128)
6.2.2	声强法	(132)
6.2.3	标准声源法	(134)
6.2.4	振速法	(135)
6.3	噪声源识别与定位	(136)
6.3.1	声学测量法	(137)
6.3.2	信号分析法	(140)
第7章	声学材料与声学结构的测量	(141)
7.1	吸声系数和声阻抗率测量	(141)
7.1.1	驻波管法	(142)
7.1.2	声波导中的双传声器法	(148)
7.1.3	声波斜入射时吸声材料特性测量	(152)
7.1.4	混响室法	(157)
7.2	隔声测量	(159)
7.2.1	隔声量	(160)
7.2.2	混响室法	(160)
7.2.3	现场测量方法	(163)
7.3	消声器声学性能测量	(165)
第8章	环境噪声测量	(168)
8.1	区域环境噪声测量	(168)
8.1.1	城市环境噪声测量	(168)
8.1.2	飞机环境噪声测量	(173)
8.1.3	铁路环境噪声测量	(179)

8.2 工业企业噪声测量	(180)
8.2.1 车间内噪声的测量方法	(181)
8.2.2 边界噪声测量方法	(181)
8.3 常用交通工具噪声测量	(183)
8.3.1 机动车辆噪声测量	(183)
8.3.2 铁路机车车辆噪声测量	(185)
8.3.3 船舶辐射噪声测量	(186)
参考文献	(189)
附录 A 中华人民共和国环境噪声污染防治法	(190)
附录 B 重要的噪声限值标准	(197)
B.1 城市区域环境噪声标准	(197)
B.2 建筑施工场界噪声限值标准	(198)
B.3 工业企业厂界噪声标准	(199)
附录 C 声学量与声学单位	(201)
C.1 声学量与单位的名称和符号	(201)
C.2 CGS 制与 SI 制单位换算系数表	(204)

第 1 章 声音的基本特性

我们的周围存在着各种各样的声音,总体上可分为语言声、音乐声、自然声和噪声等四大类.如人们的讲话声,乐器的演奏声,林中的鸟鸣声,山涧的流水声和松涛声,机器的轰鸣声,火车、汽车、飞机等交通工具发出的噪声等.要对这些声音及相关声学现象进行测量和定量研究,必须对声音的基本特性有深入了解.

本章分为 4 节.首先介绍声音的产生机理和描述声波运动规律的数学方程——波动方程,然后分别阐述声波的分类及声学测量中需要关注的典型声学现象,如声波的反射、折射与透射,声波的干涉等,随后就各类声场的基本特性进行详细叙述,最后逐一介绍各类基本声学量,它们是声学测量的对象,必须对其基本概念和基本性质有准确无误的认识.

1.1 声波的产生与波动方程

1.1.1 声波的产生

日常生活中的绝大部分声音来源于物体的振动.如讲话的声音来源于喉内声带的振动,扬声器发声来源于纸盆的振动,机械噪声来源于机器部件的振动.凡是发出声音的物体都可称为声源.声源不一定是固体,液体和气体同样会由于振动而发声,如浪涛声和汽笛声就是由流体诱发引起的.

声音是听觉系统对声波的主观反映,而声波的产生来源于声源诱发的振动在介质中的传播.因此,产生声波的必要条件是声源和介质(空气、水等等).真空中没有介质存在,因而在真空中不能传播声音.需要注意的是,声波在介质中的传播,只是介质振动状态的传播,介质本身并没有向前运动.它只是在其平衡位置附近来回地振动,所传播出去的是物质的运动形态,这种运动形式叫波动.声音是机械振动状态的传播,这种传播过程是一种机械性质的波动,故而称为声波.

在气体、液体等理想流体介质中,声振动传播的方向与介质质点振动方向是一致的,此类声波是纵波.描述声波的最常见的基本物理量是声压,它是介质受扰动后产生的逾量压强,其单位是压强的单位:Pa(帕). $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$.

描述声压的基本参量包括幅度、相位、频率和波长等.例如,一列纯音声波,在数学上表示为 $p = p_a \sin(\omega t + \phi)$,则 p_a 是该声波的幅度, $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, ω 为角频率, f 为频率, T 为周期, ϕ 为相位.一个周期内声波的长度称为波长,它与频率成反比,有 $\lambda = c_0/f$,其中 c_0 是声波传播的速度.

频率在 20Hz~20kHz 的声音称为音频声,也称为可听声,它是具有正常听力的人能够听得到的声音;小于 20Hz 的声音称为次声;大于 20kHz 的声音称为超声.如无特别声明,本书所指的声音是音频声.

1.1.2 波动方程

声波所及的空间称为声场.在声场中,描述声场时间、空间变化规律和相互联系的数学方程叫做声波的波动方程,它是一切声学理论研究的基础.为了使研究的问题得到简化,本书仅讨论理想流体介质中小振幅声波的情况,相应的波动方程称为线性声波波动方程.

1. 理想流体介质的三个基本方程

所谓的理想流体介质是指:介质中不存在黏滞性;介质在宏观上是均匀的、静止的;声波在介质中的传播为绝热过程.在理想流体介质中,声波扰动的传播必然满足三个基本物理定律:牛顿第二定律、质量守恒定律和热力学定律由此得到的三个基本方程为:运动方程、连续性方程和物态方程.在一维空间(如 x 方向),这三个方程可分别表示为

$$\rho \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.1.1)$$

$$- \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.1.2)$$

$$dP = c^2 d\rho \quad (1.1.3)$$

其中 p, v, ρ 分别为声场中某一点由于声扰动引起的声压、质点振速和介质密度; P 为介质总的声压,有 $P = P_0 + p$; c 为声波的传播速度.

2. 小振幅声波的一维波动方程

所谓的小振幅声波,指的是该声波满足如下条件:①声压远小于介质中的静态压强;②介质质点振速远小于声波的传播速度;③质点位移远小于声波波长;④介质密度增量远小于静态密度.自然界中的绝大多数声波可归为小振幅声波,它是线性声学研究的对象.

在一维空间中,对于小振幅声波,方程(1.1.1)~(1.1.3)分别可以进一步简化为如下形式:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.1.4)$$

$$- \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (1.1.5)$$

$$p = c_0^2 \rho' \quad (1.1.6)$$

其中 ρ_0, c_0 为没有声扰动时介质的密度和声波的传播速度. 消去式(1.1.4)~(1.1.6)中的任意两个变量, 如质点振速和介质密度变量, 剩下的两个式子分别对 x 和 t 求导, 综合整理后可以得到

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.1.7)$$

这就是一维声场中的波动方程.

3. 三维波动方程

在三维空间中, 式(1.1.4)~(1.1.6)可以推广表示为如下形式:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\text{grad} p \quad (1.1.8)$$

$$-\text{div}(\rho_0 \mathbf{v}) = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (1.1.9)$$

$$p = c_0^2 \rho' \quad (1.1.10)$$

其中

$$\text{grad} p = \frac{\partial p}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{k}, \quad \text{div}(\rho_0 \mathbf{v}) = \frac{\partial(\rho_0 v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_0 v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_0 v_z)}{\partial z}$$

由此可以导出三维波动方程为

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.1.11)$$

其中 ∇^2 为拉普拉斯算子, 在直角坐标系中为

$$\nabla^2 = \text{div}(\text{grad} p) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

1.2 声波的基本特性

1.2.1 声波的分类

声波在传播过程中, 振动相位相同的质点所构成的曲面称为波阵面. 按波阵面的不同, 声波可分为球面波、柱面波和平面波三类. 如果声波的波阵面为一系列同心球面, 这样的声波就是球面声波; 球形声源产生的声波是球面波, 它是实际环境下最常见的一种声波形式. 如果脉动球形声源的直径远小于所辐射声波的波长, 此声源则近似为点声源. 在无界空间中(也称为自由空间), 点声源辐射产生的声波为各向均匀的球面波, 其声压表达式为

$$p = \frac{jk\rho_0 c_0 q_0}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (1.2.1)$$

其中 $k = \omega/c_0$ 为声波波数, q_0 为声源强度, 由球源半径和球面振动幅度确定.

平面波指的是声波沿一个方向(如 x 方向)传播, 在其余方向上所有质点的振幅和相位均相同的声波, 它的波动方程为一维声波方程[式(1.1.7)]. 通常条件下并不会产生真正意义上的平面波, 不过在声学领域中, 平面波却是主要的研究对象. 原因有三: ①在辐射声场的远场, 各种类型的声波均可近似为平面波; ②在管道中或利用特殊的声学装置(如驻波管)可以产生理想的平面波; ③平面波具有其他类型声波主要的物理特性, 但其理论分析又相对简单. 平面波的声压表达式为

$$p(x) = p_a e^{j(\omega t - kx)} \quad (1.2.2)$$

其中 p_a 为声压振幅, 对平面波而言, 它是一个常数.

1.2.2 声波的反射、折射与透射

前面讨论了声波在无界空间中的传播规律, 然而在实际中真正的无界空间并不多见, 常会遇到各种各样的“障碍物”, 例如, 声波从一种介质进入另一种介质就属于这种情况.

1. 声学边界条件

声波在两种介质的分界面上会发生反射、透射(对垂直入射声波)和折射(对斜入射声波)现象. 要获得入射波、反射波、透射波(或折射波)之间的定量关系, 需要用到边界条件.

在无限大的分界面上, 有两种声学边界条件, 它们是声压连续条件和法向质点振速连续条件, 其数学表达式为

$$p_1 = p_2 \quad (1.2.3)$$

$$v_1 = v_2 \quad (1.2.4)$$

其中 p, v 分别为分界面上的声压和质点振速, 下标 1 和 2 分别表示介质 1 和介质 2.

2. 折射定律

对于一维斜入射平面波问题, 入射波声压和质点振速为

$$p_i = p_{ia} e^{j(\omega t - k_1 x \cos\theta_i - k_1 y \sin\theta_i)} \quad (1.2.5)$$

$$v_{ix} = -\frac{\cos\theta_i}{\rho_1 c_1} p_i \quad (1.2.6)$$

反射波声压和质点振速为

$$p_r = p_{ra} e^{j(\omega t + k_1 x \cos \theta_r - k_1 y \sin \theta_r)} \quad (1.2.7)$$

$$v_{rx} = -\frac{\cos \theta_r}{\rho_1 c_1} p_r \quad (1.2.8)$$

在介质的另一侧的透射波声压和质点振速为

$$p_t = p_{ta} e^{j(\omega t - k_2 x \cos \theta_t - k_2 y \sin \theta_t)} \quad (1.2.9)$$

$$v_{tx} = -\frac{\cos \theta_t}{\rho_2 c_2} p_t \quad (1.2.10)$$

在分界面上,有以下边界条件

$$p_i + p_r = p_t \quad (1.2.11)$$

$$v_{ix} + v_{rx} = v_{tx} \quad (1.2.12)$$

由此可以获得声波反射与折射定律

$$\theta_i = \theta_r \quad (1.2.13)$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (1.2.14)$$

1.2.3 声波的干涉

如果空间中存在多个声源,则会产生不止一系列的声波,这在声学测量领域是常见现象.先不考虑各声源的相互作用,下面研究各列声波叠加后的声压和声能密度的情况.

1. 声波的相干性

设有两列同频率、相差固定的平面波,分别为

$$p_1 = p_{1a} \cos(\omega t - \varphi_1), \quad p_2 = p_{2a} \cos(\omega t - \varphi_2) \quad (1.2.15)$$

合成声场的声压为

$$p = p_a \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.2.16)$$

其中

$$p_a^2 = p_{1a}^2 + p_{2a}^2 + 2p_{1a}p_{2a} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1.2.17)$$

$$\varphi = \arctan \frac{p_{1a} \sin \varphi_1 + p_{2a} \sin \varphi_2}{p_{1a} \cos \varphi_1 + p_{2a} \cos \varphi_2} \quad (1.2.18)$$

合成声场的平均声能密度为

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2 + \frac{p_{1a} p_{2a}}{\rho_0 c_0^2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1.2.19)$$

由式(1.2.19)可以看出,两列声波叠加后的声波平均声能密度会出现极大、极小相互交错的现象,这就是声波的干涉现象.对于不同频率的两列固定相差声波,有

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2 \quad (1.2.20)$$

2. 无规相位声波的叠加

对于具有相同频率的两列相位随机变化的声波,有

$$p_1 = p_{1a} \cos(\omega t - \varphi_1), \quad p_2 = p_{2a} \cos(\omega t - \varphi_2) \quad (1.2.21)$$

合成声场的声压为

$$p = p_a \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.2.22)$$

其中

$$p_a^2 = p_{1a}^2 + p_{2a}^2 + 2p_{1a}p_{2a} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1.2.23)$$

$$\varphi = \arctan \frac{p_{1a} \sin \varphi_1 + p_{2a} \sin \varphi_2}{p_{1a} \cos \varphi_1 + p_{2a} \cos \varphi_2} \quad (1.2.24)$$

合成声场的平均声能密度为

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2 \quad (1.2.25)$$

对于多列这样的声波,有

$$p_e^2 = p_{1e}^2 + p_{2e}^2 + \cdots + p_{ne}^2 \quad (1.2.26)$$

在实际场合中,多人讲话发出的声音,多台机器发出的噪声,不同车辆发出的交通噪声的叠加都可以看作无规相位声波的叠加。

1.3 声场基本特性

1.3.1 声场的分类

声场是指声波到达的空间.声空间总体上分为自由空间和有界空间两大类.理想的自由空间是指无限大的、没有障碍物的空间.有界空间指的是空间部分或全部被边界所包围,又分为两类:一类指那些有部分开口的闭合空间,如通风管道、输液输气管道、消声器等,由此形成的声场称为管道声场;另一类指完全封闭的闭合空间,如生产车间、办公室、音乐厅、会议室等,由此形成的声场为封闭空间声场。

纯粹的自由空间并不多见,如果空间边界和空间内物体对声传播方式的影响很小,则该空间中的声场可近似为自由声场.如旷野中的变压器噪声声场、空中航行的飞机辐射噪声声场、封闭空间中机械设备所在位置附近区域直达声形成的声场等。

在自由声场中,声波只是从声源向四周辐射出去,而不受边界和其他物体的阻碍,同时也没有另外的声波干扰,声场中只传播自由行波。

对于一维管道,如果管道无限长,则在管道方向上的声传播与自由空间无异,所传播的声波为行波.在管道横截面上声波则形成特定形式的驻波或简正波.任意

声源都可以激发出许多阶简正波,当声源的振动频率小于管道截止频率时,管道中的高次波将沿管道方向逐步衰减,最后只能传播均匀平面波。

封闭空间中,当声源发出声波向四周传播,在碰到边界产生反射之前的声波称为直达声;一次以上的反射声波将在空间中产生驻波,形成混响声。按声源频率的高低,混响声场又分为驻波声场和扩散声场。在低频段,声波在空间的传播会形成明显的驻波分布,每一个具有驻波形式的声场分布又称为声模态,相应的声场分析采用简正波理论或波动声学理论;当声源频率逐渐升到所谓的 Schroeder 频率后,一个声模态特征频率的半功率带宽内存在三个以上的声模态时,声场中各点的声能密度从统计的观点来看表现出大致均匀的倾向,此时的声场称为扩散声场。

1.3.2 声波导管理论

1. 矩形声波导管

假设有一矩形管道,长度方向用 Z 坐标表示,管口取在 $z=0$ 处,另一端延伸到无限远处。管道截面在 XY 平面,长度分别为 l_x, l_y 。在管道内,声场用直角坐标系表示,其声波方程为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.3.1)$$

令 $p(x, y, z, t) = p_a(x, y, z) e^{j\omega t}$, $p_a(x, y, z) = X(x) Y(y) Z(z)$, 代入式(1.3.1), 在 X, Y, Z 三个方向即可获得三个独立坐标的常微分方程。以 X 坐标为例,有

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + k_x^2 X(x) = 0 \quad (1.3.2)$$

Y, Z 坐标的两个方程与此类似。式(1.3.2)中, k_x 为待定常数,称为 X 方向的波数,各方向波数之间满足如下关系:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (1.3.3)$$

因为管道在 X, Y 方向有界,声波入射到边界上产生反射波,入射波与反射波叠加后产生驻波; Z 方向没有边界,传播自由行波,因而设

$$X(x) = A_x \cos k_x x + B_x \sin k_x x \quad (1.3.4a)$$

$$Y(y) = A_y \cos k_y y + B_y \sin k_y y \quad (1.3.4b)$$

$$Z(z) = A_z e^{-jk_z z} \quad (1.3.4c)$$

根据运动方程,可以求得 X, Y 方向的质点振速 v_x 和 v_y 。假设管道内壁为刚性边界,则边界条件为

$$v|_{x=0} = v|_{x=l_x} = 0, v|_{y=0} = v|_{y=l_y} = 0 \quad (1.3.5)$$

将式(1.3.5)代入 v_x 和 v_y 的表达式中即可求得待定系数 B_x 和 B_y 。最后可求得

$$p(x, y, z, t) = \sum_{n_x=0}^{\infty} \sum_{n_y=0}^{\infty} p_{n_x n_y} = \sum_{n_x=0}^{\infty} \sum_{n_y=0}^{\infty} A_{n_x n_y} \cos k_x x \cos k_y y e^{j(\omega t - k_z z)} \quad (1.3.6)$$

其中

$$k_z = \sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)} = \sqrt{k^2 - \beta_{n_x n_y}^2} \quad (1.3.7)$$

$$\beta_{n_x n_y}^2 = \left[\left(\frac{n_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y} \right)^2 \right] \pi^2 \quad (1.3.8)$$

式(1.3.6)中的 $p_{n_x n_y}$ 为 (n_x, n_y) 次简正波的声压表达式. 以上求解声波方程的方法称为分离变量法.

2. 波导中的平面波和高次波

式(1.3.7)中, 如果 $k^2 < \beta_{n_x n_y}^2$, 则 $k_z = -j\alpha$, $\alpha_{n_x n_y} = \sqrt{\beta_{n_x n_y}^2 - k^2}$, 于是, $p_{n_x n_y}$ 可改写为

$$p_{n_x n_y} = A_{n_x n_y} \cos \frac{n_x \pi}{l_x} x \cos \frac{n_y \pi}{l_y} y e^{-\alpha_{n_x n_y} z} e^{j\omega t} \quad (1.3.9)$$

式(1.3.9)中 $A_{n_x n_y}$ 为待定常数. 这表明沿 Z 方向传播的行波将会以指数方式逐渐衰减. 反过来说, 沿 Z 方向声波不衰减的条件是 $k^2 > \beta_{n_x n_y}^2$, 也就是要求

$$f > f_{n_x n_y} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y} \right)^2} \quad (1.3.10)$$

$f_{n_x n_y}$ 就是与 (n_x, n_y) 次波相对应的波导管的简正频率.

取 $(n_x, n_y) = (0, 0)$, 则该次波对应的声压为

$$p_{00} = A_{00} e^{j(\omega t - kx)} \quad (1.3.11)$$

其中 A_{00} 在 X, Y 方向不同位置都是均匀的, 这说明 $(0, 0)$ 次波是沿 Z 方向传播的均匀平面波. $(0, 0)$ 次波以外的声波称为高次波. 定义除零以外最低的一个简正频率为管道的截止频率, 那么如果声源频率低于管道截止频率, 则管中只能传播 $(0, 0)$ 次均匀平面波. 反之, 当声源频率比某个简正频率高时, 管道中就激发出 (n_x, n_y) 高次波, 其声压表达式为

$$p_{n_x n_y} = A_{n_x n_y} \cos \frac{n_x \pi}{l_x} x \cos \frac{n_y \pi}{l_y} y e^{j\left(\omega t - \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{n_x \pi}{l_x}\right)^2 - \left(\frac{n_y \pi}{l_y}\right)^2} z\right)} \quad (1.3.12)$$

1.3.3 室内声场

在管道中, 如果管道是有限长的, 两端封闭, 那么声场成为封闭空间声场(在建

筑声学里称为室内声场)。在三维封闭空间中,由于声波的传播在各方向均受到限制,形成驻波或简正波。当各次简正波的特征频率(简正频率)相隔较远时,不同驻波的波腹和波节在声场中表现十分明显,此时的声场称为驻波声场;如果各次简正波的特征频率相隔较近,使得一定频带内的驻波数目急剧增加,大量驻波的叠加使声场中的驻波效应被平均,使声场中各处的声能趋于一致,此时的声场就称为扩散声场。驻波声场和扩散声场的分析方法截然不同,形成了不同的声学分支——波动声学和统计声学,下面分别予以讨论。

1. 驻波声场

矩形封闭空间声场内的声压满足如下声波方程:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.3.13)$$

设有一矩形封闭空间,其长、宽、高分别为 l_x 、 l_y 、 l_z ,空间内壁面全部是刚性的。将坐标原点取在空间的一个角上,则刚性壁面的声学边界条件可以写为

$$v_x |_{x=0, x=l_x} = 0, v_y |_{y=0, y=l_y} = 0, v_z |_{z=0, z=l_z} = 0 \quad (1.3.14)$$

其中 v_x, v_y, v_z 分别为质点振速在 X, Y, Z 三个方向的分量。与管道声场求解声压表达式的过程类似,由边界条件(1.3.14)可以求得声波方程(1.3.13)的特解为

$$p_n(x, y, z) = A_{n_x n_y n_z} \cos k_x x \cos k_y y \cos k_z z \quad (1.3.15)$$

其中 $n = (n_x, n_y, n_z)$, k_x, k_y, k_z 分别为 X, Y, Z 方向上的波数,由此可以得到封闭空间声场中第 n 次驻波的特征频率为

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \sqrt{f_{n_x}^2 + f_{n_y}^2 + f_{n_z}^2} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (1.3.16)$$

顺便指出,上面所说的驻波有时也称为声模态,而 n 则为该声模态的序数。

声波方程(1.3.13)的一般解是所有特解的线性叠加,因而声场内某一点的总声压为

$$p(x, y, z, t) = \sum_{n_x=0}^{\infty} \sum_{n_y=0}^{\infty} \sum_{n_z=0}^{\infty} A_{n_x n_y n_z} \cos \frac{n_x \pi}{l_x} x \cos \frac{n_y \pi}{l_y} y \cos \frac{n_z \pi}{l_z} z e^{j\omega t} \quad (1.3.17)$$

式(1.3.17)说明,由于空间边界对声传播的限制,声场中存在大量的驻波。从理论上说,空间任一点的声压是无限多个驻波声压的线性叠加,然而,当声源频率等于或接近于某次驻波的特征频率时,空间内驻波主要包括该次驻波及其附近的几个驻波,这些驻波被称为主导驻波或主导声模态。

封闭空间内的驻波分为三类:轴向波、切向波和斜向波。轴向波指的是在驻波