普通高等教育经济管理类

本科课程教材

高等数学

（上册）

阳妮 屈思敏／主编

中国财政经济出版社

普通高等教育经济管理类本科课程教材

高等数学

（上 册）

阳 妮 屈思敏 主编

中国财政经济出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．上册/阳妮，屈思敏主编．—北京：中国财政经济出版社，2005.8

普通高等教育经济管理类本科课程教材

ISBN 7－5005－8501－2

Ⅰ．高…　Ⅱ．①阳…②屈…　Ⅲ．高等数学—高等学校—教材　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 090775 号

中国财政经济出版社 出版

URL：http：// ckfz. cfeph. cn

E－mail：ckfz@ cfeph. cn

（版权所有　翻印必究）

社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮政编码：100036

发行处电话：88190406　财经书店电话：64033436

北京牛山世兴印刷厂印刷　各地新华书店经销

787×960 毫米　16 开　18.5 印张　311 000 字

2005 年 8 月第 1 版　2005 年 8 月北京第 1 次印刷

印数:1—5 000　定价:33.00 元

ISBN 7－5005－8501－2/O·0042

（图书出现印装问题,本社负责调换）

序

在现代社会，各国经济从社会化到国际化、全球化，是一种必然趋势。在这种趋势下，各种经济活动、各类经济联系及经济现象越来越复杂化。面对这纷繁、多姿的经济现象，如何才能从理论上进行更为透彻的理解和把握；面对这嬗变、多彩的经济问题，如何才能更为科学地予以解释并有效地解决，这是现在和未来的经济管理工作者需要认真面对的重要任务。经济的发展，促进了财经教育的发展；经济发展面临的问题，又丰富了财经教育的内容，促进了财经教育改革的纵深发展。

作为地方性的财经院校，其首要任务就是让学生受到系统、科学、严格的专业技能训练，全面而深入地掌握学科的基本理论、基本方法和学科发展前沿动态，了解本地区经济社会发展特点，为使他们走向社会时能够更快适应环境的变化、有效解决现实经济生活的问题，在职业岗位上实现人生价值而奠定基础。

在我国高等教育大众化快速挺进的过程中，高等财经教育的扩张速度进一步加快，高等财经教育的超常规发展，为高等教育大众化的快速实现作出了突出贡献，但也给自身发展带来了一系列问题，如有的“热门”专业逐步变为“冷门”，有的传统专业日渐失去原有的优势，财经类大学生就业也出现比较难的情况等。广西财经学院作为一所地方财经类普通高校，只有加强学校建设、深化教学改革、突出办学特色，才能在强手如林的办学竞争中异

军突起。基于这种认识，我们用了一年的时间，在考察社会对财经人才需要状况、研究国内外同类院校办学经验上，对本科学生的培养方案、课程设置和学科建设等进行了全方位的改革，作为新方案的一个组成部分就是编撰适用于与培养高级应用型的财经人才相配套的系列教材。为了完成这项艰巨的任务，学院成立了财经系列教材编审委员会，精心组织长期从事财经管理、教学与研究的一线专家、教授来参加系列教材的编撰工作。

重点课程、精品课程的建设已成为教育改革所特别关注的突破口。系列教材主要是选择了经济管理类核心课程，而这些核心课程也大多是重点课程和精品课程。同时，考虑到系统性和完整性，这套丛书还包括了一部分经济管理类的基础课程，我们希望给学习者提供一套相对完整的财经类教材。在课程的内容上，我们注重了科学性和前瞻性，结合了当前经济改革的新问题，在编写上，尽可能以通俗易懂的语言深入浅出地介绍深奥的专业知识。

我们力求在以下四个方面表现自己在教材建设的特色：

1. 适应应用性的学习：本系列教材结合地方财经院校教学特点，紧紧围绕培养高级应用人才目标，强调以应用性学习为主，着重从学生的实际动手能力方面进行知识的介绍和技能训练，学生通过学习可以很快地掌握知识要领，提高实际应用的能力，从而突出了应用性学习的特点。

2. 反映研究性的教学：教师是知识的直接传导者，在长期从事教学过程中，积累了丰富的教学经验和优秀的本学科研究成果，这些经验和成果极大地优化了教学过程，是提高教学质量的重要保证。本系列教材中紧扣教学特点适度融入了教师优秀的、得到公认的研究成果，从而突出了研究性教学的特点。

3. 融会创新性的研究：创新是科学的研究方法的特性，本系列教材在知识体系介绍和研究中始终贯穿科学的态度和创新观点，

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

做到既保持传统的、优秀的知识和方法体系，又以创新的角度去发展和开拓，突出了创新性研究的特点。

4. 体现时代性的知识：新时代下的新知识体系的构成是一门学科的重要组成部分，知识结构推陈出新是学科发展的一个标志。本系列教材结合当前财经发展中的新形势、新问题和新知识，将新知识内容融入教材当中，突出了新时代新知识的特点。

这套系列教材定位于高等财经教育应用型本科的教学。主要作为普通高等财经院校相关课程的选用教材，亦可以作为各层次教育和企业培训教材，也适合广大财经从业人员作为学习参考用书。本套教材还配有辅导用书，以便于教师教学和学生学习参考。

本系列教材在编写过程中得到有关专家和企业的支持和帮助，在此一并表示感谢。由于编写时间仓促，加上编写水平所限，书中有不足之处在所难免，恳请广大读者提出宝贵的意见和建议，以日臻完善。

经济管理类系列教材编委会

2005 年 6 月

前言

高等数学是本科财经院校经济管理类各专业必修的一门重要的基础课程。它对培养、提高学生的思维素质、创新能力、科学精神、治学态度以及用数学解决实际问题的能力都有着非常重要的作用。

本书以满足本科财经类院校经济管理专业数学教学需要为目标；在教学水平、科学水平、思想水平上符合人才培养目标及本课程教学基本要求；符合认知规律，便于学习和教学。在编写过程中，我们参阅了大量有关教材，充分吸收他人之长，精选了经济、管理类专业学生必需掌握的高等数学知识。在章节内容编排和例题选择上，注意体现高等数学在经济学中的应用。另外，引进了数学实验课程教学内容，结合本教材内容，介绍计算软件的使用，通过演示与实验，培养学生利用计算机求解数学问题的能力。

《高等数学》教材分上、下两册。上册包括函数的极限与连续、一元函数微分学及其应用、一元函数积分学及其应用；下册包括多元函数微分学、多元函数积分学、常微分方程、无穷级数等。

《高等数学》上册由阳妮、屈思敏担任主编。第一章由黄玲花、莫文娟编写，第二章由阳妮、李成群编写，第三章由邬桂芬、黄勤编写，第四章由梁树春、屈思敏编写，第五章由马铭清、林

承初编写，第六、七章由林李、李静编写。全书由阳妮、屈思敏统稿、修改、定稿。

本教材得到广西大学戴牧民教授、桂林电子工业学院陈克东教授、广西师范大学邓培民教授的认真审阅和具体指导，在此表示诚挚的感谢。

限于编者水平，书中疏漏之处难免，敬请读者批评指正。

编者

2005 年 7 月

经济管理类系列教材编委会

主 任 委 员　席鸿建

副主任委员　蒙丽珍

委　　　员　李伯兴　李家瑗　李国淮

李小红　周英虎　廖　玉

邓文勇　莫柏预　石雄飞

黄　约　韦燕宁

目录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章
函数、极限与连续

初等数学的研究对象基本上是不变的量，而高等数学则是以变量为研究对象，函数关系就是变量之间的依赖关系，极限方法是研究变量的一种基本方法。本章将介绍函数、极限以及函数的连续性等基本概念、性质和它们的有关计算问题。

第一节　函　数

函数是数学中最重要的基本概念之一，是现实世界中量与量之间的依存关系在数学中的反映。本节，我们将进一步阐明函数的一般定义，描述关于函数的简单性态，并给它们重新分类。

一、集合

1. 集合概念

集合是数学中的一个基本概念，它在现代数学中起着非常重要的作用。一般说来，集合是具有某种属性的事物的全体，或是一些确定对象的汇总，构成集合的事物或对象，称为集合的元素。

通常用大写字母 A，B，C，…表示集合，用小写字母 a，b，c，…表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 $a \in A$；如果 a 不属于集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a \notin A$。由有限个元素组成有集合称为有限集，由无限个元素组成的集合称为无限集。

以后用到的集合主要是数集，即元素都是数的集合，如果没有特别声明，以后提到的数都是实数。

对常用的一些数集，我们采用习惯记号，即

集合	自然数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
集合的符号表示	N	Z	Q	R	C

我们常用“列举”和“描述”的方法来表示集合，例如：由 a，b，c，d 四个元素组成的集合，记为 A，可表示为 $A=\{a, b, c, d\}$。又例：满足方程 $x^2+5x+6=0$ 的解 x 组成的集合，记为 B，可表示为 $B=\{x|x\in R, x^2+5x+6=0\}$。

如果集合 A 每一个元素都是集合 B 的元素，即“如果 $x\in A$，则必有 $x\in B$”，就说 A 是 B 的子集，记作 $A\subset B$（读作 A 包含于 B）或 $B\supset A$（读作 B 包含 A）。

如 $N\subset Q$，$N\subset R$，$Q\subset R$。

如果 $A\subset B$，且 $B\subset A$，就称集合 A 与 B 相等，记作 $A=B$。

如 $A=\{3,2\}$，$B=\{x|x\in R, x^2+5x+6=0\}$，则 $A=B$。

空集：不含任何元素的集合称为空集，记为 ϕ。

如 $A=\{x|x^2+1=0, x\in R\}$ 是空集。

并集：设 A，B 是两个集合，由这两个集合中的所有元素组成的集合称为 A 和 B 的并集，记为 $A\cup B$，即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

交集：A 和 B 的所有公共元素组成的集合称为 A 和 B 的交集，记为 $A\cap B$，即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

2. 区间

区间是用得较多的一类数集。

有限区间：设 a 和 b 都是实数，且 $a<b$，数集 $\{x|a<x<b\}$ 称为开区间，记作 (a, b) 数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，记作 $[a, b]$。

类似有半开区间：$[a, b)=\{x|a\leqslant x<b\}$，$(a, b]=\{x|a<x\leqslant b\}$。

以上这些区间都称为有限区间，数 $b-a$ 称为这些区间的长度。

无限区间：引进记号 $+\infty$（读作正无穷大）及 $-\infty$（读作负无穷大），则可类似地表示无限区间，例如，$[a, +\infty)=\{x|x\geqslant a\}$，$(-\infty, b)=\{x|x<b\}$ 全体实数的集合 R 也可记作 $(-\infty, +\infty)$，它也是无限区间。

它们在数轴上表示如图 1－1。

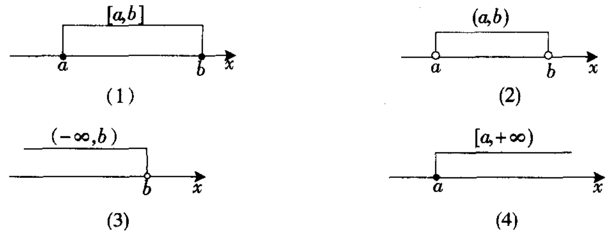

图 1－1

3. 邻域

邻域是一个经常用到的概念在下一节讲极限时，我们要用到邻域的概念。设 a 为一个已知以点 a 为中心的任意一个开区间称为点 a 的邻域，记作 U（a）。设 δ 是任一个正数，则开区间（$a-\delta$，$a+\delta$）就是点 a 的一个邻域，这个邻域称为点 a 的 δ 邻域，记作 U（a，δ），即 $U(a, \delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$，点 a 称为这个邻域的中心，δ 称为这邻域的半径（见图1－2）。

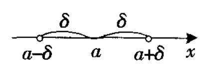

图 1－2

由于 $a-\delta<x<a+\delta$ 相当于 $|x-a|<\delta$，因此 $U(a, \delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}$，因为 $|x-a|$ 表示点 x 与 a 间的距离，所以 U（a，δ）表示：与点 a 距离小于 δ 的一切点 x 的全体。有时用到的邻域需要把邻域中心去掉，点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后，称为点 a 的去心的 δ 邻域，记作 $\dot{U}$（a，δ）即 $\dot{U}(a, \delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$。这里 $0<|x-a|$ 就是表示 $x \neq a$。

为了方便，有时把开区间（$a-\delta$，a）称为 a 的左 δ 邻域，把开区间（a，$a+\delta$）称为 a 的右 δ 邻域。应当指出，邻域的半径虽然没有明确规定其大小，但一般总是取很小的正数。

今后，我们研究的内容是在非常小的范围内（即邻域内）考虑函数的变化趋势。

二、函数的概念

在同一个自然现象或技术过程中，往往同时有几个变量在变化着，这几个变量并不是孤立地在变，而是相互联系并遵循着一定的变化规律。现在我们先就两个变量的情形（多于两个变量的情形以后在下册再讲）举几个例子。

例 1 考虑圆的面积 A 与它的半径 r 之间的相依关系。大家知道，它们之间的关系由公式 $A=\pi r^2$ 给定。当 r 在区间 $(0, +\infty)$ 内任意取定一个数值时，由上式就可以确定圆面积 A 的相应数值。

例 2 自由落体运动中的下落距离与时间的关系。

设物体下落的距离为 s，假定开始下落的时刻为 $t=0$，那么 s 与 t 之间的相依关系由公式

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

给定，其中 g 是重力加速度，假定物体着地的时该为 $t=T$，那么当时间 t 在闭区间 $[0, T]$ 上任意取定一个数值时，由上式就可以确定下落距离 s 的相应数值。

在以上两例中，变量之间的依存关系都由一个确定的公式表出。这种表示方法称为解析法。但应指出，有无这种确定的表达式，对问题中变量之间有依存关系存在是无关紧要的。

例 3 下面是一台发电机启动后一小时内每分钟的转速记录：

t（分）	1	2	3	4	……	60
n（转/分）	2011	2981	2998	3001	……	3002

这个表格给出了时间 t（分）与转速 n（转/分）之间的依存关系，从它可以查出当 t 取 1，2，…，60 等正整数时，转速 n 的对应值。

例 4 图 1－3 是气温自动记录仪描出的某一天的气温变化曲线，它给出了时间 t 与气温 T 之间的依存关系。时间 t（小时）的变化范围是 $0\leqslant t\leqslant 24$，当 t 在这个范围内任取一值时，从图 1－3 中的曲线可找出气温的对应值。例如当 $t=14$ 时，$T=25$℃为一天中的最高温度。

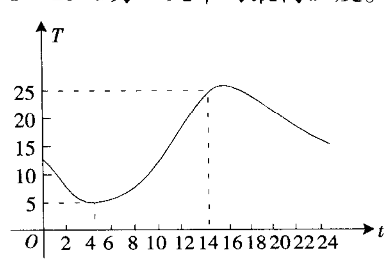

图 1－3

很显然，例 3 与例 4 中变量之间的依存关系都没有一个简明的表达公

式，而代之以一张表格与一条曲线。因此，像例 3 用一张表格来表示变量之间的依存关系的方法称为**表格法**；像例 4 用一条曲线来表示变量之间的依存关系的方法称为**图示法**。

函数的表示法一般说来常用的就是上述三种。

抽去上面几个例子中所考虑的量的实际意义，它们都表达了两个变量之间的相依关系给出了一种对应法则，根据这一法则，当其中一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时，另一个变量就有确定的值与之对应。两个变量间的这种对应关系就是函数概念的实质。

定义 1　设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于每个数 $x\in D$，变量 y 按照一定法则总有惟一一个确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的函数，记作

$$y=f(x)$$

数值 D 叫做这个函数的定义域，x 叫做自变量，y 叫做因变量。当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$。当 x 遍取 D 的各个数值时，对应的函数值全体组成的数集

$$W=\{y\mid y=f(x),\ x\in D\}$$

称为函数的值域。

例 5　求下列函数的定义域和值域。

(1) $f(x)=\sqrt{9-x^2}$；　　(2) $f(x)=\lg(4x-3)$

解　(1) 在偶次根式中，被开方式必须大于等于零，所以有 $9-x^2\geqslant 0$，解得 $-3\leqslant x\leqslant 3$，即定义域 $D=[-3,3]$，这时值域为 $W=[0,+\infty)$。

(2) 在对数中，真数必须大于零，所以有 $4x-3>0$，解得 $x>\frac{3}{4}$，即定义域 $D=\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$，这时值域 $W=(-\infty,+\infty)$。

三、函数的几种简单性质

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X\subset D$。如果存在数 K_1 使得 $f(x)\leqslant K_1$ 对任一 $x\in X$ 都成立，则称函数 $f(x)$ 在 X 上有上界，而 K_1 称为函数 $f(x)$ 在 X 上的一个上界；如果存在数 K_2，使得 $f(x)\geqslant K_2$，对任一 $x\in X$ 都成立，则称函数 $f(x)$ 在 X 上有下界，而 K_2 称为函数 $f(x)$ 在 X 上的一个下界；如果存在正数 M，使得 $|f(x)|\leqslant M$，对任一 $x\in X$ 都成立，则称函数 $f(x)$ 在 X 上有界；如果这样的 M 不存在，就称函数 $f(x)$ 在 X 上无界；这就是说如果对于任何正数 M 总存在 $x_1\in M$ 使 $|f(x_1)|>M$，那么

函数$f(x)$在X上无界。

例如，函数$f(x)=\sin x$在$(-\infty, +\infty)$内有界。数1是它的一个上界，数-1是它的一个下界。

又$|\sin x|\leqslant 1$对任一x都成立，故函数$f(x)=\sin x$在$(-\infty, +\infty)$内是有界的，这里$M=1$。

又如函数$f(x)=\frac{1}{x}$在开区间$(0, 1)$内没有上界，但有下界，例如1就是它的一个下界。函数$f(x)$在开区间$(0, 1)$内是无界的，因为不存在这样的正数M，使$\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant M$对于$(0, 1)$内的一切$x$都成立（$x$接近于0时，不存在确定的正数$K_1$，使$\frac{1}{x}\leqslant K_1$成立）。但是$f(x)=\frac{1}{x}$在区间$(1, 2)$内是有界的，例如可取$M=1$而使$\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant 1$对于一切$x\in(1, 2)$都成立。

容易证明，函数$f(x)$在X上有界的充分必要条件是它在X上既有上界又有下界。

2. 函数的单调性

设函数$f(x)$的定义域为D，区间$I\subset D$。

如果对于区间I上任意两点x_1及x_2当$x_1<x_2$时，恒有$f(x_1)<f(x_2)$，则称函数$f(x)$在区间I上是单调增加的；如果对于区间I上任意两点x_1及x_2，当$x_1<x_2$时，恒有$f(x_1)>f(x_2)$则称函数$f(x)$在区间I上是单调减少的。

单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**。

例如，函数$f(x)=x^2$在区间$[0, +\infty)$上是单调增加的，在区间$(-\infty, 0]$上是单调减少的；在区间$(-\infty, +\infty)$内函数$f(x)=x^2$不是单调的（图1-4）。

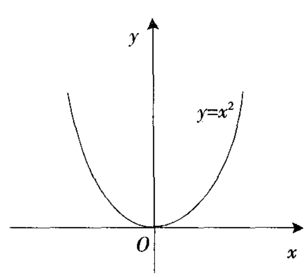

图1-4

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com