

土木工程与工程力学系列

PEARSON
Prentice
Hall

工程力学

—— 动力学 (第三版)

Engineering Mechanics

Dynamics Third Edition

[美] R. C. Hibbeler 著

王 崧 董春敏 金云平 译



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry
<http://www.phei.com.cn>

工程力学 —— 动力学 (第三版)

本书作者 R. C. Hibbeler 编著的 Engineering Mechanics: Statics 和 Engineering Mechanics: Dynamics 是美国工科大学广泛选用的工程力学教材之一。自 20 世纪 70 年代至今已多次再版, 本书是采用 SI 国际单位制的原书第三版的翻译版, 便于国内教学。

本书内容先易后难, 主要涉及质点动力学、刚体平面动力学和刚体三维动力学。前两个部分分别讲述有关质点和刚体的运动学、力与加速度、功与能、冲量与动量等内容, 后一个部分则讲述刚体三维运动学、动力学和振动学。

这套教材具有以下特点:

- 基本概念、基本原理的叙述简明准确, 便于掌握, 在理论体系上不过分追求严谨
- 提供众多日常生活中的例子及其相关图片, 激发学习兴趣, 提高想像力
- 配有大量的例题和习题, 而且多数都来自实际问题, 有利于学生解题能力的培养
- 例题解题过程叙述详尽, 思路清晰, 对每类问题都有总结性的解题方法

土木工程与工程力学系列

结构分析

材料力学

工程力学——动力学(第三版)

工程力学——静力学(第三版)

ISBN 7-121-02195-1



9 787121 021954 >



责任编辑: 许菊芳
责任美编: 毛惠庚

本书贴有激光防伪标志, 凡没有防伪标志者, 属盗版图书

ISBN 7-121-02195-1 定价: 59.00 元

土木工程与工程力学系列

工程力学

——动力学 (第三版)

Engineering Mechanics

Dynamics

Third Edition

[美] R. C. Hibbeler 著

王 崧 董春敏 金云平 译

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书是美国最受欢迎的工程力学系列教材之一,内容全面,表述简单直观,与现实生活中所见到的现象紧密相连。本书讲述有关动力学的基本原理,在内容安排上先易后难,主要涉及质点动力学、刚体平面动力学和刚体三维动力学。前两个部分分别讲述有关质点和刚体的运动学、力与加速度、功与能、冲量与动量等内容,后一个部分则讲述刚体三维运动学、动力学和振动学。本书有两个显著特点,一是提供了众多图片用以阐述将要讲授的物理原理及其应用,二是完全使用SI单位制,与国内教材通常所使用的单位一致。

本书内容新颖,实例丰富,紧密联系工程实践,适合作为土木工程、桥梁、机械等专业的本科生和研究生的教材使用,也可供工程技术人员参考。

Simplified Chinese edition Copyright © 2006 by PEARSON EDUCATION ASIA LIMITED and Publishing House of Electronics Industry.

Engineering Mechanics: Dynamics, Third Edition, ISBN: 0131248456 by R. C. Hibbeler. Copyright © 2004 by R. C. Hibbeler. All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.

This edition is authorized for sale only in the People's Republic of China (excluding the Special Administrative Region of Hong Kong and Macau).

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和Pearson Education培生教育出版亚洲有限公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书封面贴有Pearson Education培生教育出版集团激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字:01-2004-6627

图书在版编目(CIP)数据

工程力学——动力学(第三版)/(美)希伯勒(Hibbeler, R. C.)著;王崧等译.

北京:电子工业出版社,2006.2

(土木工程与工程力学系列)

书名原文:Engineering Mechanics: Dynamics, Third Edition

ISBN 7-121-02195-1

I.工... II.①希... ②王... III.工程力学-教材 ②工程力学:动力学-教材 IV.TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第161269号

责任编辑:许菊芳

印 刷:北京市天竺颖华印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:37.5 字数:960千字

印 次:2006年2月第1次印刷

定 价:59.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至zltz@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

译者序

本书是美国最受欢迎的工程力学系列教材之一,内容全面,表述简单直观,与现实生活中所见到的现象联系紧密。本书主要讲述工程力学中的动力学部分,它是静力学部分的延续。动力学部分包括运动学和动力学,它与静力学一样,也属经典力学之中最基础的学科,它研究的是做加速运动的物体。运动学研究的是运动的几何属性,如位移、速度等;动力学关注的则是引起运动的力。

本书内容由浅入深,前4章为质点运动学和动力学,中间的4章为刚体平面运动学和动力学,最后的3章则为刚体三维运动学和动力学。质点和刚体平面部分的内容包括运动学、力与加速度、功与能、冲量与动量,刚体三维部分则讲述刚体三维运动学、刚体三维动力学和振动学。

本书的一个主要特点是提供了众多日常生活中所见的例子及其相关图片,可以激发学生学工程力学的兴趣,提高他们的想像力。通过有关力学原理的应用,学生可以很容易地解决实际生活中遇到的一些问题,将“问题”与“科学”联系起来。例如,我们的“神舟”号飞船与牛顿万有引力定律是什么关系呢?

本书的另一个显著特点是引入了SI单位制,这在外版的教材或书籍中并不多见。本书有一些章节还编入了一些属于进一步加深、加宽的内容,这样可以适应不同层次的教学要求,便于因材施教。为了加强学习上的引导和培养分析问题的能力,在各章后面还编入了一定数量的习题或设计项目题,供学生训练。

本书主要由王崧、董春敏、金云平、滕玉良、张媛、刘利琴、李驰翻译,其他参加翻译的人员还有:刘丽娟、胡巨茗、徐明贵、刘丽艳、史绍贤、赵华、王怡兰、洪志恒。

由于译者水平有限,错误在所难免,敬请读者批评指正。

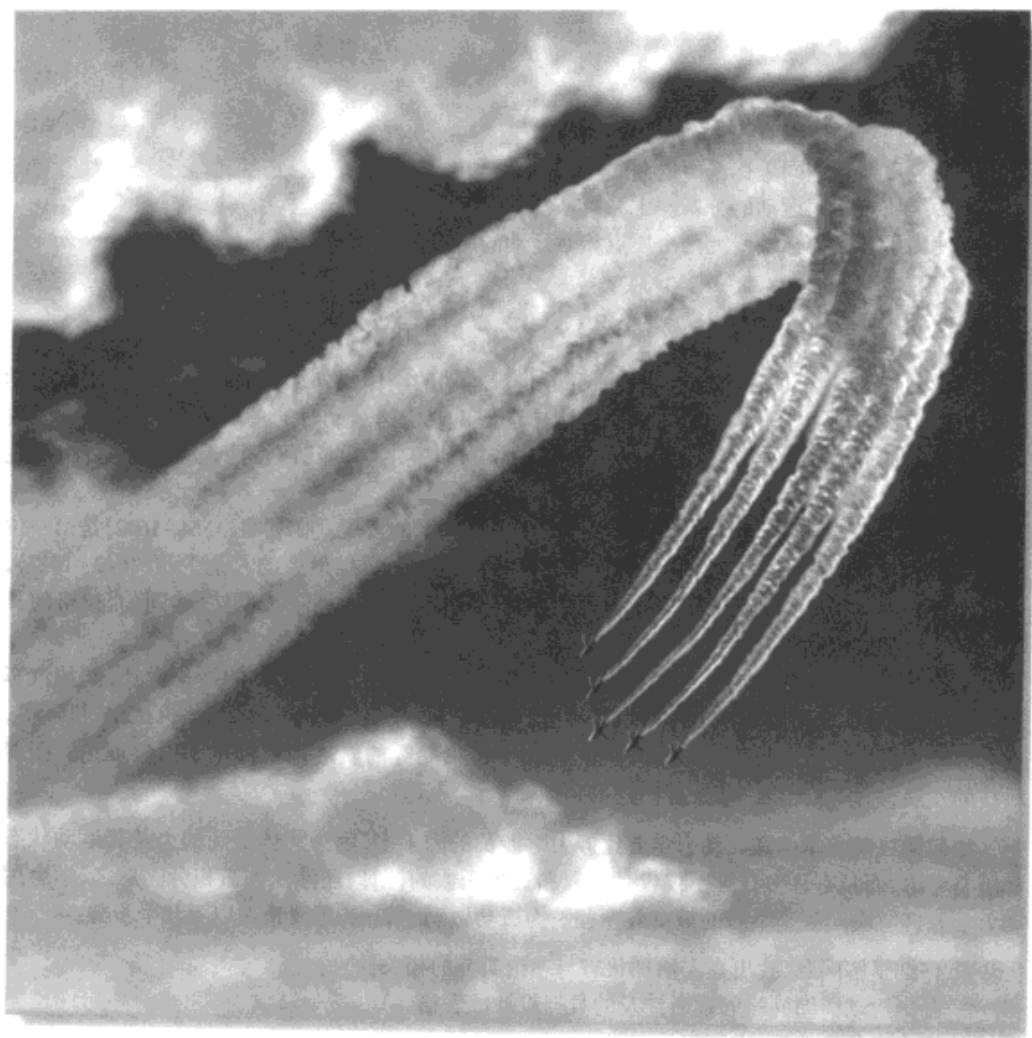
目 录

第 12 章 质点运动学	2
12.1 引言	2
12.2 直线运动:连续运动	2
习题	10
12.3 直线运动:无规律运动	13
习题	20
12.4 一般曲线运动	25
12.5 曲线运动:空间直角坐标系	27
12.6 抛物体的运动	31
习题	35
12.7 曲线运动:法向分量与切向分量	42
习题	49
12.8 曲线运动:柱面坐标系	54
习题	62
12.9 两个质点的相互依赖运动	67
12.10 通过轴的平移分析两个质点的相对运动	72
习题	77
第 13 章 质点动力学:力与加速度	86
13.1 牛顿运动定律	86
13.2 运动方程	87
13.3 质点系统的运动方程	90
13.4 运动方程:空间直角坐标系	91
习题	97
13.5 运动方程:法向和切向坐标系	106
习题	111
13.6 运动方程:柱面坐标系	116
习题	121
* 13.7 向心力运动与空间力学	126
习题	132
第 14 章 质点动力学:功与能	137
14.1 力所做的功	137
14.2 功能原理	140
14.3 用功能原理求解质点系统问题	142
习题	148

14.4	功率与效率	156
	习题	159
14.5	守恒力与势能	162
14.6	能量守恒定律	164
	习题	169
第 15 章	质点动力学:冲量与动量	177
15.1	线性冲量及线性动量定理	177
15.2	质点系的线性冲量和动量定理	183
	习题	184
15.3	质点系的线性动量守恒定理	189
	习题	196
15.4	碰撞	199
	习题	206
15.5	角动量	212
15.6	力矩和角动量的关系	213
15.7	角冲量和动量定理	215
	习题	219
* 15.8	稳流	223
* 15.9	可变质量的推力	227
	习题	233
回顾 1	质点运动学和动力学	240
	习题	242
第 16 章	刚体平面运动学	253
16.1	刚体运动	253
16.2	平移	254
16.3	绕固定轴旋转	255
	习题	261
* 16.4	绝对运动分析	267
	习题	269
16.5	相对运动分析:速度	273
	习题	281
16.6	零速度的瞬心	286
	习题	291
16.7	相对运动分析:加速度	294
	习题	303
16.8	用旋转轴分析相对运动	308
	习题	315
第 17 章	刚体平面动力学:力与加速度	323
17.1	转动惯量	323

习题	328
17.2 平面动力学方程	332
17.3 运动方程: 平移	335
习题	342
17.4 运动方程: 绕固定轴旋转	347
习题	354
17.5 运动方程: 一般平面运动	360
习题	367
第 18 章 刚体平面动力学: 功与能	376
18.1 动能	376
18.2 力做的功	379
18.3 力偶所做的功	380
18.4 功能原理	382
习题	388
18.5 能量守恒	394
习题	399
第 19 章 刚体平面动力学: 冲量与动量	405
19.1 线动量和角动量	405
19.2 冲量和动量定理	409
习题	416
19.3 动量守恒	422
19.4 偏心碰撞	425
习题	429
回顾 2 刚体平面运动学和动力学	435
习题	437
第 20 章 刚体三维运动学	448
20.1 绕固定点旋转	448
* 20.2 由定点或旋转平移系统上观测到的矢量的时间导数	450
20.3 一般性运动	454
习题	455
* 20.4 应用平移轴和旋转轴进行相对运动分析	461
习题	466
第 21 章 刚体三维动力学	473
* 21.1 转动惯量和惯性积	473
习题	477
* 21.2 角动量	480
* 21.3 动能定理	482
习题	486
* 21.4 运动方程	490

习题	497
* 21.5 回转运动	501
* 21.6 自由扭矩运动	506
习题	509
第 22 章 振动学	516
* 22.1 无阻尼自由振动	516
习题	523
* 22.2 能量形式	526
习题	529
* 22.3 无阻尼受迫振动	531
* 22.4 粘性自由阻尼运动	535
* 22.5 粘性阻尼受迫振动	537
* 22.6 电路分析类比	539
习题	540
附录 A 数学表达式	545
附录 B 数值分析与程序	547
附录 C 矢量分析	553
附录 D 工程力学基础考试复习题	557
附录 E 常用公式	570
附录 F 习题参考答案	573



每一架飞机尽管都很大,但相对其飞行距离而言,都可以看作是一个质点。

第12章 质点运动学

本章目的

- 介绍位置、位移、速度、加速度的概念。
- 研究质点的线性直线运动及运动轨迹。
- 研究质点在不同坐标系中的曲线运动。
- 两个质点相互运动的分析。
- 使用可转换坐标轴研究两个质点相对运动的原理。

12.1 引言

力学是物理科学的一个分支,主要研究静止或运动的刚体受外力后的运动状态。刚体力学可分为静力学和动力学。静力学主要研究刚体在静止或匀速运动时的平衡条件,而动力学主要处理刚体的加速运动。本书包括两个方面:运动学只研究运动的几何特性,动力学则分析产生运动的力。

从历史上看,精确地计算时间的需求推动了力学理论的发展。伽利略(1564-1642)是第一位对此有重大贡献的人,他的实验包括钟摆和落体。在力学上贡献最大的人是牛顿(1642-1727),他提出了物体运动的三大定律和万有引力定律。这些定律提出后不久,欧拉、达朗伯、拉格朗日等人就把它应用到了实际的技术实践中。

工程上有许多问题的解决方案需要用到力学原理,尤其是交通工具的结构设计,例如汽车和飞机,需要考虑其运动状态。一些机械装置,如发电机、泵、可移动工具、工业机械手、机器等,都会涉及力的问题。此外,人造卫星、抛射物和宇宙飞船等的轨迹预测都基于力学理论。随着科技的发展,力学理论将应用于更广泛的领域。

如何解决动力学问题。动力学要比静力学涉及的因素多,因为物体受到的力及其运动状态都需要考虑,而且有许多计算不仅仅是代数和三角函数的计算,还涉及到微积分。总之,学会用动力学原理解决问题是学习的最有效途径。为成功做到这一点,需要遵循以下几个步骤:

1. 仔细了解问题,找出真实物理状态与理论研究的相关性。
2. 画出运动简图并将问题所涉及的数据设计成表格。
3. 建立直角坐标系,应用相关定律。
4. 求解出必要的代数方程,使用统一单位写出结果,获得问题的精确结果。
5. 通过技术评价和常识来研究结果,确定结果是否合理。
6. 一旦完成解答,重复同一个问题,用不同的方法求解一下,看结果是否相同。

应用以上步骤时,要尽量简洁,简洁能使思路清晰有条理,反过来也是如此。

12.2 直线运动:连续运动

我们首先通过讨论质点的直线运动来开始动力学研究。有质量但大小和形状可以忽略不

计的物体可以看成质点。因此若物体的空间形状不能忽略,就不能看成质点。在许多问题上,被研究的物体都具有有限的形状,如火箭、抛射物或交通工具。这些物体都可以看成质点,物体的运动可以定义为质心的运动,并且忽略物体的旋转。

直线运动。质点的运动由任意时间、质点的位置、速度和加速度来表征。

位置。质点的直线路径可以由单轴坐标系来表示,如轴 s ,见图 12.1(a)。原点 O 是一个点,位置矢量 $\mathbf{r}$ ^①用来定义质点 P 在任一瞬时距原点的位置。注意位置矢量 $\mathbf{r}$ 总是沿着轴 s 的,所以它的方向是不变的,只能改变其大小和箭头指向。在分析时,位置矢量 $\mathbf{r}$ 既表示代数标量大小又表示质点的位置坐标,这是很方便的。 s (和 $\mathbf{r}$) 的大小指从 O 到 P 的距离,单位为米(m), s 的方向(或 $\mathbf{r}$ 的箭头指向)定义为在轴 s 上的符号。方向的选择是任意的,在本例中,若假定沿 s 轴方向是正方向,则 s 就是正值。同样,若质点在原点 O 的左边,则 s 的值为负。

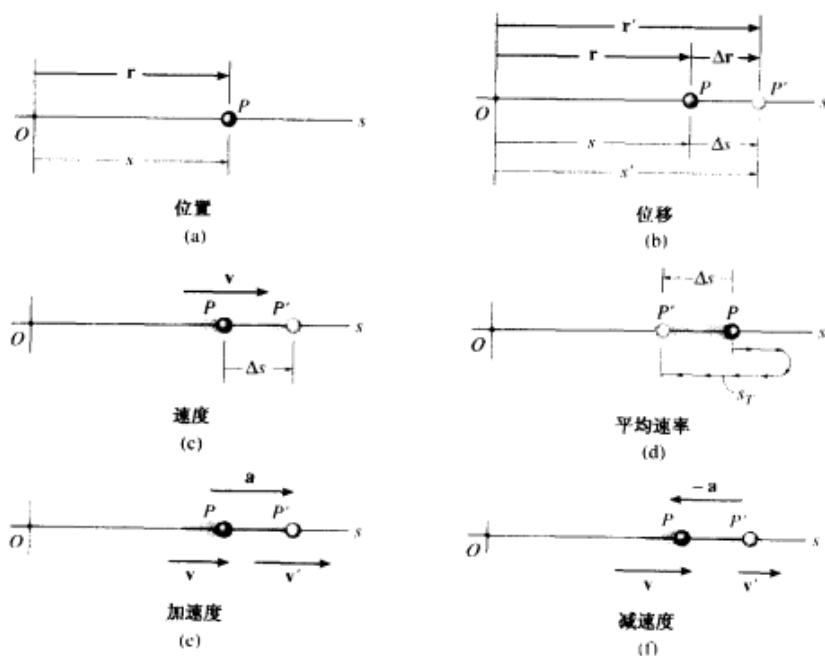


图 12.1

位移。质点的位移定义为质点位置的变化。例如,若质点从初始位置 P 运动到终了位置 P' ,如图 12.1(b)所示,则位移是 $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$ 。使用代数标量 Δs 代表 $\Delta \mathbf{r}$,同时也有

$$\Delta s = s' - s$$

其中 Δs 为正,因为质点的终了位置在初始位置的右边,即 $s' > s$ 。同样,若终了位置在初始位置的左边,则 Δs 应为负值。

质点的位移是矢量,应与距离区分开。距离为正的标量,表示质点走过的路程的总长。

速度。若质点由 P 运动到 P' ,位移为 $\Delta \mathbf{r}$,使用时间为 Δt ,如图 12.1(b)所示,质点在这段时间内的平均速度为

① 本书依照原书的规定,矢量用正粗体表示,标量和微分符号用斜体表示——编者注。

$$\mathbf{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

若将 Δt 划分得很小, 则 $\Delta \mathbf{r}$ 的值也会很小。因此, 质点的即时速度定义为 $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{r} / \Delta t)$, 或

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

如果将 $\mathbf{v}$ 表示成代数标量, 如图 12.1(c) 所示, 则可以写成

$$(\pm) \quad v = \frac{ds}{dt} \quad (12.1)$$

左侧括号中的标志表示速度的方向和符号。由于 Δt 或 dt 总为正值, 定义速度方向的符号总与 Δs 或 ds 相同。如图 12.1(c) 所示, 质点向右运动, 速度为正; 质点向左运动, 速度为负。速度的大小用速率来表示, 速度的单位通常表示为米/秒(m/s)。

偶尔我们会用到平均速率。平均速率总是正的标量, 定义为质点运动的总路程 s_T 除以使用的时间 Δt , 即

$$(v_{\text{sp}})_{\text{avg}} = \frac{s_T}{\Delta t}$$

如图 12.1(d) 所示, s_T 表示 Δt 时间内质点走过的路程, 质点的平均速率为 $(v_{\text{sp}})_{\text{avg}} = s_T / \Delta t$, 但质点的平均速度却是 $v_{\text{avg}} = -\Delta s / \Delta t$ 。

加速度。已知质点在位置 P 和 P' 的速度, 在 Δt 时间内质点的加速度定义为

$$\mathbf{a}_{\text{avg}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

其中 $\Delta \mathbf{v}$ 表示在 Δt 时间内速度的变化量, 即 $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}' - \mathbf{v}$, 如图 12.1(e) 所示。

当 Δt 的取值越来越小时, $\Delta \mathbf{v}$ 值也相应变小, 从而得到 t 时刻的即时加速度 $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{v} / \Delta t)$, 或使用代数标量写为

$$(\pm) \quad a = \frac{dv}{dt} \quad (12.2)$$

把结果代入方程 12.1, 也可以写为

$$(\pm) \quad a = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

平均加速度和即时加速度既可以为正值也可以为负值。当质点减速时, $v' < v$, 所以 $\Delta v = v' - v$ 为负。因此, a 也为负, 方向向左, 与速度 v 的方向相反。另外, 当速度不变时, 加速度为 0, 因为 $\Delta v = v - v = 0$ 。加速度的单位为米/秒²(m/s²)。

通过方程 12.1 和方程 12.2, 消去 dt 可得到位移、速度和加速度的微分方程

$$(\pm) \quad a ds = v dv \quad (12.3)$$

注意尽管我们有方程 12.3, 但并不意味它是独立于方程 12.1 和方程 12.2 的。

恒加速度 $a = a_c$ 。当加速度为恒量时, 三个运动方程 $a_c = dv/dt$, $v = ds/dt$ 和 $a_c ds = v dv$ 可以合并成包含 a_c , v , s 和 t 的公式。

速度与时间的函数关系。假定初始状态 $t = 0$, $v = v_0$, 将 $a_c = dv/dt$ 积分, 有

$$\begin{aligned}
 \int_{v_0}^v dv &= \int_0^t a_c dt \\
 (\pm) \quad v &= v_0 + a_c t \\
 &\quad \text{恒加速度}
 \end{aligned} \tag{12.4}$$

位置与时间的函数关系。假定初始状态 $t=0, s=s_0$, 将 $v=ds/dt=v_0+a_c t$ 积分, 有

$$\begin{aligned}
 \int_{s_0}^s ds &= \int_0^t (v_0 + a_c t) dt \\
 (\pm) \quad s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2 \\
 &\quad \text{恒加速度}
 \end{aligned} \tag{12.5}$$

速度与位置的函数关系。假定初始状态 $s=s_0, v=v_0$, 将 $v dv = a_c ds$ 积分, 有

$$\begin{aligned}
 \int_{v_0}^v v dv &= \int_{s_0}^s a_c ds \\
 (\pm) \quad v^2 &= v_0^2 + 2a_c(s - s_0) \\
 &\quad \text{恒加速度}
 \end{aligned} \tag{12.6}$$

这个方程并不是独立的方程, 方程 12.4 和方程 12.5 消去 t 后也可以得到该方程。

上述三个方程中, s_0, v_0 和 a_c 的大小和符号取决于初始轴正方向的选择, 方程左边的箭头代表所选择的正方向。当且仅当加速度为恒量且 $t=0, s=s_0, v=v_0$ 时, 上述方程才有意义。常见的恒加速度运动为自由落体运动, 若空气阻力忽略不计且下落距离较短, 则物体向下的加速度接近于常值, 约 9.81 m/s^2 。证明请看例 13.2。

重点

- 动力学与物体的加速运动有关。
- 运动学研究运动的几何形态。
- 动力学研究产生运动的力。
- 线性运动指物体的直线运动。
- 速率指速度的大小。
- 总路程与总时间的比值为平均速率, 位移与时间的比值为平均速度, 两者不同。
- 当质点减速时, 加速度 $a = dv/dt$ 为负。
- 质点速度为 0 时, 加速度可以不为 0。
- 关系式 $a ds = v dv$ 由 $a = dv/dt$ 和 $v = ds/dt$ 消去 dt 得到。

分析步骤

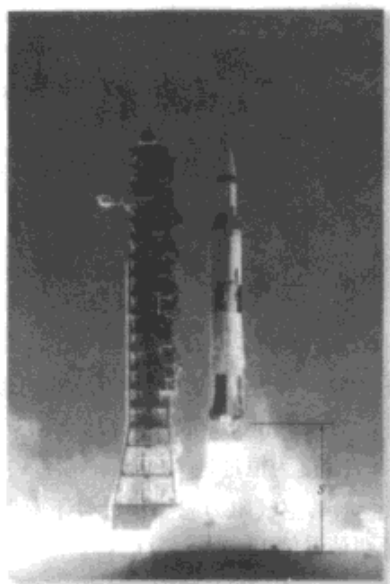
直线运动方程的建立应采用以下步骤。

坐标系

- 沿路径建立位置坐标系 s , 标明原点和正方向。
- 因质点沿直线运动, 质点的位置、速度和加速度都可以表示成代数标量。代数标量的符号代表各个值的方向。
- 每个运动方程在应用时都要用箭头标出各个标量的正方向。

运动方程

- 若已知 4 个变量 a, v, s, t 中的任意两个, 第三个变量就可通过运动方程 $a = dv/dt$, $v = ds/dt$, $a ds = v dv$ 表示出来。每个方程都包含三个变量^①。
- 需要积分时, 应知道在某一瞬时质点的位置和速度, 以便求解无穷积分常数或有限积分的积分极限。
- 注意方程 12.4 到方程 12.6 的使用是有条件的, 即加速度为恒量。



在火箭直线飞行期间, 它的飞行高度作为时间的函数是可以测得的, 且可以表示为 $s = s(t)$ 。

这时利用数学关系式 $v = ds/dt$ 可求得它的飞行速度, 而它的加速度可以通过 $a = dv/dt$ 得到

例 12.1 如图 12.2 所示, 汽车沿直线运动, 速度与时间的关系为 $v = (0.9t^2 + 0.6t)$ m/s, t 的单位是秒。 $t = 0$ 时, $s = 0$ 。当 $t = 3$ s 时, 求其位置和加速度。

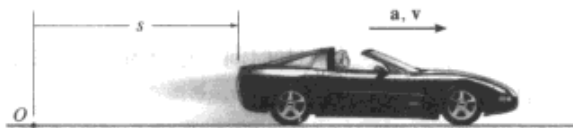


图 12.2

解:

建立坐标系。建立从原点 O 到汽车的坐标系, 向右为正方向。

位置。由于 $v = f(t)$, 所以汽车的位置可由 $v = ds/dt$ 求得。由 $t = 0$ 时 $s = 0$ 可得^②

^① 附录 A 中给出了一些标准微分及积分公式。

^② 通过估计积分常数 C 而不是明确上下限来积分, 也可得到相同的结果。例如, 对 $ds = (0.9t^2 + 0.6t) dt$ 积分可得 $s = 0.3t^3 + 0.3t^2 + C$; 使用 $t = 0$ 时 $s = 0$ 这一条件, 可得 $C = 0$ 。

$$\begin{aligned}
 (\pm) \quad v &= \frac{ds}{dt} = (0.9t^2 + 0.6t) \\
 \int_0^s ds &= \int_0^t (0.9t^2 + 0.6t) dt \\
 s \Big|_0^s &= (0.3t^3 + 0.3t^2) \Big|_0^t \\
 s &= 0.3t^3 + 0.3t^2
 \end{aligned}$$

当 $t = 3 \text{ s}$ 时

$$s = 0.3(3^3) + 0.3(3^2) = 10.8 \text{ m}$$

加速度。已知 $v = f(t)$, 加速度可以由 $a = dv/dt$ 求得

$$\begin{aligned}
 (\pm) \quad a &= \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (0.9t^2 + 0.6t) \\
 &= 1.8t + 0.6
 \end{aligned}$$

当 $t = 3 \text{ s}$ 时

$$a = 1.8(3) + 0.6 = 6 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

思考: 为什么不能使用恒加速度公式解本题?

例 12.2 一个小的抛物体被垂直向下射入液体介质, 初始速度为 60 m/s 。液体对抛物体的阻力产生了一个加速度 $a = (-0.4v^3) \text{ m/s}^2$, v 的单位是米/秒(m/s)。求 4 s 后抛物体的速度和位置。

解:

建立坐标系。 由于物体向下运动, 令坐标系的正方向向下, 原点为 O , 如图 12.3 所示。

速度。 因为 $a = f(v)$, 所以我们要使用 $a = dv/dt$ 得出速度与时间的函数关系, 然后分离变量并积分, 当 $t = 0$ 时, $v_0 = 60 \text{ m/s}$, 得

$$\begin{aligned}
 (+\downarrow) \quad a &= \frac{dv}{dt} = -0.4v^3 \\
 \int_{60 \text{ m/s}}^v \frac{dv}{-0.4v^3} &= \int_0^t dt \\
 \frac{1}{-0.4} \left(\frac{1}{-2} \right) \frac{1}{v^2} \Big|_{60}^v &= t - 0 \\
 \frac{1}{0.8} \left[\frac{1}{v^2} - \frac{1}{(60)^2} \right] &= t \\
 v &= \left\{ \left[\frac{1}{(60)^2} + 0.8t \right]^{-1/2} \right\} \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

由于抛物体向下运动, 所以取正根。当 $t = 4 \text{ s}$ 时

$$v = 0.559 \text{ m/s} \downarrow$$

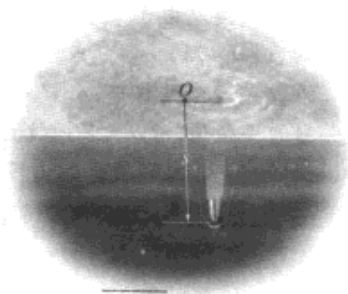


图 12.3

位置。已知 $v = f(t)$, 可从方程 $v = ds/dt$ 求得抛物体的位置, 利用初始条件 $t = 0$ 时 $s = 0$, 得

$$\begin{aligned}
 (+\downarrow) \quad v &= \frac{ds}{dt} = \left[\frac{1}{(60)^2} + 0.8t \right]^{-1/2} \\
 \int_0^s ds &= \int_0^t \left[\frac{1}{(60)^2} + 0.8t \right]^{-1/2} dt \\
 s &= \frac{2}{0.8} \left[\frac{1}{(60)^2} + 0.8t \right]^{1/2} \bigg|_0^t \\
 s &= \frac{1}{0.4} \left\{ \left[\frac{1}{(60)^2} + 0.8t \right]^{1/2} - \frac{1}{60} \right\} \text{ m}
 \end{aligned}$$

当 $t = 4 \text{ s}$ 时

$$s = 4.43 \text{ m}$$

例 12.3 在一次实验中, 火箭以 75 m/s 的速度向上飞行, 当距地 40 m 时, 燃料用完。求火箭到达的最大高度 s_B 和火箭回落撞击地面前面的速度。在运动中, 火箭受恒定的方向向下的重力加速度的影响, 大小为 9.81 m/s^2 , 忽略空气阻力。

解:

建立坐标系。以地面为坐标原点 O , 向上为正方向, 如图 12.4 所示。

最大高度。由于火箭垂直向上运动, 当 $t = 0$ 时, $v_A = +75 \text{ m/s}$ 。在最高点 $s = s_B$ 时, $v_B = 0$ 。在整个运动过程中, $a_c = -9.81 \text{ m/s}^2$ 。由于加速度是恒值, 所以火箭的位置与在 A, B 两点的速度有关。应用方程 12.6 可得

$$\begin{aligned}
 (+\uparrow) \quad v_B^2 &= v_A^2 + 2a_c(s_B - s_A) \\
 0 &= (75 \text{ m/s})^2 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(s_B - 40 \text{ m}) \\
 s_B &= 327 \text{ m}
 \end{aligned}$$

速度。求火箭到达地面的速度, 可以在 B, C 两点间应用方程 12.6

$$\begin{aligned}
 (+\uparrow) \quad v_C^2 &= v_B^2 + 2a_c(s_C - s_B) \\
 &= 0 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(0 - 327 \text{ m}) \\
 v_C &= -80.1 \text{ m/s} = 80.1 \text{ m/s} \downarrow
 \end{aligned}$$

因火箭向下运动, 所以选择负根。同理, 也可在 A, C 两点间应用方程 12.6, 得到

$$\begin{aligned}
 (+\uparrow) \quad v_C^2 &= v_A^2 + 2a_c(s_C - s_A) \\
 &= (75 \text{ m/s})^2 + 2(-9.81 \text{ m/s}^2)(0 - 40 \text{ m}) \\
 v_C &= -80.1 \text{ m/s} = 80.1 \text{ m/s} \downarrow
 \end{aligned}$$

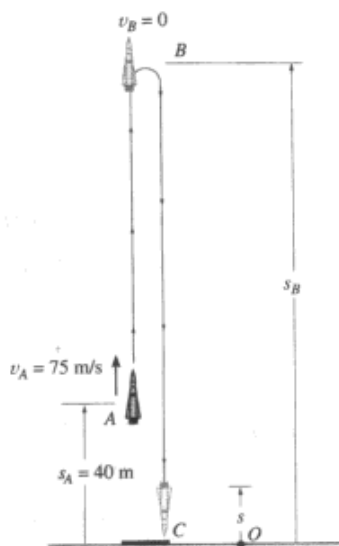


图 12.4