

JIANMING SHUXUE SHOUC

# 简明数学手册

上海教育出版社

# 简明数学手册

上海教育出版社

# 简明数学手册

《简明数学手册》编写组 编

(原上海人民版)

上海教育出版社出版

(上海永福路123号)

浙江人民出版社重印

浙江省新华书店发行 浙江杭州印刷厂印刷

开本, 850×1156 1/64 印张 12.75 字数 672,000

1977年6月第1版 1978年4月新1版 1978年10月浙江第1次印刷

统一书号: 7150·1780 定价: 0.93 元

## 编写说明

随着我国科学技术的迅速发展,广大科学工作者、工程技术人员以及教学工作者等,都需要一种内容较为全面的数学工具书。《简明数学手册》一书正是力图适应这一需要而编写的。本书共分七大部分,即:代数的基本运算和代数方程、常用几何图形、数学分析、微分方程、概率和统计、最优化方法、电子计算机上的常用算法。书末并有“附录”,包括数学常数、物理常数和计量单位等内容。考虑到一般需查阅的主要是一些数学问题的结论,所以本书只列出了初等数学和高等数学中的常用公式和数表等,而把具体的论证略去。

本书尝试采用按数学分支分类、归纳的编排方法。例如,“代数的基本运算和代数方程”中,包括了初等代数、高等代数、线性代数以及有关方程、线代数的计算方法;“常用几何图形”中,包括了初等几何计算、解三角形、解析几何、微分几何。这样,全书的结构更为条理化,对于熟悉数学的读者是便于检索的。

本书中刊用的数表,大部分是由复旦大学数学系在电子计算机上算出,并经有关单位同时计算并加复核过的;至于常用标准程序,也都已应用,并在709机上复试通过。

参加本书编写工作的,主要有:复旦大学数学系基础数学教研组、复旦大学计算机科学系计算方法教研组、上海市计算技术研究所、上海师范大学自然辩证法组、上海纺织工学院纺织系机织教研组、上海市卢湾区教师进修学院、上海市徐汇区教师进修学院、上海市计量测试管理局资料室、上海海运学院高等数学教研组、上海市业余工业大学、上海市城市建设局测量总队等。

限于水平,书中错误在所难免,恳请广大读者批评指正。

# 目 录

## 第一部分 代数的基本运算和代数方程

- 一、数及数的运算 .....1-1
  - 1. 近似计算.....1-1
  - 2. 常用乘幂表.....1-3
    - (1) 平方表.....1-3
    - (2) 平方根表.....1-6
    - (3) 立方表 .....1-11
    - (4) 立方根表 .....1-17
    - (5) 倒数表 .....1-24
  - 3. 质因数分解表 .....1-23
  - 4. 连分数 .....1-32
  - 5. 复数与四元数 .....1-34
  - 6. 常用数制的相互转换 1-37
- 二、 $n!$ 、 $A_n^p$ 、 $C_n^p$ 、 $\binom{n}{p}$ 的计算1-33
- 三、基本恒等式.....1-40
  - 1. 代数运算的基本运算律 .....1-40
  - 2. 整式的乘法和因式分解公式 .....1-41
  - 3. 整式的除法 .....1-42
  - 4. 分式的分项分解公式 1-43
  - 5. 比例计算 .....1-45
  - 6. 绝对值计算 .....1-45
- 四、不等式.....1-46
  - 1. 不等式的基本性质 ...1-46
  - 2. 绝对值不等式 .....1-43
  - 3. 常用不等式 .....1-46
- 五、矢量代数.....1-49
  - 1. 矢量  $\boldsymbol{a}$  的模  $|\boldsymbol{a}|$  和方向余弦  $\cos \alpha_i$ .....1-50
  - 2. 矢量的加法(减法)和数乘 .....1-50
  - 3. 矢量的乘法 .....1-50
    - (1) 内积  $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$  .....1-50
    - (2) 三维矢量的外积  $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ .....1-50
    - (3) 三维矢量的多重积 1-51
  - 4. 两个矢量的夹角和距离 .....1-52
  - 5. 矢量组的线性关系和秩 .....1-52
- 六、矩阵的运算和变换.....1-52
  - 1. 矩阵的运算 .....1-52
  - 2. 矩阵的初等变换 .....1-54
  - 3. 矩阵的逆 .....1-54
    - (1) 用消去法求逆矩阵 1-55

(2) 用主元素消去法求逆矩阵 .....1-55

(3) 用改进的平方根法求逆矩阵 .....1-55

(4) 分块矩阵求逆 .....1-55

4. 特征多项式和特征值 1-55

(1)  $n$  阶矩阵  $A=(a_{ij})$  的特征多项式 .....1-55

(2) 矩阵  $A=(a_{ij})$  的迹 1-56

(3) 矩阵  $A$  的特征值  $\lambda_i$  .....1-56

(4) 用迭代法求第一特征值  $\lambda_1$  .....1-56

(5) 求实对称矩阵全部特征值的对角化方法 1-57

(6) 求矩阵全部特征值和特征矢量的 QR 方法 .....1-57

七、行列式的计算.....1-58

八、线性方程组.....1-61

1. 二元一次方程组 .....1-61

2. 三元一次方程组 .....1-61

3.  $n$  元一次方程组 .....1-62

(1) 当  $m=n$  时.....1-62

(2) 当  $m \neq n$  时.....1-63

(3) 用逆矩阵解方程组 1-63

(4) 用矩阵的初等变换解方程组 .....1-64

(5) 消去法 .....1-64

(6) 主元素消去法 .....1-64

(7) 迭代法 .....1-64

(8) 平方根法 .....1-65

(9) 共轭斜量法 .....1-65

4. 齐次线性方程组 .....1-65

九、一元  $n$  次方程.....1-65

1. 实系数一元二次方程 1-65

2. 实系数一元三次方程 1-66

3. 实系数一元四次方程 1-67

4. 实系数一元  $n$  次方程 1-67

(1) 解的讨论 .....1-67

(2) 根模的界 .....1-68

(3) 实根的隔离 .....1-68

(4) 复根的隔离 .....1-69

(5) 对分法 .....1-70

(6) 迭代法 .....1-71

(7) 牛顿法 .....1-71

(8) 解函数方程组的牛顿法 .....1-72

(9) 弦截法 .....1-73

(10) 伯努利法 .....1-73

(11) 劈因子法 .....1-74

十、逻辑代数基本公式.....1-75

1. 逻辑运算 .....1-75

2. 逻辑恒等式及有关法则 .....1-75

3. 卡诺图表头 .....1-76

## 第二部分 常用几何图形

### (甲) 平面图形

- 一、平面图形的坐标表示和变换 .....2-1
  - 1. 简单图形的坐标表示...2-1
  - 2. 坐标的互换.....2-1
  - 3. 直角坐标系的变换.....2-2
  - 4. 图形的平移、旋转、反射2-3
- 二、点、直线和角.....2-3
  - 1. 直角坐标系中的直线方程.....2-3
  - 2. 点、直线的位置关系 ...2-4
  - 3. 角的几种度量和互化...2-6
- 三、凸多边形.....2-11
  - 1. 三角形 .....2-11
  - 2. 四边形 .....2-13
  - 3. 凸多边形 .....2-15
- 四、曲线.....2-20
  - 1. 曲线的对称性 .....2-20
  - 2. 曲线的升降、极值、凹凸、拐点 .....2-20
  - 3. 渐近线 .....2-21
  - 4. 曲线的切线、法线.....2-22
  - 5. 曲率、曲率半径、曲率圆中心 .....2-22
  - 6. 等距曲线 .....2-24
  - 7. 包络线 .....2-24

- 8. 等角曲线 .....2-25
- 9. 弧长的微分 .....2-26
- 10. 曲线围成的面积  $S$  ...2-26
- 五、圆和其他圆锥曲线.....2-27
  - 1. 圆 .....2-27
    - (1) 圆的方程 .....2-27
    - (2) 圆及其部分的面积  $S$ , 周长  $l$ .....2-28
    - (3) 圆面积表 .....2-30
    - (4) 圆周长表 .....2-33
    - (5) 等分圆周 .....2-35
    - (6) 圆的切线和割线 ...2-35
    - (7) 圆弧放样法 .....2-36
  - 2. 椭圆、双曲线、抛物线 2-37
    - (1) 定义 .....2-37
    - (2) 标准方程和各量计算 .....2-39
    - (3) 椭圆放样法 .....2-41
  - 3. 二次曲线的一般性质 2-42
- 六、其他常用曲线.....2-44
  - 1. 渐开线与渐屈线 .....2-44
  - 2. 摆线 .....2-44
  - 3. 螺旋线 .....2-49
  - 4. 其他曲线 .....2-50

### (乙) 空间图形

- 一、点、向量的坐标表示和变

换 .....	2-52
1. 点的坐标表示 .....	2-52
2. 直角坐标系中点和向量 的一一对应 .....	2-53
3. 坐标的互换 .....	2-53
4. 直角坐标系的平移、旋 转 .....	2-54
二、平面、直线 .....	2-55
1. 平面方程 .....	2-55
2. 直线方程 .....	2-56
3. 点、直线、平面的距离、 位置关系 .....	2-57
三、空间曲线 .....	2-64
1. 曲线的方程,弧长公式 .....	2-64
2. 空间曲线的切线、曲率、 挠率 .....	2-64
3. 曲线为平面、球面曲线 的条件 .....	2-66
4. 渐屈线 .....	2-66
四、曲面 .....	2-67
1. 曲面的法线方向、切平	

面和法线 .....	2-67
2. 曲面的第一微分型 .....	2-67
3. 曲面的第二微分型 .....	2-68
五、一些几何体的体积和表面 积 .....	2-69
1. 正方体、长方体、棱柱、 棱锥、棱台、拟柱体 .....	2-69
2. 圆柱、圆锥、圆台、球及 其部分 .....	2-71
3. 多面体与正多面体 .....	2-72
4. 旋转体 .....	2-73
六、球面三角形,球面及其他 二次曲面 .....	2-74
1. 球面三角形中的边角关 系 .....	2-74
2. 球面及其部分的表面积 和所围体积 .....	2-76
3. 球面方程 .....	2-76
4. 其他二次曲面 .....	2-77
七、螺线与螺面 .....	2-82

### 第三部分 数学分析

一、初等函数 .....	3-1
1. 幂函数 $y=x^a$ .....	3-1
(1) 运算法则 .....	3-1
(2) 函数值计算 .....	3-1
(3) 图象 .....	3-1

2. 指数函数 $y=a^x$ .....	3-2
(1) 运算法则 .....	3-2
(2) 函数值计算 .....	3-2
(指数函数 $y=e^x$ , $y=e^{-x}$ 的函数值表)	3-3



(3) 图象 .....	3-11
3. 对数函数 $y = \log_a x$ ...	3-11
(1) 运算法则 .....	3-11
(2) 常用对数的首数的计 算 .....	3-11
(3) 常用对数的尾数表	3-12
(4) 常用对数的反对数 表 .....	3-18
(5) 自然对数表 .....	3-24
(6) 函数值的近似计算公 式 .....	3-29
(7) 图象 .....	3-29
4. 三角函数 .....	3-30
(1) 三角函数定义 .....	3-30
(2) 常用三角公式 .....	3-31
(3) 特殊角的三角函数 值 .....	3-36
(4) 计算任意角三角函数 值的化简表 .....	3-37
(5) 三角函数值的常用近 似计算公式 .....	3-37
(6) 正弦、余弦函数表...	3-38
(7) 正切、余切函数表...	3-68
(8) 图象 .....	3-98
5. 反三角函数 .....	3-98
(1) 基本公式 .....	3-99
(2) 函数值计算 .....	3-102
(3) 图象 .....	3-102

6. 双曲函数 .....	3-103
(1) 基本关系式 .....	3-103
(2) 运算基本公式 .....	3-104
(3) 函数值计算 (双曲函 数表) .....	3-106
(4) 图象 .....	3-114
7. 反双曲函数 .....	3-114
(1) 基本关系式 .....	3-114
(2) 运算基本公式 .....	3-115
(3) 函数值计算 .....	3-115
(4) 图象 .....	3-116
二、插值法与逼近公式 ...	3-116
1. 差分 .....	3-116
2. 均差(差商) .....	3-118
3. 插值多项式 .....	3-119
(1) 均差插值多项式...	3-119
(2) 拉格朗日插值多项 式 .....	3-120
(3) 等距插值多项式...	3-120
(4) 带一阶导数的插值多 项式 .....	3-121
4. 三次样条插值函数...	3-121
5. 最佳逼近 .....	3-124
6. 平方逼近 .....	3-125
(1) 离散情形, 最小二乘 法 .....	3-125
(2) 连续情形, 最佳平方 逼近 .....	3-126

7. 正交多项式.....3-127	(3) 抛物线公式.....3-177
(1) 切比雪夫多项式...3-127	(4) 龙贝格公式.....3-177
(2) 勒让德多项式.....3-129	(5) 高斯积分公式.....3-173
(3) 离散情形, 等距点正 交多项式.....3-130	7. 无穷限广义积分.....3-179
三、微分 .....3-131	8. 无界函数的广义积分3-180
1. 导数与微分的运算法 则.....3-131	9. 含参变量积分.....3-181
2. 导数与微分的基本公 式.....3-131	10. 常用定积分公式.....3-181
3. 高阶导数与高阶微分3-133	11. 二重积分的计算.....3-187
4. 微分的数值算法...3-134	12. 三重积分的计算.....3-189
5. 多元函数的微分.....3-138	13. 曲线积分的计算.....3-191
6. 函数的幂函数展开式3-140	14. 曲面积分的计算.....3-193
7. 函数的极值.....3-141	15. 各种积分的关系.....3-193
(1) 一元函数的极值...3-141	16. 全椭圆积分表.....3-194
(2) 多元函数的极值...3-142	五、级数 .....3-196
(3) 条件极值(乘法法)3-142	1. 数列的求和.....3-196
四、积分 .....3-143	(1) 等比数列.....3-196
1. 不定积分的运算法则3-143	(2) 等差数列.....3-196
2. 常用求积分的方法及变 量替换.....3-144	(3) 高阶等差数列.....3-196
3. 不定积分表.....3-146	(4) 三角函数数列.....3-197
4. 定积分的基本性质...3-175	2. 级数的收敛性.....3-198
5. 定积分的计算.....3-175	(1) 数项级数的收敛性3-198
6. 定积分的近似计算...3-176	(2) 函数项级数的一致收 敛判别法.....3-199
(1) 矩形公式.....3-176	3. 一些数项级数的和...3-200
(2) 梯形公式.....3-177	(1) 数项级数的和.....3-200
	(2) 伯努利数 $B_k$ .....3-200
	(3) 欧勒数 $E_k$ .....3-201
	4. 幂级数.....3-201

5. 常用幂级数展开式	3-202
6. 函数的傅里叶级数展 开	3-207
7. 常用傅里叶级数展开 式	3-208
8. 参考级数	3-215
六、特殊函数	3-216
1. $\Gamma$ -函数	3-216
(1) 图象	3-216
(2) 换元公式	3-216
(3) 性质	3-217
(4) $\Gamma$ -函数近似值表	3-218
2. $B$ -函数	3-219
(1) 换元公式	3-219
(2) 性质	3-219
(3) $B$ -函数与 $\Gamma$ -函数的 关系	3-219
3. 贝塞耳函数	3-220
(1) 递推公式	3-221
(2) 半奇阶的贝塞耳函 数	3-222
(3) 贝塞耳函数的渐近公 式	3-223
(4) $J_n(x)$ 与 $Y_n(x)$ 的图 象及零点	3-224
(5) 第一类贝塞耳函数的 母函数	3-225
4. 勒让德多项式	3-225

(1) 勒让德多项式的递推 公式及其他公式	3-226
(2) 勒让德多项式的图 象	3-227
(3) 勒让德多项式的微分 及积分表达式	3-227
(4) 勒让德连带多项式	3-227
5. 车比雪夫多项式	3-228
(1) 零点	3-228
(2) 极值点	3-229
七、积分变换	3-229
1. 傅里叶变换	3-229
(1) 傅里叶变换的基本性 质	3-230
(2) 常用傅里叶变换表	3-232
2. 拉普拉斯变换	3-234
(1) 拉普拉斯变换的基本 性质	3-234
(2) 常用拉普拉斯变换 表	3-236
八、变分法	3-239
1. 固定边界的变分问题 极值的必要条件	3-239
2. 可动边界的变分问题 斜截条件	3-240
3. 有附加条件的变分问题 (拉格朗日乘数法)	3-241
4. 变分问题的直接法	3-243

九、复变函数	3-243
1. 解析函数	3-243
2. 柯西积分定理与积分公式	3-245
3. 泰勒级数与罗朗级数	3-245
4. 留数、幅角原理	3-246
5. 积分公式	3-247
6. 泊松公式	3-248
7. 整函数的无穷乘积表示	3-249
8. 保角变换(共形映照)	3-250

十、场论	3-252
1. 矢量函数的导数与积分	3-252
2. 数量场的梯度	3-253
3. 矢量场的旋度	3-254
4. 矢量场的散度	3-255
5. 二阶微分运算	3-255
6. 耐普拉算子	3-256
7. 在曲线坐标系中的运算	3-256

## 第四部分 微分方程

一、一些常见的常微分方程	4-1
二、一阶常微分方程	4-3
1. 一些简单的一阶方程的解	4-3
2. 存在与唯一性定理	4-4
三、一阶常微分方程数值解法	4-6
1. 欧勒折线法	4-6
2. 改进的折线法	4-6
3. 欧勒预测-校正法	4-6
4. 龙格-库塔法	4-7
5. 吉尔法	4-7
6. 阿当姆斯预测-校正法	4-8
四、高阶常微分方程	4-8
1. 可降阶方程的解法	4-8

2. 线性方程	4-9
3. 存在与唯一性定理	4-12
五、二阶常微分方程边值问题的数值解法	4-12
1. 差分法	4-12
2. 尝试法	4-13
六、一阶常微分方程组	4-14
1. 一般概念	4-14
2. 一阶常系数方程组的解法	4-15
七、一阶常微分方程组初值问题的数值解	4-16
1. 龙格-库塔法	4-17
2. 吉尔法	4-17
八、稳定性理论	4-18

九、一阶偏微分方程	4-21
十、二阶线性偏微分方程	4-23
1. 分类	4-23
2. 标准形式	4-23
十一、一些二阶偏微分方程 定解问题的解	4-24
十二、二阶线性偏微分方程	

的差分解法	4-41
1. 抛物型方程的差分解 法	4-41
2. 双曲型方程的差分解 法	4-44
3. 调和方程第一类边值问 题的数值解法	4-45

## 第五部分 概率和统计

一、事件的概率	5-1
1. 事件及其概率	5-1
2. 全概率公式与贝叶斯公 式	5-2
3. 重复试验	5-2
二、随机变量的基本概率属 性	5-3
1. 一元随机变量	5-3
2. 二元随机变量	5-4
3. 多元随机变量	5-5
4. 几个卷积公式	5-6
三、随机变量的数字特征	5-7
1. 一元随机变量	5-7
2. 二元随机变量	5-9
3. 多元随机变量	5-10
4. 平均值与方差的一些基 本性质	5-11
5. 矩的相互关系与一些不 等式	5-11

四、概率母函数、矩母函数、 特征函数	5-13
1. 概率母函数	5-13
2. 矩母函数	5-13
3. 特征函数	5-14
4. $g(\theta)$ 、 $M(u)$ 与 $C(t)$ 之间 的关系	5-15
5. 唯一性定理	5-15
五、几种重要的概率分布	5-16
1. 离散型随机变量的概率 分布	5-16
2. 连续型随机变量的概率 分布	5-18
3. 与正态分布有关的分 布	5-24
4. 分布之间的渐近关系	5-24
六、统计分析	5-26
1. 统计量及其分布	5-26
2. 参数估计	5-34

3. 参数性假设检验 .....5-37
4. 多重比较法 .....5-41
5. 非参数性假设检验 ...5-43
- 七、经验公式.....5-46
1. 线性方程 .....5-46
2. 非线性方程 .....5-47
- 八、试验的设计及分析.....5-48
1. 方差分析(全面试验)计算表格 .....5-48
2. 用正交拉丁方进行试验设计 .....5-52
3. 用正交表进行试验设计 .....5-59
4. 平衡不完全区组试验设计 .....5-70
- 九、随机过程初步.....5-77
1. 随机过程的概念 .....5-77
2. 正态随机过程 .....5-78
3. 具有独立增量的随机过程 .....5-78
4. 马尔可夫随机过程 ...5-78
5. 平稳随机过程 .....5-81
6. 多维随机过程 .....5-85
7. 离散时间系统线性滤波的基本公式 .....5-86
- 十、统计用表.....5-88
1. 正态分布  $\Phi(u)$  表.....5-88
2. 正态分布的双侧分位数  $u_\alpha$  表 .....5-90
3.  $t$  分布表.....5-92
4.  $t$  分布的双侧分位数  $t_\alpha$  表 .....5-94
5.  $\chi^2$  分布的上侧分位数  $\chi_\alpha^2$  表 .....5-96
6.  $F$  分布的上侧分位数  $F_\alpha$  表.....5-98
7.  $t$  检验所需样本容量  $N$  选定表.....5-104
8. 方差分析所需样本容量  $N$  选定表.....5-108
9. 泊松分布表.....5-116
10. 泊松分布参数  $\lambda$  的置信区间表.....5-133
11. 平均数多重比较(有对比)临界系数  $d_p$  表(单侧) .....5-134
12. 平均数多重比较(有对比)临界系数  $d_p$  表(双侧) .....5-136
13. 平均数多重比较(无对比)临界系数  $R_p$  表...5-138
14. 选择  $t(\leq k)$  个较大(小)平均值的临界系数  $d_p$  表.....5-141
15. 样本分布函数(单样本)检验的临界值  $D_{n,\alpha}$  表 5-146

16. 样本分布函数(二样本) 检验的临界值 $m(n_1, n_2, \alpha)$ 表	5-148
17. 符号检验临界值 $S_{n, \alpha}$ 表	5-151
18. 秩和检验临界值表(双	

侧信度)	5-153
19. 检验相关系数 $\rho=0$ 的 临界值 $r_\alpha$ 表	5-155
20. $r$ 与 $z$ 的换算表	5-156
21. 随机数表	5-158
22. 对数阶乘表	5-163

## 第六部分 最优化方法

一、单变量问题最优化方法	6-1
1. 平分法	6-1
2. 0.618 法	6-1
3. 分数法	6-2
4. 抛物线法	6-2
5. 微分法	6-3
二、多变量问题最优化方法	6-3
1. 坐标(因素)轮换法	6-3
2. 梯度方向(最速下降)法	6-3
3. 牛顿法	6-3

4. 共轭梯度方向法	6-4
5. 变度量法	6-4
6. 鲍威尔方法	6-4
7. 平行切线法	6-5
8. 多面体调优方法	6-5
9. 序列无约束极小化方法	6-7
三、线性规划	6-7
1. 单纯形法	6-7
2. 物资调运问题的图上作 业法	6-9

## 第七部分 电子计算机上的常用算法

一、线性代数计算	7-1
(一)解实系数线性代数方程 组 $AX=B$	7-1
1. 主元素消去法	7-1
2. 平方根法	7-3
3. 改进的平方根法	7-5
4. 高斯-塞德尔迭代法	7-7
5. 共轭斜量法	7-8
(二)求 $n$ 阶矩阵 $A$ 的逆阵	7-10

1. 消去法	7-10
2. 主元素消去法	7-12
3. 改进的平方根法	7-15
(三)求矩阵 $A$ 的特征值和特 征向量	7-18
1. 幂方法	7-18
2. 雅可比方法	7-19
3. QR 方法	7-22
二、解一元 $n$ 次方程	7-50

1. 牛顿法(一) .....	7-50
2. 牛顿法(二) .....	7-52
3. 弦截法 .....	7-54
4. 劈因子法 .....	7-56
5. 解复系数一元 $n$ 次方 程的拟线性逼近法 .....	7-59
三、解函数方程 $f(x) = 0$ .....	7-66
(一)求 $f(x)$ 的一个实零点 .....	7-66
1. 三种改进的弦截法 .....	7-66
2. 进一步改进的弦截法 .....	7-69
3. 插值和二分法的组合 方法(一) .....	7-71
4. 插值和二分法的组合 方法(二) .....	7-73
5. 多点迭代法 .....	7-76
(二)求 $f(x)$ 的全部零点 .....	7-78
1. 二分法 .....	7-78
2. 抛物线插值法 .....	7-79
(三)解非线性方程组 .....	7-87
1. 下降法 .....	7-87
2. 拟牛顿法 .....	7-89
四、插值与逼近 .....	7-93
1. 拉格朗日一元 $n$ 点插 值 .....	7-93

2. 拉格朗日二元 $n$ 点插 值 .....	7-94
3. 三次样条函数(超松弛 法)插值、微商、积分 .....	7-95
4. 三次和三次周期样条函 数插值、微商、积分 .....	7-99
5. 三次样条函数光滑 .....	7-106
6. 曲面样条函数 .....	7-112
7. 等距节点正交多项式 曲线拟合 .....	7-120
五、数值积分 .....	7-123
1. 辛普生法(变步长) .....	7-123
2. 辛普生法(自动调节步 长) .....	7-125
3. 龙贝格法 .....	7-128
4. 高斯-勒让德法 .....	7-129
5. 克伦肖-柯特斯法 .....	7-133
6. 高斯法计算重积分 .....	7-139
六、一阶常微分方程组初值 问题的数值解 .....	7-141
1. 改进的折线法(定步 长) .....	7-141
2. 龙格-库塔法(变步 长) .....	7-142
3. 吉尔法(定步长) .....	7-145

附 录

一、数学常数表 .....	附-1
二、常用物理常数表 .....	附-2

三、常用计量单位和换算 .....	附-4
-------------------	-----



# 第一部分 代数的基本运算和代数方程

## 一、数及数的运算

### 1. 近似计算

(1) 舍取近似数的常用方法\*

i) 去尾法 对于正实数  $X$ , 取到从小数点起的第  $n$  位数字 ( $n$  为负数即表示取到小数的位数), 右边的数字都舍弃, 得到  $X$  的近似数  $x$ . 这时, 近似数的误差范围是

$$0 \leq X - x < 10^n.$$

ii) 四舍五入法 在上面的舍取中, 如果  $x$  的第  $n$  位数字改为  $X$  的第  $n$  位数字加上它右边一位数字四舍五入而得到. 这时, 近似数的误差范围是

$$-\frac{1}{2} \times 10^n \leq X - x < \frac{1}{2} \times 10^n.$$

iii) 进一法 在上面的舍取中, 如果  $x$  的第  $n$  位数字是由  $X$  的第  $n$  位数字加上 1 而得到. 这时, 近似数的误差范围为

$$10^n \leq X - x < 0.$$

(2) 近似数的运算

i) 误差估计 近似数运算的误差, 可用一阶全微分来估计, 相对误差则可用取对数后的微分来估计. 各种代数运算的误差可列表

\* 这三种方法中, 尽管误差范围的区间长度同为  $10^n$ , 但考虑误差限  $|X - x| < \varepsilon$  时, 四舍五入法的  $\varepsilon$  为最小 ( $\varepsilon = \frac{1}{2} \times 10^n$ ). 去尾法和进一法在一般机械制造、工程设计中有一定应用.