

高中各科基础知识

数学

浙江教育出版社

高中各科基础知识

数 学

浙江省教育委员会教研室

浙江教育出版社

高中各科基础知识

数 学

浙江省教育委员会教研室

*

浙江教育出版社出版

上虞汤浦印刷厂排版

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本 787×1092 1/32 印张 11 字数 252000

1988年1月第1版

1988年1月第1次印刷

印数 000001-110250

*

ISBN 7-5338-0300-1/G·301

定 价： 1.60 元

说 明

为了帮助学生学好中学各科基础知识，我们组织编写了这套丛书，有语文、数学、外语、物理、化学、生物、历史、地理、政治9种。

中小学课程是基础课，其内容包括各学科的基础知识和基本技能。中小学的长期教学实践证明，要保证教学质量，教学工作就必须抓好“双基”，使学生掌握由基本概念、基本规律组成的科学知识体系，重视对学生的基本技能训练。只有扎扎实实打好基础，学生进入高一级学校和走上工作岗位后，才能顺利掌握专门业务知识和生产技能，同时也为将学生培养成高一级人材提供必要的条件。

中学教育在抓好“双基”的同时，还必须注意促进学生智力的发展，有利于培养学生把基础知识运用于实际的能力和自学能力，既要摒弃为单纯应付考试的题海战术，有选择地使用本书，注意减轻学生负担，又要防止忽视严格训练的自流现象。因此就要使学生从理论和实践的结合上掌握各种概念、原理和规律，系统设计和精选适当的习题和练习作业，使学生一旦掌握，就可举一反三，灵活运用。

在教学过程中要联系学生实际，结合教学内容，加强思想教育。

参加本书编写的同志有贺元泰、丁宗武、童友谿、叶天碧、姚忻康、席竹华。

参加本书修改的同志有：周成熙、杨象富、戴再平、朱干三。

陆启樑、黄维芬、王嗣振、张影尔、任应新、叶再承、沈宗瀚、朱梦连、王兴盛、倪加礼、郑家祥、朱杨威等同志给本书提了宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

本书由浙江省中小学教材审定委员会审查通过。参加审查的同志有齐栋、王而治。

1987年10月

目 录

代 数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	1
一、集合	10
二、映射与函数	15
三、幂函数、指数函数、对数函数	23
自我测试	30
第二章 三角函数	32
一、任意角的三角函数	38
二、三角函数的图象和性质	48
自我测试	62
第三章 两角和与差的三角函数	65
自我测试	85
第四章 反三角函数和简单三角方程	38
一、反三角函数	92
二、简单的三角方程	104
自我测试	114
第五章 数列及其极限，数学归纳法	116
自我测试	131
第六章 不等式	133
自我测试	146

第七章 复数	149
一、复数的概念.....	154
二、复数的运算.....	159
自我测试.....	171
第八章 排列、组合、二项式定理	174
一、排列、组合.....	177
二、二项式定理.....	189
自我测试.....	196

立 体 几 何

第一章 直线和平面	199
一、平面、空间直线.....	204
二、空间直线和平面.....	210
三、空间两个平面的关系.....	215
自我测试.....	220
第二章 多面体和旋转体	223
一、多面体.....	226
二、旋转体.....	231
三、多面体和旋转体的体积.....	237
自我测试.....	242

解 析 几 何

第一章 直线	245
一、有向线段、定比分点.....	249
二、直线的方程.....	253

三、两条直线的位置关系.....	258
自我测试.....	265
第二章 圆锥曲线	268
一、曲线和方程.....	277
二、圆.....	283
三、椭圆.....	289
四、双曲线.....	296
五、抛物线.....	301
六、坐标平移.....	308
自我测试(一).....	314
自我测试(二).....	315
第三章 参数方程、极坐标	318
一、参数方程.....	323
二、极坐标.....	335
自我测试.....	343

代 数

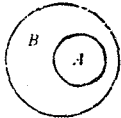
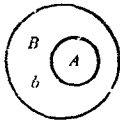
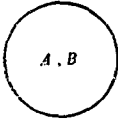
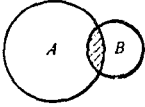
第一章 幂函数、指数函数和对数函数

【基础知识】

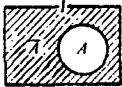
1. 集合和元素

基 本 概 念	集 合	每一组对象的全体形成一个集合(常用 $A, B \dots$ 表示).
	集合的分类	有限集与无限集.
	元 素	集合里的各个对象(常用 $a, b, \dots$ 表示).
	元素的特征	确定性; 互异性; 无序性.
	元素和集合的关系	$a \in A$ 或 $a \notin A$ 两者必居其一.
集 合 的 表 示 法	列 举 法	把元素一一列出, 如 $\{-1, 2, 5\}$.
	描 述 法	把元素的公共属性写在大括号内, 如 $\{x x \leq 2, x \in Z\}$
	平面直观图 法	把元素点 (x, y) 的几何意义在平面直角坐标系中表示出来.
	韦 恩 图 法	用一条封闭的曲线把元素圈起来.
几种数集的符号		N —自然数集, Z —整数集, Q —有理数集, R —实数集, R^- —负实数集, C —复数集.

2. 集合之间的关系和运算

名 称	记 号	定 义	图 示
子 集	$A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$	对于两个集合 A 和 B , 如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 叫做集合 B 的子集.	
真子集	$A \subset B$ 或 $B \supset A$	如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的真子集.	$\begin{cases} b \in B \\ b \notin A \end{cases}$ 
集 合 相 等	$A = B$	对于两个集合 A 、 B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 那么称集合 A 和 集合 B 为等集.	
交 集	$A \cap B$	由同时属于 A 和 B 的一切元素所组成的集合, 叫做集合 A 和集合 B 的交集, $A \cap B = \{x x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	

续表

名 称	记 号	定 义	图 示
并 集	$A \cup B$	由属于 A 或者属于 B 的一切元素所组成的集合, 叫做集合 A 与 B 的并集. $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	 
空 集	$\emptyset$	不含任何元素的集合叫做空集.	
补 集	$\bar{A}$	已知全集 I, $A \subseteq I$, 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 的补集. $\bar{A} = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$	

3. 注意与补充

- (1) 元素与集合之间的关系用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”.
- (2) 集合与集合之间的关系用“ $\subseteq$ ($\subset$)”或“ $=$ ”或“ $\not\subseteq$ ($\not\subset$)”.
- (3) 空集是任何集合的子集; 空集是任何非空集合的真子集.
- (4) 如果集合 A 是由 n 个元素组成的, 那么 A 的子集个数共有

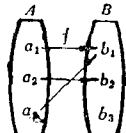
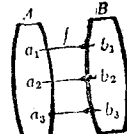
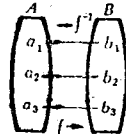
$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n \text{ (个)}$$

(非空真子集的个数是 $(2^n - 2)$ 个)。

(5) 如果 $n(A)$ 表示集合 A 中元素的个数, 那么

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

4. 映射

名 称	定 义	图 示
映 射	设 A, B 是两个集合, 如果按照某种对应法则 f, 使 A 中的任何一个元素, 在 B 中都有唯一的元素和它对应, 这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的映射, 记作 $f: A \rightarrow B$.	
一一映射	设 $f: A \rightarrow B$, 如果对于集合 A 中的不同元素, 在集合 B 中有不同的象, 而且 B 中的每一个元素都有原象, 那么这个映射就叫做 A 到 B 上的一一映射。	
逆映射	设 $f: A \rightarrow B$ 是一一映射, 如果对于 B 中的每一个元素 b, 使 b 在 A 中的原象 a 和它对应, 这种 $B \rightarrow A$ 的映射 f^{-1}, 叫做 $f: A \rightarrow B$ 的逆映射。	

5. 函数

(1) 函数的定义：设在某变化过程中有两个变量 x 和 y ，如果对于变量 x 在某个范围内的每一确定的值，按照某个对应法则， y 都有唯一确定的值和它对应，则称 y 为 x 的函数，记作 $y=f(x)$ ， x 叫做自变量， y 叫做因变量。 x 的取值范围叫函数的定义域， y 取值的范围叫函数的值域，函数也就是从定义域到值域的映射。

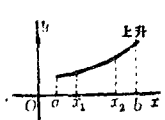
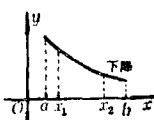
(2) 函数的表示法——解析法、列表法、图象法。有的函数关系不能用式子表示，有的函数关系在定义域的不同区间有不同的表达式(分段函数)。

(3) 反函数的定义：如果给定函数 $y=f(x)$ 的对应关系 f 是一一映射，那么 f 的逆映射 f^{-1} 所确定的函数 $x=f^{-1}(y)$ 叫做 $y=f(x)$ 的反函数。习惯上，把 $y=f(x)$ 的反函数写成 $y=f^{-1}(x)$ 。

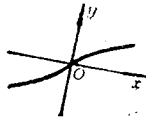
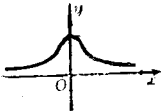
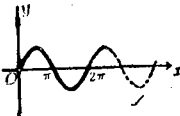
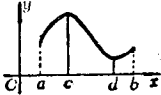
(4) 函数 $y=f(x)$ 的图象和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称。

6. 函数的性质

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 M ， $[a, b]$ 为 M 内某一区间。

名称	定	义	图	示
单调性	增函数	如果 $a \leq x_1 < x_2 \leq b$ ，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ，则在 $[a, b]$ 上 $f(x)$ 为增函数。		
	减函数	如果 $a \leq x_1 < x_2 \leq b$ ，都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ，则在 $[a, b]$ 上 $f(x)$ 为减函数。		

续表

名称	定 义	图 示
奇 偶 性	奇 函 数 如果 $x \in M$ 且 $-x \in M$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, 则 $f(x)$ 为奇函数.	 关于原点对称
	偶 函 数 如果 $x \in M$ 且 $-x \in M$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 则 $f(x)$ 为偶函数.	 关于 y 轴对称
周 期 性	若存在一个常数 $T \neq 0$, 对于 $x \in M$, 都有 $f(x+T) = f(x)$, 则 $f(x)$ 为周期函数. T 为它的 周期 (一般指最小正周期).	 $y = \sin x, T = 2\pi$
最 大 值 与 最 小 值	若 $c, d \in M$, 对于 M 中的 任意 x 值都有 $f(x) \leq f(c)$, 则 $f(c)$ 为最大值; 若 $f(x) \geq f(d)$, 则 $f(d)$ 为最小值.	

7. 幂函数、指数函数、对数函数的图象和性质

定义	幂函数 $y=x^n$ (n 为常数)	
图 象	$n>0$	$n<0$
性 质	(1) 图象都通过点 $(0,0)$ 和 $(1,1)$; (2) 在第一象限内, 函数值随 x 的增大而增大.	(1) 图象都通过点 $(1,1)$; (2) 在第一象限内, 函数值随 x 的增大而减小; (3) 以 x 、 y 轴为渐近线.

	指 数 函 数	对 数 函 数
解析式	$y=a^x$ ($a>0$ $a\neq 1$)	$y=\log_a x$ ($a>0$ $a\neq 1$)
定义域	一切实数	$x>0$
图 象		
性 质	(1) $a^x > 0$ (2) $a^0 = 1, a^1 = a$ (3) $a > 1$ 时, ① 若 $x > 0$, 则 $y > 1$ ② 若 $x < 0$, 则 $0 < y < 1$ ③ $y=a^x$ 是增函数 (4) $0 < a < 1$ 时, ① 若 $x > 0$, 则 $0 < y < 1$ ② 若 $x < 0$, 则 $y > 1$ ③ $y=a^x$ 是减函数	(1) $x > 0$ (2) $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ (3) $a > 1$ 时, ① 若 $x > 1$, 则 $y > 0$ ② 若 $0 < x < 1$, 则 $y < 0$ ③ $y=\log_a x$ 是增函数 (4) $0 < a < 1$ 时, ① 若 $x > 1$, 则 $y < 0$ ② 若 $0 < x < 1$, 则 $y > 0$ ③ $y=\log_a x$ 是减函数

【思考题】

1. 试以集合 $A = \{a | a = \cos \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$ 为例, 说明集合中元素的确定性, 互异性与无序性.
2. 如果集合 $B = \{b | b = x^2 - 2x + 3, x \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}$, 那么 B 用的是什么表示法? 它的元素是什么? 用列举法表示时, $B =$ _____.
3. 如果 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x | x \in A\}$, 那么 B 是由哪些元素组成的? A 与 B 的关系如何?
4. 怎样用描述法将集合 $A = \{1, -9, 25, -49, 81, -121\}$ 表示出来?
5. 交集与并集有什么区别? “且”与“或”这两个字的含意有什么不同?
6. 在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“不充分也不必要”四个备选答案中选择一个填空:
 - (1) $A \subseteq B$ 或 $A \subseteq C$ 是 $A \subseteq (B \cup C)$ 的 _____ 条件.
 - (2) $A \cap B = \emptyset$ 是 $B = \emptyset$ 的 _____ 条件.
 - (3) $A = B$ 是 $A \cap C = B \cap C$ 的 _____ 条件.
7. “映射”对“原象”和“象”提出了怎样的要求? “一一映射”呢?
8. 方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 中的 x 是常量还是变量? 方程 $x + y - 1 = 0$ 中的 x, y 是变量吗? y 是 x 的函数吗? 式子 $y = \pm \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) 中的 x, y 是不是函数关系?
9. 关系式 $y = f(x)$ 中, f 表示什么? 对于函数 $y = 2x - 3$ 来说, f 指什么呢?
10. 若 $f(x) = x$, $\varphi(x) = \sqrt{x^2}$, 则 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 表示同一函

数关系吗？

11. 在证明“函数 $y=f(x)$ 的图象和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称”的定理时，为什么要分 $a=b$ 与 $a \neq b$ 两种情况讨论？
12. 奇(偶)函数的定义域有什么特征？试判断下面函数的奇偶性：
- $$f(x) = \begin{cases} x-1, & (\text{当 } x < 0 \text{ 时}); \\ 0, & (\text{当 } x = 0 \text{ 时}); \\ x+1, & (\text{当 } x > 0 \text{ 时}). \end{cases}$$
13. 什么叫做正比例函数？反比例函数？一次函数？二次函数？它们的图象分别是什么？各具有哪些性质？
14. 幂函数有没有统一给出的定义域？指数函数与对数函数有没有统一给出的定义域？
15. 在叙述幂函数的单调性时，为什么要强调指出“在第一象限内”？指数函数和对数函数的单调性是由什么确定的？是怎样确定的？
16. 试用函数图象来判断下列各题中两个值的大小：

$$(1) \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} \text{ 与 } \left(\frac{2}{\pi}\right)^{-\frac{1}{2}}; \quad (2) \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ 与 } \left(\frac{5}{3}\right)^{-\frac{2}{5}},$$

$$(3) \log_a \sqrt{3} \text{ 与 } \log_a \sqrt{2}.$$

17. 填空：在实数集内比较 a^x 与 b^x 的大小时，若 $a \neq b$ ，则利用_____函数的性质进行比较；若 $a = b$ ，则利用_____函数的性质进行比较。
18. 试从对数函数的性质中归纳出当对数大于零时，底数与真数取怎样的值？当对数小于零时，底数与真数取怎样的值？
19. 解指数方程、对数方程的基本途径是什么？解对数方程时