



小学生精典文库

小学数学应用题 解题金钥匙

王海南主编

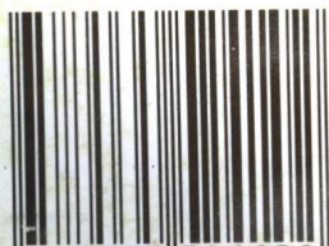


湖南教育出版社

装帧设计：蔡胜强



ISBN 7-5355-2410-9



9 787535 524102 >



小学生精典文库

小学数学应用题 解题金钥匙

王 海 南 主 编

湖 南 教 育 出 版 社

小学数学应用题解题金钥匙

王海南主编

责任编辑:胡坚

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销

湖南宏达包装印刷有限公司印刷

787×1092 毫米 32 开 印张:6.875 字数:163000

1996 年 9 月第 1 版 1998 年 8 月第 3 次印刷

印数:1—3000

ISBN7-5355-2410-9/G·2405

定价:9.20 元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

前 言

应用题在小学数学知识中占有很大的比重,它能帮助我们全面理解和运用所学的数学知识,提高分析和解决实际问题的能力。目前,有不少学生面对应用题的解答发愁,对一些稍复杂的应用题不知从何着手去寻求解题途径和方法。从某种意义上讲,应用题学习的好坏,是衡量我们学习小学数学知识质量高低的标准。怎样才能在加强基础知识学习的同时,提高自己的教学技能,领会和掌握解应用题的“金钥匙”呢?本书就是为帮助小学生提高解应用题的技能,依据现行义务教育小学数学教学大纲和教材,本着面向全体与发展个性相结合的原则而编写的。

本书收集和整理了解各种应用题的一般思考方法和特殊思考方法与技巧,掌握了这些思考方法与技巧,对解答各种常见的应用题就不会感到困难了。为使学生较好地运用“金钥匙”去打开解应用题之门,各部分都安排有一定数量的思考与练习题,有助于启迪思维,开拓思路,培养能力,获得全方位的效果。书中有*号标记的不作教学要求。

本书由王海南主编,参加编写的还有王晓明、王益民、王煜铭、刘艳红等。

解应用题,特别是解较复杂的应用题,是一个较复杂的思维过程,在思考方法上也不尽一致。限于水平,所举思考方法不一定全面,分析也不一定中肯,书中疏漏、错误之处,恳请读者批评指正,以便进一步完善。

作 者

1995年8月

目 录

第一章 增强审题意识，学会审题	(1)
第一节 增强审题意识	(1)
第二节 审题基本方法	(5)
思考与练习	(9)
第二章 牢记基本数量关系，打好基础	(16)
第一节 重视基础	(16)
第二节 解应用题的基础	(20)
思考与练习	(26)
第三章 解应用题的基本原则和策略	(33)
第一节 解应用题的基本原则	(33)
1. 直观形象性原则	(33)
2. 简单精炼性原则	(33)
3. 整体性原则	(34)
4. 可逆性原则	(35)
5. 统一性原则	(35)
6. 熟知性原则	(36)
第二节 解应用题的基本策略	(37)
1. 画图列表	(37)
2. 化整为零，各个击破	(38)
3. 假设尝试	(38)

4. 变换叙述	(39)
5. 逆向思维	(40)
思考与练习	(40)
第四章 解应用题的思考方法与技巧	(43)
第一节 一般的思考方法与技巧	(43)
1. 图解列表法	(43)
2. 分析法	(49)
3. 综合法	(49)
4. 分析综合联用法	(50)
5. 方程法	(51)
思考与练习	(54)
第二节 几种常用的特殊解题思考方法与技巧	(59)
1. 比较法	(59)
2. 转化法	(61)
3. 假设法(假定法)	(68)
4. 还原法(逆推法)	(72)
5. 消去法	(74)
6. 对应法	(76)
7. 等量法	(79)
8. 分层法	(80)
9. 枚举法	(81)
思考与练习	(84)
第三节 解分数(百分数)应用题的几种特殊 思考方法与技巧	(95)
1. 割补法	(95)
2. 分离法	(97)
3. 比例法	(98)

4. 定量法	(103)
思考与练习	(106)
第四节 解比和比例应用题的几种特殊思考方法与技巧	(109)
1. 定义(概念)直接法	(109)
2. 归一法	(113)
3. 倍比法	(116)
4. 归总法	(117)
5. 分数法	(118)
思考与练习	(120)
第五节 解工程问题的几种特殊思考方法与技巧	(122)
1. 合分法	(122)
2. 缩倍法	(123)
3. 等效法	(124)
4. 标准法	(125)
*5. 最小公倍数法	(126)
思考与练习	(127)
第六节 解“行程”、“相遇”、“追及”应用题的 几种特殊思考方法与技巧	(129)
1. 求全程的三种思考方法	(129)
2. “相遇”、“追及”应用题的公式运用法	(130)
3. 逆向思考法(等量变换法)	(132)
4. 建立等时关系法	(134)
思考与练习	(136)
第七节 解有关其它应用题的特殊思考方法与技巧	(137)
1. “和差”、“倍数”问题	(137)

*2. “盈亏”问题	(141)
*3. “公约数”、“公倍数”应用题	(143)
*4. 巧用分解质因数方法解的应用题	(145)
*5. “剩余”问题	(147)
6. “植树”问题	(151)
7. “年龄”问题	(152)
8. “钟面”问题	(154)
*9. 求星期几的问题	(158)
思考与练习	(160)
第八节 解几何应用题的几种特殊思考方法	(163)
1. 概念直接运用思考法	(164)
2. 割补分析法	(168)
3. 作辅助线法	(170)
4. 运用解算术应用题的思考方法	(171)
思考与练习	(176)
第九节 解有关竞赛应用题的几种特殊思考方法与技巧	(182)
1. 凑整法	(182)
2. 凑极法	(183)
3. 循环思考法	(185)
4. 估值法	(186)
5. 特殊值法	(188)
*思考与练习	(189)
第五章 多向思考, 提高解应用题的能力	(195)
思考与练习	(209)

第一章 增强审题意识，学会审题

第一节 增强审题意识

审题是正确解题的前提，只有审明应用题的题意，分清其数量关系，才能明确解题途径。我们遇到一个应用题不会做，或做错了，往往就是因为没有认真审题，或不善于审题，缺乏审题意识，未养成认真审题的习惯所致。在此，我们不妨看看下面的一些实例。

例 1 ①先锋乡要修一条水渠，已知每天修 260 米，6 天修完这条水渠的 65%，余下的要在 4 天里完成，平均每天修多少米？

②先锋乡要修一条水渠，已知每天修 260 米，6 天修完这条水渠的 65%。余下的要在 4 天里完成，平均每天修多少米？

这两道题一样吗？不少同学会说，这两道题完全一样，这就错了，只要你认真审题，就会发现，这两道题虽然说的内容和情节一样，但所求的问题却不一样。

①中“6 天修完这条水渠的 65%”后面是一个“，”，因而，求平均每天修多少米，就是求(6+4)天里平均每天修多少米。算式是：

$$260 \times 6 \div 65\% \div (6+4)$$

$$=260 \times 6 \times \frac{20}{13} \times \frac{1}{10}$$

$$=240(\text{米})$$

②中“6天修完这条水渠的65%”后面是一个“。”，因而，求平均每天修多少米，就是求余下的要在4天里完成，平均每天修多少米。算式是：

$$260 \times 6 \div 65\% \times (1 - 65\%) \div 4$$

$$=260 \times 6 \times \frac{20}{13} \times \frac{7}{20} \times \frac{1}{4}$$

$$=210(\text{米})$$

由此可见，题目的一点之差，标点符号的不同，就导致所求问题不同，因而解法不同，我们只有认真审题，抓住题目中的细微变化，才能找到解题的正确方法。

例2 ①小志有连环画15本，比小明的连环画多3本。小明有多少本连环画？

②小志有连环画15本，是小明的连环画的3倍。小明有多少本连环画？

③小志借出15本连环画，还剩3本，小志有多少本连环画？

④小志有连环画15本，比小明的连环画多3本。小志、小明共有连环画多少本？

上面这四个简单的应用题，不少同学是这样列式解答的：

① $15 + 3 = 18(\text{本})$

② $15 \times 3 = 45(\text{本})$

③ $15 - 3 = 12(\text{本})$

④ $15 + 3 = 18(\text{本})$

显然，这四个列式计算都错了，为什么错了呢？就在于没有认真审题，没有正确理解这些应用题之间的联系与区别，见“多”就加，见“少”就减，见“剩余”就减，见“一共”就加，

见“倍”就乘，见“分”就除，从而一做就错。如果我们认真审清上面四题中每个题的结构特征和数量关系，就不难得出每个题的正确解答：

① $15 - 3 = 12$ (本)

② $15 \div 3 = 5$ (本)

③ $15 + 3 = 18$ (本)

④ $15 + (15 - 3) = 15 + 12 = 27$ (本)

例 3 ①有一堆煤 12 吨，用去 $\frac{1}{3}$ 吨，还剩多少吨？

②有一堆煤 12 吨，用去 $\frac{1}{3}$ ，还剩多少吨？

这两道题不少同学得出同一个结论 $12 - \frac{1}{3} = 11\frac{2}{3}$ (吨)或 $12 \times (1 - \frac{1}{3}) = 12 \times \frac{2}{3} = 8$ (吨)。事实上第一个解答对于①是正确的，对于②是错的；第二个解答对于②是正确的，对于①是错的。两道题只有一字之差，就成了两个本质不同的应用题，第①题是比差应用题，其中 $\frac{1}{3}$ 吨的 $\frac{1}{3}$ 是表示一个数，其标志是分数有计量单位名称(是名数)，所以列式计算是 $12 - \frac{1}{3} = 11\frac{2}{3}$ (吨)；第②题是比倍问题，其中 $\frac{1}{3}$ 是表示份数，其标志是分数无计量单位名称(是不名数)，列式计算是： $12 \times (1 - \frac{1}{3}) = 12 \times \frac{2}{3} = 8$ (吨)。

例 4 ①每件羊毛衫原价 100 元，第一次涨价 10%，第二次又涨价 20%。现在每件羊毛衫价格为多少元？

②每件羊毛衫原价 100 元，第一次降价 10%，第二次又降价 20%。现在每件羊毛衫价格为多少元？

不少同学解答时，由于审题不严，未认真思考无论是第一

次涨价后，还是第一次降价后，标准量就不再是调价前的价格，而应是第一次调价后的价格了，也就是说，标准量变了，解法也就完全不同。因而错误的列式计算为：

$$\textcircled{1} \quad 100 \times (1 + 10\% + 20\%)$$

$$= 100 \times 130\% = 130(\text{元})$$

$$\textcircled{2} \quad 100 \times (1 - 10\% - 20\%)$$

$$= 100 \times 70\% = 70(\text{元})$$

正确列式计算应为：

$$\textcircled{1} \quad 100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 20\%)$$

$$= 100 \times \frac{110}{100} \times \frac{120}{100}$$

$$= 132(\text{元})$$

$$\textcircled{2} \quad 100 \times (1 - 10\%) \times (1 - 20\%)$$

$$= 100 \times \frac{90}{100} \times \frac{80}{100}$$

$$= 72(\text{元})$$

例5 一根铁丝长210米，第一次剪去这根铁丝的 $\frac{1}{3}$ ，第二次比第一次多剪去这根铁丝长的 $\frac{1}{7}$ ，还剩多少米？

通过审题，不难看出，第一次剪去与第二次剪去都是对这根铁丝而言，即标准量没有变，第一次剪去这根铁丝的 $\frac{1}{3}$ ，第二次剪去这根铁丝的 $\frac{1}{3} + \frac{1}{7}$ ，由此可得出正确列式计算是：

$$210 \times [1 - \frac{1}{3} - (\frac{1}{3} + \frac{1}{7})]$$

$$= 210 \times \frac{4}{21}$$

$$= 40(\text{米})$$

可有的同学不认真审题，把“比……多几分之几”用加法

计算，“比……少几分之几”用减法计算当成解题公式套用，死记硬背，错误的列式为： $210 \times [1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times (1 + \frac{1}{7})]$ 。

例6 两列火车，一列长102米，每秒钟行20米，另一列长120米，每秒钟行17米，两车相向而行，从车头相遇到车尾离开需几秒钟？

对此题审题时，对于两列火车相向而行的速度和较容易得出，为 $(20+17)$ ，而求两列火车所行的路程和时间，不少同学由于不善于审题，错认为“长车头”与“短车头”相遇到两车尾离开，它们所行的路程是 $(120-102)$ ；也有的错认为“两车相遇到车尾离开，它们所行的路程为‘长车’长”；还有的错认为“长车”走102米，“短车”走120米，得两列火车从车头相遇到车尾离开所需的时间为： $120 \div 20 + 102 \div 17 = 12$ (秒)。

解答此题的关键是审清“车头相遇”、“车尾离开”后，“车头相遇”到“车尾”离开共走的路程为 $(120+102)$ 米，由此得出从车头相遇到车尾离开所需的时间为： $(120+102) \div (17+20) = 6$ (秒)。

第二节 审题基本方法

解题必须先审题，那么怎样审题呢？审题的基本方法是什么呢？在这里我们作一个简要的介绍。

1. 认真读题，弄清题意，理清“两个方面”，能说出题目讲的是什么事。

应用题是通过一定的数量关系把一些实际生活中的情节叙述出来的。因此，它包括情节和数量关系两个方面。情节是指应用题中所叙述的事实，数量关系是指应用题中已知量与已知

量、已知量与未知量之间的关系。这是读题中首先要审清的“两个方面”。

2. 再次审题，分清“两个部分”，划批记号，弄清基本的数量关系。

应用题包含条件和问题(即已知量和未知量)两个部分，这是在审题中应分清的，为分清这两部分，可采取划批记号的方法，如在条件下面划“_____”，问题部分划“~~~~~”，关键词语下面标“·”，进行“缩句摘录”和画图(列表)显示基本数量关系(已知与已知，已知与未知之间的关系)。

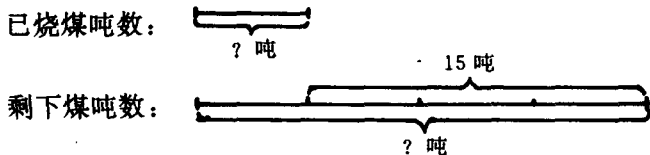
例7 某食堂运来若干吨煤，烧了几吨后，剩下的煤比已烧的多15吨，又知剩下的煤是已烧煤的4倍，问已烧的煤和剩下的煤各为多少吨？

缩句摘录：剩下的煤比已烧的多15吨，

剩下的煤是已烧煤的4倍，

已烧的和剩下的各为多少吨？

画出显示数量关系图：



从线段图上看，剩下的吨数占四段，而已烧的煤的吨数只占一段，也就是剩下煤的吨数比已烧煤吨数多三段，这就显示出了题中的基本数量关系，很容易求出每段表示的是多少吨。

3. 依据题意和数量关系，思考解题方法。

这里的思考，应包括如下几个方面：

①思考怎样把生活用语转化成数学语言。

我们学习了加、减、乘、除的意义后，对我们解应用题起固定作用，要寻求出解题方法就有必要把应用题中的生活用语转化成数学语言，沟通应用题与文字题之间的联系。如例7转化成数学语言就是“一个数是另一个数的4倍，比另一个数多15，这两个数各是多少？”

②思考题中条件和问题的内在联系。

较复杂应用题的求解部分一般分为几个并列的简单问题。在审题中，要善于将这种并列关系及时地转化为因果关系，逐步扩大审题的范围，弄清新结论与原问题的内在联系，获得更多的信息，为求得问题的最终解决铺路搭桥。

例8 一个筑路队要修一条长4850米的公路，开始每天修130米，修了20天后，每天多修20米，提高工效后，再修多少天可以完成任务？

审题思考中，从条件和问题之间的联系不难审出“提高工效后修的天数”为“还需修的米数”除以“提高工效后每天修的米数”，即求解部分变成了两个并列的小问题。再进一步思考：“还需修的米数”为“需要修的米数(4850米)，减去“已修的米数”(130×20米)；“提高工效后每天修的米数”为“开始每天修的米数(130米)”加上“后来每天多修的米数(20米)”。通过这样思考，问题就不难解决了。

在思考条件和问题之间的内在联系时，往往还需要我们将题中的某些条件进行翻译、改写，以便有效地探明解题途径和方法。也就是说审题思考时还应注意思考审清题中的等价条件。如，“一块长方形稻田长50米，宽34米。稻田长是一块长方形菜地长的一半，稻田宽是菜地宽的2倍。求长方形菜地的面积？”对这个题，我们在思考中，如不将条件等价地改写，就难于寻出解题途径或会产生错误，若将条件等价地改写一下：“稻田

长是一块长方形菜地长的一半”改为“长方形菜地长是稻田长的2倍”；“稻田宽是菜地宽的2倍”改为“菜地宽是稻田宽的一半”，数量关系就很明显，问题就容易解决。这就是说，审题中要注意和学会变换题目的叙述形式，进一步理解题意。

同时，在一些应用题中往往还存在着隐含的条件，使我们感到题目好像缺少条件难以下手，如常见的隐含条件有一年(月数、天数)、一个月(天数)、一星期(天数)、一天(时数)等等；分数(百分数)应用题、工程问题的总量常常要看成“1”。在审题思考中，我们要学会审出题中隐含条件。

③思考关键词语在解题中的作用。

在审题思考中，我们还要十分注意题中的关键词语在数量关系上所起的作用，这就要求我们准确地理解和运用数学术语。比如，“增加”、“超额”、“提高”、“上升”等都有“加多”的意思，但“增加到”与“增加了”就不同，“增加到”多少是指原数与增加部分的和，“增加了”就是“增加”的意思，不包括原数，一字之差，意义不同，因而方法各异。与这些词语相反的还有“减少”、“降低”、“节约”等词，这些词都是“减少”的意思，但同样也有一个“减少到”与“减少了”的差异。还比如，“比……多”、“比……少”；“比差”与“比倍”；“4个月”与“4月份”……这些容易混淆而多见的词语在审题中应十分注意。有些词语往往容易忽视，在审题中更应引起注意，如应用题中常出现“求他们三人各应分得多少”之类的问题，这里的关键词“各”是“每人分别分得多少”，是求三个数，而不是求“平均每人分得多少”的一个平均数。

在思考中，我们学会抓关键词语，对我们审清数量关系，寻求解题途径和方法，是十分有益的。

④思考审题思路是否符合题意要求，或通过检验看审题中