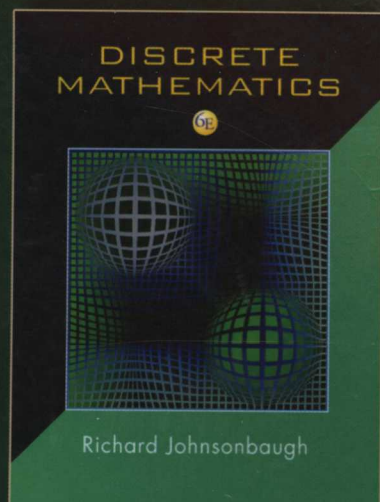


离散数学

(第六版)

Discrete Mathematics

Sixth Edition



[美] Richard Johnsonbaugh 著

石纯一 金 津 张新良 等译



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry
<http://www.phei.com.cn>

国外计算机科学教材系列

离散数学

(第六版)

Discrete Mathematics
Sixth Edition

[美] Richard Johnsonbaugh 著

石纯一 金津 张新良 等译

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书从算法分析和问题求解的角度,全面系统地介绍了离散数学的基础概念及相关知识。书中通过大量实例,深入浅出地讲解了数理逻辑、组合算法、图论、Boole代数、网络模型、形式语言与自动机理论、计算几何等与计算机科学密切相关的前沿课题,既着重于各部分内容之间的紧密联系,又深入探讨了相关的概念、理论、算法和实际应用。本书内容叙述严谨、推演详尽,各章配有相当数量的习题与书后的提示和答案,为读者迅速掌握相关知识提供了有效的帮助。

本书既可作为计算机科学及计算数学等专业的本科生和研究生教材,也可作为工程技术人员和相关人员的参考书。

Simplified Chinese edition Copyright © 2005 by PEARSON EDUCATION NORTH ASIA LIMITED and Publishing House of Electronics Industry.

Discrete Mathematics, Sixth Edition, ISBN: 0131176862 by Richard Johnsonbaugh. Copyright © 2004.

All rights reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.

This edition is authorized for sale only in the People's Republic of China (excluding the Special Administrative Region of Hong Kong and Macau).

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和Pearson Education培生教育出版北亚洲有限公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书封面贴有Pearson Education培生教育出版集团激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字:01-2004-5792

图书在版编目(CIP)数据

离散数学(第六版)/(美)约翰巴夫(Johnsonbaugh, R.)著;石纯一等译.

北京:电子工业出版社,2005.10

(国外计算机科学教材系列)

书名原文:Discrete Mathematics, Sixth Edition

ISBN 7-121-01258-8

I. 离... II. ①约... ②石... III. 离散数学-教材 IV. O158

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第103373号

责任编辑:冯小贝 特约编辑:李玉龙

印 刷:北京智力达印刷有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:43.75 字数:1232千字

印 次:2005年10月第1次印刷

定 价:66.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至zltz@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

出版说明

21世纪初的5至10年是我国国民经济和社会发展的关键时期,也是信息产业快速发展的关键时期。在我国加入WTO后的今天,培养一支适应国际化竞争的一流IT人才队伍是我国高等教育的重要任务之一。信息科学和技术方面人才的优劣与多寡,是我国面对国际竞争时成败的关键因素。

当前,正值我国高等教育特别是信息科学领域的教育调整、变革的重大时期,为使我国教育体制与国际化接轨,有条件的高等院校正在为某些信息学科和技术课程使用国外优秀教材和优秀原版教材,以使我国在计算机教学上尽快赶上国际先进水平。

电子工业出版社秉承多年来引进国外优秀图书的经验,翻译出版了“国外计算机科学教材系列”丛书,这套教材覆盖学科范围广、领域宽、层次多,既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择和自由组合使用。这些教材涉及的学科方向包括网络与通信、操作系统、计算机组织与结构、算法与数据结构、数据库与信息处理、编程语言、图形图像与多媒体、软件工程等。同时,我们也适当引进了一些优秀英文原版教材,本着翻译版本和英文原版并重的原则,对重点图书既提供英文原版又提供相应的翻译版本。

在图书选题上,我们大都选择国外著名出版公司出版的高校教材,如Pearson Education培生教育出版集团、麦格劳-希尔教育出版集团、麻省理工学院出版社、剑桥大学出版社等。撰写教材的许多作者都是蜚声世界的教授、学者,如道格拉斯·科默(Douglas E. Comer)、威廉·斯托林斯(William Stallings)、哈维·戴特尔(Harvey M. Deitel)、尤利斯·布莱克(Uyless Black)等。

为确保教材的选题质量和翻译质量,我们约请了清华大学、北京大学、北京航空航天大学、复旦大学、上海交通大学、南京大学、浙江大学、哈尔滨工业大学、华中科技大学、西安交通大学、国防科学技术大学、解放军理工大学等著名高校的教授和骨干教师参与了本系列教材的选题、翻译和审校工作。他们中既有讲授同类教材的骨干教师、博士,也有积累了几十年教学经验的老教授和博士生导师。

在该系列教材的选题、翻译和编辑加工过程中,为提高教材质量,我们做了大量细致的工作,包括对所选教材进行全面论证;选择编辑时力求达到专业对口;对排版、印制质量进行严格把关。对于英文教材中出现的错误,我们通过与作者联络和网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订。

此外,我们还将与国外著名出版公司合作,提供一些教材的教学支持资料,希望能为授课老师提供帮助。今后,我们将继续加强与各高校教师的密切联系,为广大师生引进更多的国外优秀教材和参考书,为我国计算机科学教学体系与国际教学体系的接轨做出努力。

电子工业出版社

教材出版委员会

- | | | |
|-----|-----|---|
| 主 任 | 杨芙清 | 北京大学教授
中国科学院院士
北京大学信息与工程学部主任
北京大学软件工程研究所所长 |
| 委 员 | 王 珊 | 中国人民大学信息学院院长、教授 |
| | 胡道元 | 清华大学计算机科学与技术系教授
国际信息处理联合会通信系统中国代表 |
| | 钟玉琢 | 清华大学计算机科学与技术系教授
中国计算机学会多媒体专业委员会主任 |
| | 谢希仁 | 中国人民解放军理工大学教授
全军网络技术研究中心主任、博士生导师 |
| | 尤晋元 | 上海交通大学计算机科学与工程系教授
上海分布计算技术中心主任 |
| | 施伯乐 | 上海国际数据库研究中心主任、复旦大学教授
中国计算机学会常务理事、上海市计算机学会理事长 |
| | 邹 鹏 | 国防科学技术大学计算机学院教授、博士生导师
教育部计算机基础课程教学指导委员会副主任委员 |
| | 张昆藏 | 青岛大学信息工程学院教授 |

译者序

微积分学是大学理工科学生必修的基础数学课程,这门学科是以连续函数表述的连续量为研究对象,采用的主要方法是极限,进而引入微分、积分、级数等概念来描述函数的性质。像物理、力学、化学等诸多学科都无法离开微积分甚至更高等的数学而独立发展。对于一项工程的设计,离开微积分甚至高等数学也是不可想像的。这些已为人们所共识。

与连续量相对应的是离散量,相关的基础性数学工具就是离散数学而不是微积分学。由于数字计算机软硬件结构决定了它仅适于处理离散型信息的存储与计算,因此离散数学便成为计算机科学与技术的基本数学工具。某些理论上的“先见之明”,将会给以后学科的发展带来巨大的影响。例如,Turing对可计算的研究所建立的Turing机是计算机的理论模型,随后这种理念导致了计算机的诞生。Boole的逻辑代数已成功地用于计算机的硬件分析与设计。谓词逻辑演算为人工智能学科提供了一种重要的知识表示方法和推理方法。这些都体现了离散数学的重要作用。对于离散数学的原理和方法,经常要求其在计算机上的可实现性;而一般的数学理论和方法有时仅给出存在性的结论,并不给出构造性的问题解答,因此难于满足实用性的要求。

随着计算机技术的发展,离散数学作为计算机科学的一种数学工具,其作用显得更加重要。如果仅满足于学习程序设计语言,掌握一些编程技巧,那么不一定要学习更多的基础性知识,甚至有高中生的知识水平就足够了。但对于计算机科学与技术专业的本科生、研究生来说,应有更高的要求,而不能满足于仅仅学习程序设计。对于一种程序设计语言来说,我们需要了解一些相关的问题:为什么会提出这种语言?它能解决什么问题?优势是什么?存在什么问题?它的语法、语义怎么样?利用该语言编写的程序必然是正确的吗?更深入的分析就是,计算机到底能做些什么?不能做些什么?什么是可计算的,什么是不可计算的,以及计算的复杂性又怎样?只有懂得一些深刻的基础性数学知识,才能对这些问题给出较为准确的回答。

国内正式出版的离散数学教材已有很多种,其内容主要包含数理逻辑、集合论、代数、图论、自动机和计算几何等,这些是用于分析与处理离散量所必须学习的内容。Richard Johnsonbaugh所著的*Discreted Mathematics*是一本有关离散数学的入门教材,书中包含了大量的数学基础知识,其内容简单易懂,适合自学。本书与国内出版的离散数学教材相比有如下特点:

- 大量的实例和习题
- 对问题求解的详细解释与说明
- 与计算技术结合密切,包括许多算法的描述、计算复杂性的阐述以及上机实现的要求

本书由清华大学计算机系的石纯一教授、金泽博士、张新良博士共同翻译,并由石纯一教授对全书进行了审校。此外,还要感谢张双民博士、张伟博士和卢科博士对本书的翻译工作所提供的帮助。由于译者的英文水平和对概念的理解水平有限,译文的不当之处在所难免,敬请读者批评指正。

石纯一

2005年9月于清华园

序 言

《离散数学》这本书是作者讲授离散数学的多年教学经验的凝结。本书可以作为一到两个学期的离散数学的入门教材。读者在学习本书时不必掌握很多的数学预备知识,不需要进行演算,同时也不需要了解计算机科学的预备知识。书中给出了例题、练习、图表、问题求解部分,各个章节还提供了问题求解要点、本节复习、注释、本章自测题以及上机练习等内容,可以帮助读者掌握离散数学的基本知识。此外,本书还提供了相关的教师参考手册(具体申请办法请参见书后的“教学支持说明”)与 Web 站点。

20 世纪 80 年代以前,几乎没有关于离散数学入门课程的合适教材。然而,实际上又需要这样一门课程来拓宽学生的数学基础与计算能力,从而讨论和解决包括抽象、组合、算法和图等有用的专题。本书的第一版(1984 年出版)满足了这种需要,并且对离散数学课程的发展产生了深远的影响。此后,离散数学课程得到了许多组织(其中包括数学和计算机专业的人士)的认可。美国数学学会(Mathematical Association of America, MAA)的一个专门小组赞同讲授一学年的离散数学课程。电子与电气工程师协会(Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE)的教育委员会建议本科一年级新生开设离散数学课程。美国计算机学会(Association for Computing Machinery, ACM)和 IEEE 指定了离散数学课程的教学大纲。本书的第六版和前面的各个版本一样,都包括了算法、组合数学、集合、函数、数学归纳法等这些组织认可的教学内容;同时这一版强调了理解和证明,以提高读者的数学水平。

与第五版的不同之处

根据众多读者对本书前几版内容的评论和建议,第六版对前面的几版进行了修改,其中与第五版的主要不同之处包括:

- 第 1 章的逻辑和证明得到了很大的扩展。第五版中的量词一节被分为两节,第一节(1.3 节)只讨论包含单个量词的语句,而第二节(1.4 节)讨论嵌套量词。第五版中的数学归纳法一节被分为两节。其中第一节(1.7 节)介绍的数学归纳法的归纳步为:设 $S(n)$, 证明 $S(n+1)$; 这一节还加入了循环不变量。第二节(1.8 节)介绍强数学归纳法和良序性。通过一个使用良序性的例子,我们证明了商和余数定理。
本书对第一章的说明、例题和相关资源都进行了全面的扩充。除此之外,本章还加入了程序设计语言中有关逻辑(例如与、或、非和 De Morgan 逻辑定律)的例题。为了更加清楚地进行说明,表示逻辑非的上划线“ $\neg$ ”改为“ $\neg$ ”。这一章更加详细地解释了充分条件和必要条件,新增的例题说明了自然语言和符号逻辑的关系。本章加入了更多的证明命题和如何构造证明的例题,例题数从 59 个增加到 90 个,练习题数从 391 个增加到 521 个。
- 在第 2 章加入了很多例题,以说明如何运用第 1 章的知识,其中包括集合、函数、序列和串中的一些命题(例如如何证明一个给定的函数是一一对应的)。
- 第 4 章在说明“大 O ”和相关记号之前,首先列举了几个算法的例子(4.1 节和 4.2 节),然后对其进行了简要的介绍。我们提到了很多现代算法并不具有经典算法的所有特性(例如

很多现代算法不是通用的,不是确定的,甚至不能是有限步完成的)。为了说明这一点,本章给出了一个随机算法的例子(例4.2.4)。

- 数论的介绍与第五版的一些内容(例如整数的表示、最大公约数)构成了新的一章(第5章),其中对一些专题(例如算法数论)进行了扩充。这一章既包含经典的理论(例如整除性、素数的不可数性、基础算术理论),也包含算法数论:求最大公约数的欧几里得算法、求幂的重复平方算法、计算满足 $\gcd(a, b) = sa + tb$ 的 s 和 t 、计算一个整数模的逆。本章的主要应用是RSA公钥密码系统(5.4节),这一章前几节介绍的算法可以完成RSA公钥系统所需的计算。
- 很多章节之后增加了问题求解要点,特别是在前面的几章中。顾名思义,问题求解要点是为了帮助学生总结解决问题的技巧。在许多章节的结尾,还给出了问题求解要点回顾,重点总结了本节解决问题的技巧。
- 增加了函数和数论的问题求解部分。
- 第五版的伪代码是Pascal形式的,这一版改为Java形式(类似于C和C++)。学生通常对这种形式更加熟悉。此外,伪代码的描述放到了附录中(附录C),这样就可以更早地获得代码。
- 本书的参考文献中加入了一些新的专著和文章,新的版本中更新了对一些专著的引用。
- 这一版的例题数增加到近600个(第五版中约有500个)。
- 这一版练习题增加到近4000个(第五版中约有3500个)。

内容与结构

本书的主要内容包括:

- 逻辑(包括量词逻辑)、证明、归结证明和数学归纳法(第1章),例1.4.15介绍了二人交替行动的逻辑游戏,这是一种判断量化命题函数真值的方法。
- 集合、数列、函数、和与积的符号、串、关系(第2章和第3章),其中的例题包括Hash函数的介绍和伪随机数发生器(2.2节)、任务调度的部分排序的应用(3.1节)以及关系数据库(3.4节)。
- 算法、递归算法和算法分析的讨论(第4章)。此外,有关算法的内容将贯穿全书,算法以伪代码形式书写(本书不要求读者掌握计算机科学的预备知识,伪代码的描述在附录C中给出)。本书介绍的算法包括覆盖算法(4.4节)、计算最大公约数的欧几里得算法(5.3节)、RSA公共密钥算法(5.4节)、排列组合的生成(6.3节)、合并分类(7.3节)、Dijkstra最短路径算法(8.4节)、回溯算法(9.3节)、深度优先和广度优先算法(9.3节)、树的遍历(9.6节)、博弈树求值(9.9节)、搜索网络的最大流(10.2节)、寻找最小距点对(13.1节)、凸包计算(13.2节)等。
- 关于函数增长的“大 O ”、 Ω 、 Θ 的讨论(4.3节)。引入的符号可准确地描述函数的增长和算法复杂性。
- 数论的介绍(第5章)。
- 排列、组合、离散概率和鸽巢原理(第6章)。可选读的章节(6.4节和6.5节)中介绍了离散概率。
- 递归关系及其在算法分析中的应用(第7章)。
- 图的介绍,包括并行计算中图模型的覆盖、骑士旅行、Hamilton环、图的同构、平面图(第8章)。8.4.3节给出了Dijkstra算法正确性的简单有效的证明。

- 树, 包括二叉树、树的遍历、最小生成树、决策树、最小时间排序、树的同构 (第 9 章)。
- 网络, 最大流算法、匹配 (第 10 章)。
- Boole 代数, 重点是 Boole 代数与组合电路的关系 (第 11 章)。
- 强调建模与应用 (第 12 章) 的自动机方法。SR 触发电路在例 12.1.11 中进行讨论, 并使用特殊的语法描述了分形 (包括 von Koch 雪花, 参见例 12.3.19)。
- 计算几何的介绍 (第 13 章)。
- 关于矩阵、基础代数和伪代码的附录。
- 强调各部分内容的交叉和相互关联。例如, 数学归纳法与递归算法的密切关系 (4.4 节); Fibonacci 数列在欧几里得算法分析中的应用 (5.3 节); 书中有许多练习需要使用数学归纳法; 我们给出了如何通过定义一组顶点上的等价关系来刻画图的元素 (参见例 8.2.13 后面的讨论); 以及计算 n 顶点二叉树的个数 (定理 9.8.12)。
- 强调阅读和证明。多数定理证明带有插图注释。有专门的小节 (问题求解部分) 向学生讲解如何进行问题求解以及如何进行定理证明。一些章节结尾的问题求解要点总结了求解本节问题的主要技巧。
- 大量的应用, 特别是在计算机科学中的应用。
- 利用图表描述概念、表示算法如何工作以及阐释定理, 从而使相关的内容讲解更加生动。有的图用来表示定理的证明。有关图的专题对证明做了进一步的解释。
- 每节的练习。
- 注解, 给出了学习建议和进一步阅读的文献资料。
- 每章复习。
- 每章的自测题。
- 上机练习。
- 159 条参考文献。
- 本书的最后列出了相关的数学和算法符号。

每章的内容按下面的方式进行组织:

概述

章节

章节复习

章节练习

章节

章节复习

章节练习

.....

注释

本章复习

本章自测题

上机练习

章节练习可以帮助学生复习本节中的重要概念、定义、定理、求解技巧等, 书后附有部分章节练习的答案。尽管章节练习是为复习准备的, 但是仍可作为课后作业或考试用题。

注释中给出了指导进一步学习的建议。本章复习给出了本章的基本概念。本章自测题包括对应每一节的四个练习，相关的答案在书后给出。

上机练习要求实现一些算法、项目以及其他与程序设计有关的专题。本书不要求读者具备程序设计的基础，也没有提供有关程序设计的介绍，因此这些练习只是为那些具有程序设计基础并愿意利用计算机分析离散数学概念的学生提供的。

此外，几乎各章都给出了问题求解部分。

练习

书中给出了超过4000个的练习题，其中147个是作为上机练习。超过一般难度的练习题用“*”标出。一些练习（约占三分之一）在书后给出了提示或答案。其他练习题的答案可以在教师参考手册中找到。有少数练习明确指出需要演算，书中的主要章节不需使用演算的概念。除做了标记的练习外，其他练习不需要进行演算。

例题

本书提供了超过600个的例题。这些例题向学生展示了如何利用离散数学解决问题、介绍理论的应用、阐述证明过程，从而使有关内容的讲解更加生动。

问题求解

问题求解部分帮助学生对问题进行研究和探索，教授学生如何进行证明。这一部分是紧跟在对一个问题的讨论后出现的独立一节。问题求解部分的目的是展示求解问题的另一种方法、讨论如何寻找问题的答案、说明问题求解和证明的技巧，而不是简单地给出一个问题的证明和答案。

每个问题求解部分由问题的陈述开始，然后讨论解决问题的方法，随后给出寻找答案的技巧。找到求解方法以后，书中将给出正式的答案以表示如何正确地书写答案。最后，总结本节使用的求解技巧。此外，有一些问题求解部分中包括注释，其中讨论了与数学和计算机科学的其他内容的联系，提供了相关问题的背景介绍，并给出进一步阅读的参考文献。还有一些问题求解部分以练习结束。

WWW 站点

WWW 站点：

<http://condor.depaul.edu/~rjohnson/dm6th>

与第五版的站点相比实用性大大增强。新的 Web 站点中包括：

- 对有难度的内容做进一步的解释，还给出了到其他离散数学站点的链接。书中带有[WWW]的图标表示相关内容在本书的 Web 站点上有进一步的解释或可以找到其他链接。
- PowerPoint 幻灯片。
- 补充材料。
- 计算机程序。
- 勘误表。

致谢

我从许多人那里得到了有益的帮助,他们是Gray Andrus、Kendall Atkinson、André Berthiaume、Gregory Brewster、Robert Busby、David G. Cantor、Tim Carroll、Joseph P. Chan、Hon-Wing Cheng、I-Ping Chu、Robert Crawford、Henry D'Angelo、Jerry Delazzer、Br. Michael Driscoll、Carl E. Eckberg、Herbert Enderton、Susarna Epp、Gerald Gordon、Jerrold Grossman、Reino Hakala、Mark Herbster、Steve Jost、Martin Kalin、Nicholas Krier、Warren Krueger、Glenn Lancaster、Donald E. G. Malm、Nick Meshes、Kevin Phelps、Jenni Piane、Mansur Samadzadeh、Sigrid(Anne) Settle、James H. Stoddard、Chaim Goodman Strauss、Michael Sullivan、Edward J. Williams 和 Hanyi Zhang。同样感谢所有给我发来信件和电子邮件的读者。

特别要感谢Wayne州立大学的Gregory F. Bachelis,他对本书进行了校对并收集了学生的反馈信息。我的同事Bob Fisher为凸集设计了几道非常好的练习,这些练习可用数学归纳法求解。

感谢提供帮助的下列同事:

Scott Annin, California 州立大学 Fullerton 分校

Brendan Frey, Toronto 大学

Dennis Carity, Oregon 州立大学

Aaron Keen, California 工艺大学 San Luis Obispo 分校

Miguel Lerma, 西北大学

Truc Nguyen, Bowling Green 州立大学

Craig Jensen, New Orleans 大学

Randall Pruim, Calvin 学院

David Stewart, Iowa 大学

Suely Oliveira, Iowa 大学

Bogdan Suceava, California 州立大学 Fullerton 分校

Anthony S. Wojcik, Michigan 州立大学

感谢Patricia Johnsonbaugh, Patricia从我的手稿中整理出近4000道练习,考虑了很多细节问题,增加了相关内容的说明,并给出了修改建议,使得本书的质量大大提高。

感谢DePaul大学计算机科学、通信和信息系统学院的院长Helmut Epp,他为本书及其前几版本的写作给予了帮助。

Richard Johnsonbaugh

目 录

第1章 逻辑与证明	1
1.1 命题	1
1.2 条件命题与逻辑等价	8
1.3 量词	17
1.4 嵌套的量词	29
1.5 证明	36
1.6 归结证明	50
1.7 数学归纳法	53
1.8 强数学归纳法和良序性	68
注释	74
本章复习	74
本章自测题	75
上机练习	77
第2章 数学语言	78
2.1 集合	78
2.2 函数	90
2.3 序列和串	108
注释	118
本章复习	118
本章自测题	120
上机练习	120
第3章 关系	122
3.1 关系	122
3.2 等价关系	131
3.3 关系矩阵	140
3.4 关系数据库	144
注释	149
本章复习	149
本章自测题	149
上机练习	150
第4章 算法	151
4.1 简介	151
4.2 算法举例	155

4.3 算法的分析	161
4.4 递归算法	180
注释	187
本章复习	187
本章自测题	188
上机练习	189
第5章 数论简介	190
5.1 因子	190
5.2 整数的表示和整数算法	198
5.3 欧几里得算法	212
5.4 RSA 公钥密码系统	222
注释	224
本章复习	224
本章自测题	225
上机练习	226
第6章 计数方法与鸽巢原理	227
6.1 基本原理	227
6.2 排列与组合	237
6.3 排列组合生成算法	250
6.4 离散概率简介	255
6.5 离散概率论	259
6.6 广义的排列和组合	269
6.7 二项式系数和组合恒等式	275
6.8 鸽巢原理	280
注释	284
本章复习	284
本章自测题	285
上机练习	287
第7章 递归关系	288
7.1 简介	288
7.2 求解递归关系	299
7.3 在算法分析中的应用	316
注释	329
本章复习	329
本章自测题	329
上机练习	330
第8章 图论	332
8.1 简介	332

8.2 路径和回路	342
8.3 Hamilton 回路和旅行商问题	354
8.4 最短路径算法	361
8.5 图的表示	366
8.6 图的同构	370
8.7 平面图	376
8.8 顿时错乱问题	382
注释	387
本章复习	387
本章自测题	388
上机练习	390
第 9 章 树	392
9.1 简介	392
9.2 树的术语和性质	399
9.3 生成树	405
9.4 最小生成树	411
9.5 二叉树	417
9.6 树的遍历	423
9.7 决策树和最短时间排序	428
9.8 树的同构	433
9.9 博弈树	442
注释	449
本章复习	449
本章自测题	450
上机练习	453
第 10 章 网络模型	455
10.1 简介	455
10.2 最大流算法	460
10.3 最大流最小割定理	468
10.4 匹配	471
注释	477
本章复习	478
本章自测题	478
上机练习	479
第 11 章 Boole 代数与组合电路	480
11.1 组合电路	480
11.2 组合电路的性质	486
11.3 Boole 代数	491

11.4	Boole 函数与电路合成	497
11.5	应用	502
	注释	510
	本章复习	510
	本章自测题	511
	上机练习	513
第 12 章	自动机、文法和语言	514
12.1	时序电路和有限状态机	514
12.2	有限状态自动机	519
12.3	语言和文法	525
12.4	不确定有限状态自动机	533
12.5	语言和自动机之间的关系	539
	注释	544
	本章复习	545
	本章自测题	546
	上机练习	547
第 13 章	计算几何	548
13.1	最小距点对问题	548
13.2	计算凸包的一种算法	553
	注释	560
	本章复习	560
	本章自测题	561
	上机练习	561
附录 A	矩阵	562
附录 B	代数学复习	566
附录 C	伪代码	576
	部分习题答案	582
	参考文献	677
	符号表	682

第1章 逻辑与证明

逻辑 (logic) 是研究推理的, 它特别关注推理的正确性。逻辑重点研究命题之间的关系, 而不是一个具体命题的内容。例如, 我们考虑下面的论断:

所有的数学家都穿凉鞋。

任何一个穿凉鞋的人都是代数学家。

因此, 所有的数学家都是代数学家。

从技术上来说, 逻辑并不能帮助确定这些命题是否为真; 然而, 如果前两个命题为真, 逻辑可以保证命题

所有的数学家都是代数学家。

[WWW]

也为真。

逻辑方法在数学上用来证明定理, 在计算机科学中用来证明一个程序实现了要求它完成的任务。例如, 一个学生需要编写一个求解城市之间最短路径的程序。程序的输入是任意多个城市, 以及所有相邻城市之间公路的长度。程序的输出是任意两个不同城市之间的最短路径。当这个学生编写完程序后, 对于少量几个城市的输入可以很容易地验证程序的正确性。可以用铅笔在纸上列出所有可能的路径, 然后找到最短的路径。将穷举法的结果与计算机程序的输出做比较。然而, 如果城市的数目很多, 穷举法将花费大量的时间。这个学生如何能确信在输入较多城市的情况下程序能够正确运行呢? 老师通过哪一种输入数据的测试才能确信学生的程序是正确的呢? 学生只能利用逻辑方法来证明自己的程序是正确的。本章将讨论采用逻辑方法来证明逻辑命题, 这种逻辑命题可能是形式化的或非形式化的, 但却是必不可少的。

清晰的表达同样离不开用逻辑来理解。例如, 在美国 Illinois 州的 Naperville 市有这样的一条法令: “一个市民拥有的宠物多于三只狗和三只猫将是违法的。”一个拥有五只狗而没有猫的市民是否违法呢? 请思考这个问题, 并在阅读 1.1 节后分析这个问题 (参见 1.1 节, 练习 54)。

1.1 命题

下列句子(a)~(e)哪个为真, 哪个为假 (不能既真又假)?

- (a) 能整除 $7^{\textcircled{1}}$ 的正整数只有 1 和 7 本身。
- (b) Alfred Hitchcock 由于导演了 “Rebecca” 一片而于 1940 年获得奥斯卡金像奖。
- (c) 对于每个正整数 n , 存在一个大于 n 的素数 $^{\textcircled{2}}$ 。
- (d) 地球是宇宙中惟一存在生命的星球。
- (e) 买两张星期五去 “Unhinged Universe” 摇滚音乐会的票。

$^{\textcircled{1}}$ “整除” 意为 “除尽”。严格地说, 如果存在整数 q , 使 $m = dq$, 则称非负整数 d 整除整数 m 。 q 称为商。第 5 章将详细介绍整数。

$^{\textcircled{2}}$ 整数 $n > 1$ 为素数, 当且仅当只有 1 和本身 n 可以整除 n 。例如 2、3、11 是素数。

句子(a)为真。句子(a)表明了7是素数。

句子(b)为假。尽管“Rebecca”获得了1940年的奥斯卡最佳影片奖,但是John Ford由于执导“The Grapes of Wrath”一片而获得了这一届的导演奖。令人奇怪的是,Alfred Hitchcock从来没有获得过奥斯卡最佳导演奖。

句子(c)为真。这是表达存在无限个素数的另一种说法。

句子(d)可能为真,也可能为假(不会同时既真又假),但是当今还没有人知道应该为真还是为假。

句子(e)既不为真也不为假(句子(e)是命令句)。

一个句子或者为真,或者为假,但不能同时既真又假,这样的句子称为命题(proposition)。句子(a)~(d)是命题,而句子(e)不是命题。命题通常用陈述句表示(与疑问句、命令句等相反)。命题是所有逻辑理论的基本构成单元。

就像代数中用字母表示数字一样,这里使用变量(如 p 、 q 和 r)来表示命题。也用符号

$$p: 1 + 1 = 3$$

来定义 p 是命题 $1 + 1 = 3$ 。

在一般的口语和书面语言中,常使用连接词来连接两个命题,如“与”(and)和“或”(or)。例如命题“天正在下雨”与“天很冷”可以连接成单一命题形式“天正在下雨与天很冷”。下面给出“与”和“或”的形式化定义。

定义 1.1.1 设 p 和 q 是命题。

p 和 q 的合取,记做 $p \wedge q$,即命题

$$p \text{ 与 } q$$

p 和 q 的析取,记做 $p \vee q$,即命题

$$p \text{ 或 } q$$

集合 X 上的二元操作符将 X 上任意两个元素映射为 X 上的一个元素(参见定义2.2.44)。操作符 $\wedge$ 将命题 p 和命题 q 映射为命题 $p \wedge q$,于是 $\wedge$ 为命题集合上的一个二元操作符; $\vee$ 也是命题集合上的一个二元操作符。

例 1.1.2 如果

p : 天正在下雨

q : 天很冷

那么, p 和 q 的合取是

$$p \wedge q: \text{天正在下雨 与 天很冷}$$

p 和 q 的析取是

$$p \vee q: \text{天正在下雨 或 天很冷}$$

合取式 $p \wedge q$ 的真值由 p 和 q 的真值决定,真值的定义与通常“与”的解释相同。考虑例1.1.2的命题

$$p \wedge q: \text{天正在下雨 与 天很冷}$$

若天正在下雨(p 为真)并且天很冷(q 为真),则认为命题

① 集合是一些对象的聚集。例如,正整数集合包含整数1,2,...。2.1节将详细讨论“集合”。