

智力开发丛书

# 奇妙的排列组合



● 宋耀生 编著

● 安徽教育出版社

•智力开发丛书•

# 奇妙的排列组合

江苏工业学院图书馆

朱耀生 编著  
藏书章

安徽教育出版社

## 奇妙的排列组合

安徽教育出版社出版

(合肥市金寨路283号)

安徽省新华书店发行 安徽新华印刷厂印刷

\*

开本：787×1092 1/32 印张： $3\frac{2}{9}$  字数：50,000

1989年9月第1版 1989年8月第1次印刷

印数：8,000

中国标准书号：ISBN7—5336—0414—8/G·917

---

定价：1.10元

## 编者的话

排列、组合知识在日常生活、生产实践和科技研究中有广泛的应用。

由于这部分知识独立成章，不需要很多的数学基础知识作铺垫，学生提前学习也是完全可能的。国外有的课本就已把这方面的知识渗透到小学、初中教材中去。

排列、组合内容饶有趣味，容易吸引爱好数学的学生去探讨。掌握有关基本知识，对开发学生的智力、培养能力会产生一定的作用。

本书根据小学生的思维特点，运用具体、生动的事例，深入浅出地介绍排列、组合基本解题思想。学生只要具有加、减、乘、除四则运算能力及一定的自学能力，一般都可以读懂书中的内容。本书力图帮助小学生拓宽知识面，训练学生的逻辑思维，提高他们分析问题和解决问题的能力。

本书可作为小学生的课外读物，也可作为小学课外数学兴趣小组活动的辅导材料。

## 目 录

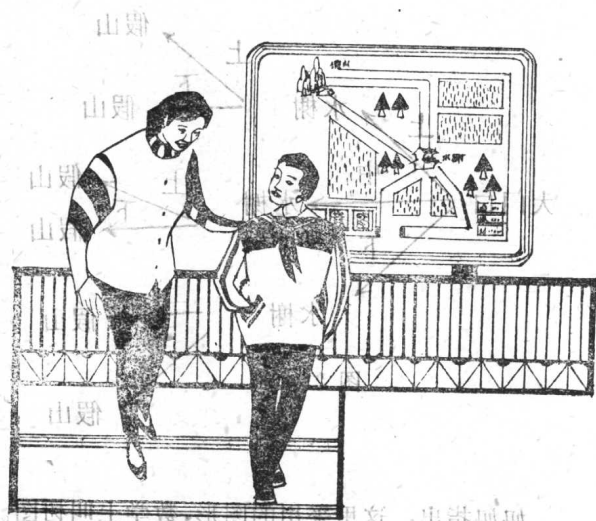
一、游园者的路线	1
二、介绍乘法原理	5
三、电话号码位数	9
四、排列的一般方法	12
五、元素的全排列	17
六、绕口令的规律	19
七、田忌齐王赛马	21
八、“小处不可随便”	23
九、介绍加法原理	26
一〇、应该怎样涂色	30
一一、约数共有多少	32
一二、商店里买东西	36
一三、重视排列条件	39
一四、零字不能当头	44
一五、注意有无顺序	47
一六、组合的一般方法	49
一七、两者区别应用	53
一八、诸葛亮借东风	58
一九、跳橡皮筋游戏	60
二〇、糊涂人装信封	64
二一、组合数的性质	67

二二、手拉手围成圈	71
二三、圆桌上的座位	74
二四、翻过来也一样	77
二五、红绿灯的信号	81
二六、聋哑人学拼音	85
二七、古代八卦符号	87
二八、通过街区路线	90
二九、上楼梯的走法	97
三〇、祝您幸福快乐	100
三一、飞镖得分种数	106

同不杀六育对直思舞”；弱谷回才一丁感册。学  
 笑是清，母国。整前夫不煎煎童，故不。送微的  
 得众译避。前玉讲普即水赞将既既”？即钱前庭  
 本匪口口天、

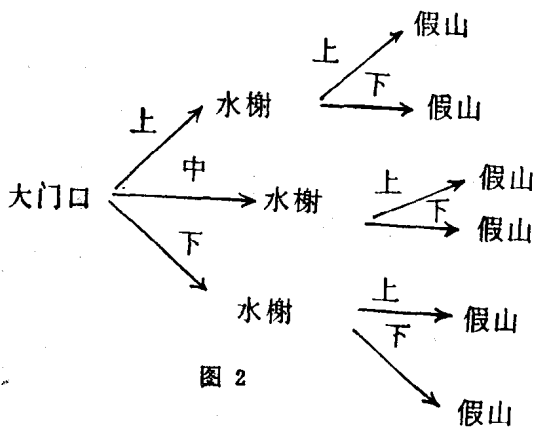
## 一、游园者的路线

星期天，妈妈带小明去公园游玩。走进大门，看到路旁悬挂着一张游园示意图，标明有三条路线可通水榭，再往里走又有两条路线可抵假山。妈妈灵机一动，编出一道数学题问小明：“你知道从大门口经水榭到假山去游玩，一共有几种不同的路线？”小明是个聪明的孩子，平日酷爱数



· 幅图 1 × 8 景五公真有园国海

学。他想了一下回答说：“我想应该有六条不同的路线。不过，道理说不大清楚。妈妈，你给我说说好吗？”妈妈称赞小明答得正确。接着分析说：“这个问题可以这样来考虑：从大门口到水榭分上、中、下三条路，有3种不同走法，对于游客的每一种到达水榭的走法，若继续从水榭到假山，又分别有上、下两条路的2种不同走法。这样，综合起来，从大门口经水榭到假山共有6种不同走法。”为了让小明加深印象，妈妈从提包中拿出纸和笔画了以下的具体路线。



妈妈指出：这里采用的图形，数学上叫树图。所用的计算公式是 $3 \times 2 = 6$ 种。



小明听了连连点头。他说：“妈妈，你的分析帮我理清了思路。你能不能再举几个这方面的例子？”

妈妈略加思索后，又举了以下两个例子。

“六年级有三个班，相互进行排球比赛。那么，获取冠亚军的班级所有可能情形应该有几种？我们不妨排一下各种可能情况。

冠 军	亚 军
(1) 班	(2) 班
(1) 班	(3) 班
(2) 班	(1) 班
(2) 班	(3) 班
(3) 班	(1) 班
(3) 班	(2) 班

共有  $3 \times 2 = 6$  种。”

“在三张卡片上分别写上数字1, 2, 3, 现从三张卡片中任选两张，问可以组成几个不同的两位数？排一下各种情况。

十位数字	个位数字
1	2
1	3
2	1
2	3
3	1

例 3 小明有 3 个苹果，小红有 2 个苹果，一共有几个苹果？

答：结论也是  $3 \times 2 = 6$  种。”

讲完例子，妈妈进一步启发小明：“以上几个题目内容都不一样，但计算方法与结果相同，你知道其中有什么规律吗？”

同学们，你们也许和小明一样在思考这个问题吧？下面让我们联系有关数学知识作进一步的介绍。

（一）排列问题  
排列问题是指从  $n$  个不同元素中取出  $m$  个元素，按照一定的顺序排成一列，共有多少种不同的排列方法。排列问题的计算公式为： $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ 。例如，从 3 个不同元素中取出 2 个元素，按照一定的顺序排成一列，共有  $P_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3 \times 2 = 6$  种不同的排列方法。

（二）组合问题  
组合问题是指从  $n$  个不同元素中取出  $m$  个元素，不考虑顺序，共有多少种不同的组合方法。组合问题的计算公式为： $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ 。例如，从 3 个不同元素中取出 2 个元素，不考虑顺序，共有  $C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$  种不同的组合方法。

（三）乘法原理  
乘法原理是指如果完成一件事需要分成  $n$  个步骤，每个步骤有  $a_1, a_2, \dots, a_n$  种不同的方法，那么完成这件事共有  $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$  种不同的方法。例如，小明有 3 个苹果，小红有 2 个苹果，一共有  $3 \times 2 = 6$  种不同的方法。

## 二、介绍乘法原理

解决上面三个题目，有一个共同的方法，就是都可以把有关问题分成两个步骤来完成。例如，讨论游园者的路线，第一步先确定从大门口到水榭的路线，有3种选法，第二步确定从水榭到假山的路线，有2种选法；讨论排球赛的冠亚军，第一步先确定冠军队，可在三个班级中任选一个，有3种选法，第二步确定亚军队，在剩下的二个班级中任选一个，有2种选法；讨论组成二位数，第一步先确定十位上的数字，可在1, 2, 3三个数字中任选一个，有3种选法，第二步确定个位数，在余下的二个数字中任选一个，有2种选法。上述这些问题一定要二个步骤都完成后，有关事情才算完成。由于第一步都有3种选法，第二步都有2种选法，所以得出的结果是相同的，都是  $3 \times 2 = 6$  种方法。

一般情况是这样的：

假如完成某一件事，需要分两个步骤，完成第一步有  $n_1$  种方法，对于这些方法中的每一种，继续完成第二步都有  $n_2$  种方法，那么完成这件事

总共有 $n_1 \times n_2$ 种不同的方法。(  $n_1$ 、 $n_2$ 的右下方的数字称为字母的下标，下标不同用来表示不同的字母。)

这个原理，叫做乘法原理。我们介绍有关排列、组合的许多数学知识，一般都以这条原理为基础。

学会利用乘法原理，非常有用！一些人并不知道这条原理，但在思考某些问题时，实际上已经在采用它。

一个班级产生五名中队委员，现要从中推选出中队长和副中队长，应有几种推选方法？



图 3

你自然会先考虑产生中队长(这是第一步骤)，从五名中队委员中推出一个中队长，有5种不同的方法。再在剩下的四名中队委员中推出一个副中队长(这是第二步骤)，又有4种方法。这两

步完成后推选工作才算完成，共有 $5 \times 4 = 20$ 种推选方法。

一书架上有不同的小说书8本，不同的教科书5本，要取出小说书和教科书各1本，问有几种不同的取法？

你也会考虑先取小说书，有8种不同取法，然后再取教科书，有5种不同取法，那么按要求不同的取书方法共有 $8 \times 5 = 40$ 种。

如果把乘法原理的内容推向更一般化，那就是：

假如完成某一件事，需要连续分成 $k$ 个步骤，第一步有 $n_1$ 种方法，第二步有 $n_2$ 种方法，……第 $k$ 步有 $n_k$ 种方法，那么完成这件事共有 $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ 种不同方法。

譬如，新学期开学了，小明领到语文、数学、外语、思想品德课本、自然常识5本新书，现有7张不同颜色的包书纸，问共有几种不同的包法？

包新书可分五步。第一步先包语文书，它可以从7种不同颜色的纸中任选一张来包，有7种选法；第二步包数学书，只能在剩下的6种颜色的纸中挑选，有6种选法；类似地，第三步包外语书有5种选法；第四步包思想品德课本有4种选法，最后一步包自然常识书只有3种选法了。当5本书全

一部包上了包书纸，这件事才算完成，根据乘法原理，小明的5本新书有  $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$  种不同的包法。

### 三、电话号码位数

放学后小明、小刚、小华三人一起回家，路过公用电话亭，小明提了个问题：“你们知道上海有多少台电话？”小刚说：“大概有几万台吧！”小华说：“超过一百万台。”小明则说：“我听说是几十万台。”



一醒善思  
图 4

三人三人都认为自己是正确的，谁也说服不了谁。

晚上妈妈回家，小明把这件事告诉她。妈妈说：“解放初，上海的电话号码是五位数字组成

的。如毛纺厂电话31541，少年宫电话22420。由于第一位(即万位)上不可用数字0，因此万位上的数字有从1到9的9种取法。第二位(即千位)就可以有从0到9的10种取法。同样，第三位(即百位)，第四位(即十位)，第五位(即个位)也都有10种取法。因此五位电话号码至多有  $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 90000$  个。那时的电话数目，就象小刚说的只有几万台。随着生产、生活的发展，通讯需求日渐增加，从1956年起，市电话局开始改用六位号码。根据上面计算方法，应该有  $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 900000$  个。所以，小明你的估计是对的。不过，上海有1200万人口。如果今后不仅单位装电话，千家万户都装上电话，平均几个人使用一台电话，那么六位电话号码就不够了，就可能还要改用七位号码。那样，小华的估计就对头了。现在世界上大城市中不少都已采用七位号码呢！”

同学们，小明妈妈讲解的道理不就是使用了乘法原理吗？

### 思考题一

1. 一幢大楼中从一楼到二楼有4个楼梯，从二楼到三楼有3个楼梯，从三梯到四楼有2个楼梯。问从一楼到四楼有多少种不同的走法？



2. 有甲、乙、丙三位同学做剪、锤、布划拳游戏，每个人都可以出示三种方式，中指、食指齐出表示剪刀，拳头表示锤头，手掌表示布片。问三人能出示多少种不同的方式？

3. 从甲地到乙地要翻过一座大山。上山有2条路，下山有3条路。问从甲地到乙地有多少种不同的走法？