

鐵路工廠職工教材

高 中 代 數

上 冊

鐵路工廠職工教材編輯工作組編



人民鐵道出版社



鐵路工厂职工教材

高中代数

上册

鐵路工厂职工教材編輯工作組編

人民鐵道出版社出版

(北京市霞公府17号)

北京市書刊出版業營業許可証出字第010号

新华書店發行

人民鐵道出版社印刷厂印

書号1394 开本 787×1092 毫米 印張 $8\frac{1}{2}$ 字数197千

1959年6月第1版

1959年6月第1版第1次印刷

印数0,001—28,000册

統一書号: K7043·66 定价(4)0.47元

目 录

第一章 有理数..... 1

一、有理数的概念..... 1

1. 具有相反意义的量..... 1

2. 有理数..... 2

3. 数轴..... 2

4. 数的绝对值..... 3

5. 有理数大小的比较..... 3

二、有理数的运算..... 6

6. 有理数的加法..... 6

7. 有理数的减法..... 9

8. 代数和..... 11

9. 有理数加法和减法的主要性质..... 12

10. 有理数的乘法..... 16

11. 有理数的除法..... 19

12. 有理数乘法和除法的主要性质..... 20

13. 混合运算..... 23

第二章 整式..... 27

一、代数式..... 27

14. 用文字表示数..... 27

15. 代数式..... 28

16. 系数..... 30

17. 幂..... 31

18. 运算顺序..... 32

二、整式..... 35

19. 单项式和多項式..... 35

20. 多項式的性质..... 35

21. 同类项..... 37

三、整式的加法和减法..... 38

22. 多項式的加法..... 38

23. 多項式的减法..... 39

24. 去括号和添括号..... 41

四、整式的乘法和除法	43
25. 单项式的乘法	43
26. 单项式的乘方	45
27. 多项式与单项式的乘法	47
28. 多项式与多项式的乘法	48
29. 单项式的除法	50
30. 多项式的除法	52
第三章 因式分解	57
31. 因式分解的概念	57
32. 提取公因式法	58
33. 应用公式分解法	59
34. 分组分解法	71
35. 多项式因式分解的步骤	74
第四章 分式	77
36. 分式和分式的基本性质	77
37. 改变分式的分子和分母的符号	78
38. 约分	79
39. 分式的加法和减法	81
40. 分式的乘法	85
41. 分式的除法	87
第五章 一元一次方程	91
一、方程	91
42. 方程的意义	92
43. 同解方程	93
44. 方程的基本性质	94
二、一元一次方程的解法和应用	99
45. 一元一次方程	99
46. 一元一次方程的解法	100
47. 字母系数方程	102
48. 列出方程来解应用题	106
49. 分式方程	11
三、一元一次不等式	11

55. 同解方程組	130
56. 二元一次方程組的解法	132
57. 列出方程組來解應用題	142
58. 直角坐標系	147
59. $y = ax$ 的圖象	149
60. 一般二元一次方程的圖象	151
61. 二元一次方程組的圖象解法	154
二、三元一次方程組	158
62. 三元一次方程	158
63. 三元一次方程組的解法	158
第七章 方根	165
一、數的開方	165
64. 平方根	165
65. 整數開平方	166
66. 分數和小數的開平方	169
67. 非完全平方數的開平方	170
68. 近似平方根	171
69. 方根及其性質	174
二、實數	177
70. 無理數	177
71. 無理數的近似值	178
72. 實數	179
73. 實數大小的比較	179
74. 實數的運算	180
三、根式	183
75. 根式	183

81. 根式的乘方	207
82. 把分母有理化	208
第八章 一元二次方程	210
83. 二次方程	211
84. 不完全二次方程的解法	217
85. 完全二次方程的解法	221
86. 二次方程的求根公式	223
87. 列出方程来解应用题	226
88. 二次方程的根与系数的关系 (韦达定理)	229
89. 二次三项式的因式分解	235
90. 根据判别式和系数讨论二次方程的根	240
91. 关于方程变形的几个定理	241
92. 无理方程	242
第九章 函数和它的图象	243
93. 常量和变量	244
94. 函数	245
95. 函数关系的表示法	247
96. 函数的图象	250
97. 函数 $y = kx$ 的图象	251
98. 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象	252
99. 二次函数	253
100. 函数 $y = x^2$ 的图象	254
101. 函数 $y = ax^2$ 的图象	255
102. 函数 $y = ax^2 + c$ 的图象	256
103. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	260
104. 用图象说明二次方程的根的性质	261
105. 二次方程的图象解法	261

第一章 有理数

在日常生活和生产劳动中，由于人們需要計数，就产生了自然数；以后又用零表示沒有物体的数，这样，数的范围就扩大到了整数。后来由于测量的需要，又把整数扩大到分数。在算术里，我們学习了整数和分数。但是在我們日常周圍的事物中，常常遇到許多具有相反意义的量，用算术里的数表示出这些具有相反意义的量来，因此，就有需要数的范围再加以扩大。下面，我們就研究具有相反意义的

一、有理数的概念

具有相反意义的量 我們来研究下面一些問題：

車工在加工一个軸的时候，軸的直径是有規定尺寸的；經過加工后軸的尺寸，不一定能和規定尺寸完全一样，有时可以比規定尺寸稍微大一些，有时也可以比規定尺寸小一些，只要不超过一定的范围，就是合格的产品。例如，一根軸的直径是30公厘，相定尺寸的公差是0.03公

節約糧食10斤，浪費糧食10斤。

上面這些例子，我們不但要研究這些量的數值的大，而且還要研究這些量的相反意義。這些量的問題，是用數表示的，算術里學過的數，已經不能滿足這個要求，因此，我們需要有新的數來表示相反意義的量。

我們把一個具有相反意義的量的某一方面，用算術里的數來表示，把它們作為正的量。例如：上公差0.03公厘，刀架前進4公厘，溫度上升 2° 等等，就記作0.03公厘、4公厘、 2° 等等；而另一方面的量，把它們作為負的量。例如：下公差0.02公厘，刀架後退5公厘，溫度下降 3° 等等，前面記上“-”號，分別記作-0.02公厘、-5公厘、 -3° 等等。

2. 有理數 在上節里，我們看到許多相反意義的量的實際例子，在代數里，我們就把具有相反意義量的某一方面，用算術里的自然數、分數來表示，這些數叫做正數；而另一個和它相反意義的量，用帶有“-”號的數來表示，把帶有“-”號的數，叫做負數。0（零）既不是正數，也不是負數。

正的整數和分數，負的整數和分數以及零，都叫做有理數。

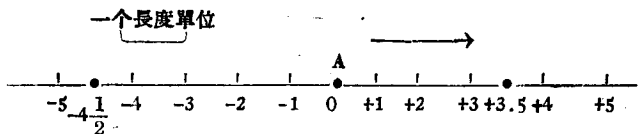


图 1

点 A 左边的第一个点表示 -1 ，第二个点表示 -2 ，第三个点表示 -3 ，等等。同样，在原点 A 的右边截取一点，使它和原点 A 的距离等于所取长度单位的 3.5 倍，这一点就表示 $+3.5$ ；如果在原点 A 的左边截取一点，使它和原点 A 的距离等于所取长度单位的 $4\frac{1}{2}$ 倍，这一点就表示 $-4\frac{1}{2}$ 。“ 0 ”可以用 A 点本身来表示。这种用来表示数的直线叫做**数轴**。

在数轴上，原点两边和原点距离相等的点所表示的数，叫做**相反的数**。

$+4$ 与 -4 是相反的数， $+1\frac{1}{2}$ 与 $-1\frac{1}{2}$ 也是相反的数（图 2）。但是和 0 相反的数仍旧是 0 。

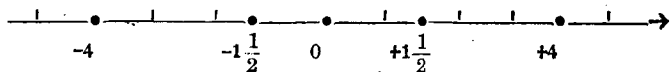


图 2

4. 数的绝对值 一个正数的绝对值是指这个正数的本身。例如， $+5$ 的绝对值是 5 。一个负数的绝对值是指和这个负数相反的正数。例如， -5 的绝对值是 5 。 0 的绝对值还是 0 。

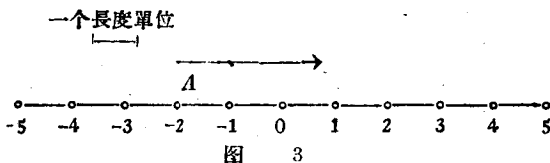
要表示一个数的绝对值，是在数的两边画两条竖线。例如， $+5$ 的绝对值可以写做 $|+5|$ ， $|+5| = 5$ ； -5 的绝对值可以写做 $|-5|$ ， $|-5| = 5$ ；零的绝对值写做 $|0|$ ， $|0| = 0$ 。

5. 有理数大小的比较 我们知道，温度本身有高低的

比較，那末表示这些温度的数也就有大小的比較，而且这两种比較是完全一致的，例如：

$$5^{\circ} > 3^{\circ}; 3^{\circ} > 0^{\circ}; 0^{\circ} > -2^{\circ}; -2^{\circ} > -4^{\circ}.$$

同样，在数軸上所表示的数，从左到右，数就越来越大；从右到左，数就越来越小。所以，在数軸所表示的兩個数，右边的一个数总比左边一个数大。



从图 3 中可以看出：

(1) 任何正数都大于 0。例如，

$$5 > 0; \quad 3\frac{1}{2} > 0.$$

(2) 兩個正数，其中絕對值大的数大。例如，

$$+6 > +3; \quad +3 > +1.$$

(3) 任何負数都小于 0。例如，

$$-5 < 0; \quad -0.8 < 0.$$

(4) 兩個負数，其中絕對值小的数大。例如，

$$-2 > -5; \quad -\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}.$$

(5) 任何正数都大于任何負数。例如，

$$+1 > -1; \quad +4.1 > -5.2.$$

例 1 把 -1.4 ， 2 ， $-3\frac{1}{2}$ ， -1 ， 0 ， $+0.5$ 依照从大到小的順序排列起来。

解：把它們排列为 $+2$ ； $+0.5$ ； 0 ； -1 ； -1.4 ； $-3\frac{1}{2}$ 。

例2 比較下面各数的大小：

(1) $|-7|$ 与 3; (2) $|+4|$ 与 $|-8|$ 。

解：(1) $\because |-7| = 7$; $\therefore |-7| > 3$ 。

(2) $\because |+4| = 4$, $|-8| = 8$;

$\therefore |+4| < |-8|$ 。

习 題 一

1. 用有理数写出下列溫度計上的度数：

零上 16° ；零下 10° ；零下 5° ；零度。

2. 某机器厂根据计划每月应当生产机器 500 台，如果一月份生产了 530 台，二月份因为只有 28 天，生产了 496 台，三月份生产了 520 台，利用有理数写出每月超额完成计划的台数。

3. 說明下列各語句的意义：

(1) 刀架先前进 56 公厘，后来又前进 -33 公厘；

(2) 溫度先上升 -3° 后来又上升 5° ；

(3) 某人在月初存入銀行 18 元，在月中又存入了一 8 元；

(4) 車头轉速先增加 40 轉，后来又增加 -20 轉。

4. (1) 如果 80 公尺是表示向东走的距离，那末 -70 公尺表示什么？

(2) 如果 5 台是表示超额完成的机器台数，那末 -2 台表示什么？

5. 在数軸上記出下面各数：

3; -2; -0.5; $3\frac{1}{2}$; $-4\frac{3}{4}$; 4.5; 0。

6. 写出和下列每个数相反的数：

5; $-4\frac{1}{3}$; +0.6; 2; -1.5。

7. 写出下列各数的绝对值：

+3; -4.2; $-5\frac{1}{2}$; 0。

8. (1) 写出大于 -8、小于 -2 的整数；

(2) 写出大于 -3 ，小于 $+3$ 的整数。

9. (1) 绝对值是 0.5 的数有几个？

(2) 在数轴上指出绝对值是 4 的数。

10. 用不等号联结下列每两个数：

(1) -8 和 -6 ； (2) $4\frac{1}{3}$ 和 4.3 ；

(3) 5 和 0 ； (4) -12.1 和 -11.99 ；

(5) $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{3}{4}$ ； (6) 0 和 -3 。

11. 把下面各数依照逐渐增加的次序排列起来：

-1.4 , 2 , $-3\frac{1}{2}$, -1 , $-\frac{1}{2}$, 0.25 , -10 ,

5.2 。

12. 指出下列每两个数的大小：

(1) $|-4|$ 和 3 ； (2) $|-2|$ 和 -2 ；

(3) $|+6|$ 和 $|-7|$ ； (4) $|+3.5|$ 和 $|-3.5|$ 。

二、有理数的运算

6. 有理数的加法 我們現在来研究一个问题：一个車工在車制一个另件的时候，調整了两次車头轉速，問經過两次調整后車头轉速怎样？要回答这个问题，需把两次調整車头轉速时的轉数合併起来，也就是用加法来計算。所得的和就是两次調整車头轉速的結果。

但是，調整車头的轉速，可能是增加車头的轉速，也可能是减少車头的轉速。因此，調整車头轉速的轉数，可能用正数来表示，也可能用負数来表示，所以我們得到下面的几种情况：

(1) 两次調整都是增加車头的轉速。例如：第一次是每分鐘增加 40 轉，第二次是每分鐘增加 60 轉，那末結果怎样呢？結果是車头轉速每分鐘增加了 100 轉。

所以 $(+40) + (+60) = +100$ 。

(2) 两次調整都是減少車头轉速。例如：第一次是每分鐘減少40轉，第二是每分鐘減少60轉，那末結果怎样呢？結果是車头轉速每分鐘減少了100轉。

所以 $(-40) + (-60) = -100$ 。

(3) 第一次調整是增加車头轉速，第二次調整是減少車头轉速。例如：第一次是每分鐘增加40轉，第二次是每分鐘減少60轉，那末結果怎样呢？結果是車头轉速每分鐘減少20轉。

所以 $(+40) + (-60) = -20$ 。

(4) 第一次調整是減少車头轉速，第二次調整是增加車头轉速，例如：第一次是每分鐘減少40轉，第二次是每分鐘增加60轉，那末結果怎样呢？結果是車头轉速每分鐘增加了20轉。

所以 $(-40) + (+60) = +20$ 。

从上面四种情况，我們得到：

$$(+40) + (+60) = +100;$$

$$(-40) + (-60) = -100;$$

$$(+40) + (-60) = -20;$$

$$(-40) + (+60) = +20。$$

因此，得出下面的有理数加法法則：

(1) 符号相同的兩個数相加，就是把它們的絕對值相加，原符号不变。

(2) 符号相反的兩個数相加，就是求出它們的絕對值的差，用絕對值大的数的符号做和的符号。

(3) 符号相反而絕對值相等的兩個数相加，它們的和为零。

例1 求 $(+40) + (+185)$ 的和。

解: $(+40) + (+185) = +225$ 。

例2 求 $(-\frac{3}{4}) + (-\frac{2}{3})$ 的和。

解: $(-\frac{3}{4}) + (-\frac{2}{3}) = -\frac{17}{12} = -1\frac{5}{12}$ 。

例3 求 $(+9) + (-25)$ 的和。

解: $(+9) + (-25) = -16$ 。

例4 求 $(-5\frac{2}{5}) + (+6\frac{3}{5})$ 的和。

解: $(-5\frac{2}{5}) + (+6\frac{3}{5}) = +1\frac{1}{5}$ 。

負数加上零,或零加上負数,和仍是原数。

例如: $(-5) + 0 = -5$; $0 + (-5) = -5$ 。

如果要求三个或者更多个有理数的和,可以先求出前两个数的和,然后再在和上加上第三个加数等等。

例5 求 $(+8) + (-5) + (-4) + (+3)$ 的和。

解: $(+8) + (-5) + (-4) + (+3)$
 $= (+3) + (-4) + (+3)$
 $= (-1) + (+3)$
 $= 2$ 。

习 题 二

1. 在数轴上作下列加法:

(1) $(+3) + (+12)$; (2) $(-59) + (-48)$

(3) $(-0.13) + (+0.27)$; (4) $4\frac{3}{5} + (-2\frac{1}{3})$;

(5) $(-0.7) + (-3.5)$; (6) $(-3.6) + (+2.8)$;

(7) $(-4.5) + (0)$; (8) $0 + (+3.6)$;

(9) $8\frac{1}{3} + (-0.28)$; (10) $(-\frac{9}{3}) + (+\frac{9}{3})$ 。

2. 作下列加法:

$$(1) (-12) + (+13) + (-6);$$

$$(2) (-21) + (-64); \quad (3) (+15) + (-6) + (+13);$$

$$(4) (-10) + (+6) + (-19);$$

$$(5) 6\frac{4}{5} + (-4\frac{1}{3}); \quad (6) 0.75 + (-0.35);$$

$$(7) (-0.64) + (+0.32) + (+0.33)。$$

3. 某工厂的材料庫，第一天購进生鉄54吨，第二天发給車間 37 吨，第三天購进106吨，第四天又发出90吨。問材料庫里还存 生鉄 多少吨？

4. 小王車閘体，第一周因为缺少經驗，不足定額 3 个；第二周熟悉了操作方法，超过定額15个，二周一共超过定額多少个？

7. 有理数的減法 有理数減法的意义和算术理減法的意义相同。就是**已知两个加数的和与其中一个加数，求另一个加数的运算**。因此，可以从有理数的加法来研究有理数的減法。

我們分四种情况来討論：

(1) 正数減去正数。

由有理数加法知道 $(+5) + (-2) = +3$ ，根据減法意义，得出 $(+3) - (+5) = -2$ ；

$$\text{又} \quad (+3) + (-5) = -2;$$

$$\therefore (+3) - (+5) = (+3) + (-5)。$$

(2) 負数減去正数。

由有理数加法知道 $(+5) + (-8) = -3$ ，根据減法意义，得出 $(-3) - (+5) = -8$ ；

$$\text{又} \quad (-3) + (-5) = -8;$$

$$\therefore (-3) - (+5) = (-3) + (-5)。$$

(3) 正数减去负数。

由有理数加法知道 $(-5) + (+8) = +3$ ，根据减法意义，得出 $(+3) - (-5) = +8$ ；

$$\text{又} \quad (+3) + (+5) = +8;$$

$$\therefore (+3) - (-5) = (+3) + (+5)。$$

(4) 负数减去负数。

由有理数加法知道 $(-5) + (+2) = -3$ ，根据减法意义，得出 $(-3) - (-5) = +2$ ；

$$\text{又} \quad (-3) + (+5) = +2;$$

$$\therefore (-3) - (-5) = (-3) + (+5)。$$

以上四种情况，我們得到：

$$(+3) - (+5) = (+3) + (-5);$$

$$(-3) - (+5) = (-3) + (-5);$$

$$(+3) - (-5) = (+3) + (+5);$$

$$(-3) - (-5) = (-3) + (+5)。$$

因此，得到有理数减法的法则：**减去一个数，等于加上与这个数相反的数。**

例 1

$$\begin{aligned} (+4.5) - (-3.75) &= (+4.5) + \\ &+ (+3.75) = +8.25。 \end{aligned}$$

例 2

$$\begin{aligned} \left(-4\frac{1}{5}\right) - \left(+2\frac{2}{5}\right) &= \\ = \left(-4\frac{1}{5}\right) + \left(-2\frac{2}{5}\right) &= -6\frac{3}{5}。 \end{aligned}$$

例 3

$$0 - (-5) = +5。$$

例 4 $(-3) - 0 = -3$ 。

例 5 某同志每月原来儲蓄10元，本月节约开支5元。
本月份可以儲蓄多少元？

解：

$$10 - (-5) = 10 + (+5) = 15。$$

答：本月份可以儲蓄15元。

8. 代数和 因为减去一个数，就等于加上和这个数相反的数，所以任意两个数的差，都可以写成和的形式。

例如， $7 - 3$ 可以写成 $7 + (-3)$ ；

$8 - (-5)$ 可以写成 $8 + (+5)$ 。

同样，含有加法和减法的一切式子，也都可以用和的形式来表示。例如，

$$20 - 5 + (-3) - (-7) = 20 + (-5) + (-3) + 7。$$

因此，在代数里一切加法和减法的运算，都可以用加法来进行。因为现在进行的都是加法运算，所以运算符号可以省略不写，例如 $20 + (-5) + (-3) + 7$ 可以写成 $20 - 5 - 3 + 7$ 。这种写法叫做代数和。

例 1

$$\begin{aligned} \text{計算：} \quad & 5 - (+13) + (-7) - \\ & - (-2) - (+8) 。 \end{aligned}$$

解：

$$\begin{aligned} & 5 - (+13) + (-7) - (-2) - (+8) \\ & = 5 + (-13) + (-7) + (+2) + (-8) \\ & = 5 - 13 - 7 + 2 - 8 \\ & = -21。 \end{aligned}$$

例 2

$$\text{計算：} \quad 2 - (-3) - (+7) + (-5) + 4。$$