北京大学附属中学数学教研室　　编

高中数学
自测题及答案

—平面三角　　立体几何　　解析几何

GAO ZHONG SHU XUE ZI CE TI JI DA AN

高中数学自测题及答案

平面三角、立体几何、解析几何

北京大学附属中学数学教研室

陈剑刚　孙曾彪

董世奎　朱传渝　张宁　编

农村读物出版社

·1988·

高中数学自测题及答案

平面三角立体几何解析几何

北京大学附属中学数学教研室 编

责任编辑 肖瑞连

•

农村读物出版社出版

北京密云体委印刷厂印刷

新华书店发行所发行

787×1092毫米1/32 18印张 400千字

1989年1月第1版 1989年1月北京第1次印刷

印数：1—27200册 定价：4.30元

ISBN7-5048—0020-1/G·3

内 容 提 要

本套书共分上、下两册，上册内容为代数；下册内容为平面三角、立体几何、解析几何。每单元皆分为基础知识与练习两部分。基础知识一般采用填空或回答形式。书后附有注解和练习答案。

本套书是根据教学大纲和全国统编教材的要求，总结了多年高中数学教学的实践经验编写而成的。本书着重总结了初等数学的基础知识、基本方法、分析问题的规律以及解题思路，有助于学生和自学青年系统的复习高中数学内容，加深对高中数学基本知识的理解，掌握分析问题的规律，提高解题能力。对广大从事中等数学教学工作的同志，也是一本经验交流的书。

前　言

为了提高课堂教学质量，帮助师生加深理解教学内容，为了帮助各界青年提高自学质量，我们编写了这套课外参考书。这套书共分四个部分：代数、三角、立体几何、平面解析几何，分成两册书出版。

这套课外参考书是在我校多年来高中数学教学的实践基础上汇编、补充、整理而成，力求能反映我们的教学指导思想与经验体会。根据教学大纲与全国统编教材的要求，根据教学实际，组织编写这套参考书。这套书既立足于基础知识与基本方法的训练，又注意培养学生的分析问题与解决问题的能力；既强调知识的系统性，又突出总结分析问题的规律与解题方法；既有利于学生利用课余时间阅读参考，又有利于师生与自学青年利用阶段复习与总复习的机会，既能全面系统地复习基础知识与基本方法，又能在分析问题与解决问题的能力上得到考察与锻炼，便于读者在复习过程中总结与提高。

这套书的基础知识部分，一般采取填空形式或问题形式，供读者思考与自测，并可在书上作必要的笔答。我们在书上编了号码，在书后汇集注解，读者可翻阅核对。其中例题部分，我们给出题意分析与主要解题过程，并及时小结解题方法与注意事项；练习部分，在书后汇集答案，部分题作必要的提示。这套书的内容又在教学大纲的基础上作了不少补充与引伸，目的在于扩大读者的知识面与解题思路。考虑到各阶层读者的需要，在内容编排上，没有按照教科书上的顺序，

而是按照初等数学的中心内容编排，这样有利于在总复习中突出课题的主题，有利于读者对所学知识的前后呼应与融会贯通。考虑到各阶层读者的不同的学习程度，我们把内容较深、要求较高的课题，用"*"号标出，供读者自行选读。

这套书是在平时教学实践的基础上，通过集体讨论，分工执笔编写，教研组的其他同志也提供了许多意见和素材。

这套书还会有错误与不足之处，请读者多提宝贵意见，我们可再作修改与补充，并向各位读者致以谢意。

编者

1988年

目　录

平面三角

平面解析几何

立体几何

平面三角

第一章　角和三角函数的概念

一、弧度制：

1．怎样的角叫做一弧度的角？〔1〕

2．半径为R的圆中，弧长为l的弧所对的圆心角的弧度数 $\theta=$〔2〕________。

3．扇形的半径是R，圆心角的弧度数是θ，则这个扇形的弧长 $l=$〔3〕______，面积$S=$〔4〕______，周长$L=$〔5〕______________。

4．弧度制与角度制的换算：

180°＝〔6〕__________弧度，　1°＝〔7〕__________弧度，

1弧度＝(〔8〕)°≈(〔8〕)°即（〔8〕）度（〔8〕）分

练习1·1

(1)计算：

0°＝______弧度，　90°＝______弧度，

270°＝______弧度，　360°＝______弧度，

$30^\circ=$ ______ 弧度，　$45^\circ=$ ______ 弧度，

$60^\circ=$ ______ 弧度，　$75^\circ=$ ______ 弧度，

$43^\circ=$ ______ 弧度，　2.5弧度≈ ______ 度 ___ 分。

(2)正五边形的每一个外角是 ______ 弧度，

正八边形的每一个内角是 ______ 弧度，

正十七边形的每一个内角是 ______ 弧度。

(3)圆锥的母线长是它底面半径长的3倍，求它侧面展开图的扇形的中心角的弧度数。

二、角：

1．角是怎样形成的？什么叫角的顶点？什么叫角的始边？什么叫角的终边？〔9〕

通常我们规定怎样的角是正角、负角、零角？〔10〕

2．终边相同的角：

(1) 怎样的角叫做终边相同的角？写出与角α终边相同的一切角的集合。〔11〕

(2) 若角的顶点在原点，始边在x轴的正半轴上，

①终边在x轴正半轴上的角的集合（用角度制表示）是：〔12〕______________。

②终边在x轴上的角的集合（用弧度制表示）是〔13〕______________。

③终边在y轴负半轴上的角的集合（用弧度制表示）是〔14〕______________。

④终边在y轴上的角的集合（用角度制表示）是〔15〕______________。

⑤终边在坐标轴上的角的集合（用弧度制表示）是〔16〕______________。

3．象限角：

（1）怎样的角叫做第二象限的角？〔17〕

（2）集合 $A=\{$第二象限的角$\}$，

$$B=\left\{\alpha \,\middle|\, \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi\right\},$$

集合A、B有怎样的关系？〔18〕

（3）用弧度制写出第四象限角的集合。〔19〕

（4）若α是第四象限的角，则$\frac{\alpha}{2}$是哪个象限的角？在平面直角坐标系中画出$\frac{\alpha}{2}$的终边所在的区域。〔20〕

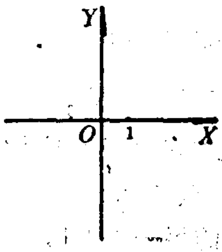

图1-1

练习1·2

(1)π的偶数倍应怎样表示？π 的奇数倍应怎样表示？π 的整数倍应怎样表示？

(2)集合$A=\{\beta|\beta=2k\pi+\alpha,\ k\in Z\}$，

$B=\{\beta|\beta=2(k+1)\pi+\alpha,\ k\in Z\}$，

$C=\{\gamma|\gamma=2(k-1)\pi+\alpha,\ k\in Z\}$，

集合A、B、C相同吗？

(3)集合$A=\{x|x=2k\pi+(2\pi-\alpha),\ k\in Z\}$，

$B=\{x|x=2k\pi-\alpha,\ k\in Z\}$，

集合A、B相同吗？

(4)集合$A=\{\beta|\beta=2k\pi+\frac{\pi}{3},\ k\in Z\}$，

$B=\{\beta|\beta=4k\pi+\frac{\pi}{3},\ k\in Z\}$，

$C=\{\beta|\beta=\ \ k\pi+\frac{\pi}{3},\ k\in Z\}$，

集合A、B、C 相同吗？为什么？它们之间有怎样的关系？

(5)集合$A=\{x|x=2k\pi+\alpha,k\in Z\}\cup\{y|y=2k\pi+(\pi+\alpha),k\in Z\}$，$B=\{x|x=k\pi+\alpha,\ k\in Z\}$，集合$A$、$B$相同吗？

(6)若角的顶点在原点，始边在x轴的正半轴上，用弧度制分别表示角的集合。

①终边在第一和第三象限的角平分线上的角的集合。

②终边在第二和第四象限的角平分线上的角的集合。

③终边不属于任何象限的角的集合。

三、三角函数的定义：

1．锐角三角函数的直角三角形法定义：

(1) 设锐角α的顶点为A，在角的任意一边上任取一点B，过B作 BC 垂直角的另一边于C，得到一个直角三角形(图1-2)，我们把 AB 叫斜边，BC 叫∠α的对边，AC 叫∠α的邻边。则：

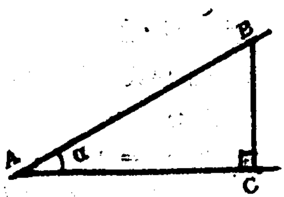

图1-2

∠α的正弦　$\sin\alpha=\frac{(对)边}{(斜)边}$

∠α的余弦　$\cos\alpha=\frac{(\quad)边}{(\quad)边}$

∠α的正切　$tg\alpha=\frac{(\quad)边}{(\quad)边}$

∠α的余切　$ctg\alpha=\frac{(\quad)边}{(\quad)边}$

$\angle\alpha$的正割 $\sec\alpha=\frac{(\quad)边}{(\quad)边}$

$\angle\alpha$的余割 $\csc\alpha=\frac{(\quad)边}{(\quad)边}$

(2)比较$\angle\alpha$的各三角函数的定义：〔21〕

正弦与正切有什么共同点？

余弦和余切有什么共同点？

正弦和余弦有什么共同点？

正切和余切有什么共同点？

(3) 由画出的求30°、45°、60°角的各三角函数值的两个直角三角形，(图1-3和图1-4) 求出这些三角函数的值：

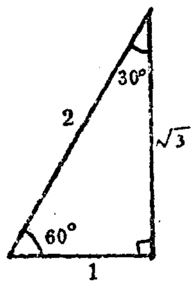

图1-3

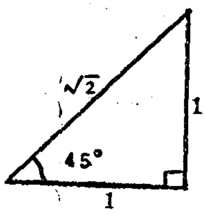

图1-4

$\sin30°=$ ________，$\cos30°=$ ________，

$tg30°=$ ________，$ctg30°=$ ________，

$\sec30°=$ ________，$\csc30°=$ ________。

$\sin60°=$ ________，$\cos60°=$ ________，

$tg60°=$ ________，$ctg60°=$ ________，

$\sec60°=$ ________，$\csc60°=$ ________。

$\sin 45°=$ ________, $\cos 45°=$ ________,

$\mathrm{tg}45°=$ ________, $\mathrm{ctg}45°=$ ________,

$\sec 45°=$ ________, $\csc 45°=$ ________。

2．任意角三角函数的坐标法定义：

(1) 以$\angle\alpha$的顶点为原点，$\angle\alpha$的始边为x轴的正半轴建立平面直角坐标系。在$\angle\alpha$的终边上任取一点P，设P的坐标为(x, y)，OP 的长为r,(显然$r=$〔22〕________）。(图1-5)

则：$\sin\alpha=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

$\cos\alpha=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

$\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

$\sec\alpha=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

$\csc\alpha=\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$

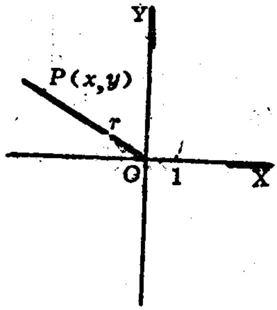

图1-5

(2)这个定义与锐角三角函数的直角三角形法定义有何联系?〔23〕

3．三角函数值的正负：

(1)当角α的终边在第一象限时，它的哪些三角函数的值是正的?〔24〕

(2)当角α的终边在第二象限时，它的哪些三角函数的值是正的?〔25〕

(3)当角α的终边在第三象限时，它的哪些三角函数的值是正的？〔26〕

(4)当角α的终边在第四象限时，它的哪些三角函数的值是正的？〔27〕

练习1·3

(1)在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=Rt\angle$，$\angle B=\theta$，$AC=a$，$CD\perp AB$于D，用θ的三角函数分别表示出AB、BC、CD、BD。

(2)在平面直角坐标系中，以原点为顶点，OX轴正向为始边的角α终边上一点的坐标为$P(1-\sqrt{3}, -1-\sqrt{3})$，用定义分别求出角$\alpha$的六个三角函数的值

(3)若$\sin\alpha>0$，则角α的终边在哪个象限？
若$\cos\alpha>0$，则角α的终边在哪个象限？
若$\mathrm{tg}\ \alpha>0$，则角α的终边在哪个象限？
若$\mathrm{ctg}\ \alpha>0$，则角α的终边在哪个象限？
若$\sec\alpha>0$，则角α的终边在哪个象限？
若$\csc\alpha>0$，则角α的终边在哪个象限？

四、单位圆和三角函数线：

1．三角函数线的定义：以角α的顶点为原点，始边为x轴正向，建立平面直角坐标系，并以原点为圆心，单位长1为半径作单位圆。设单位圆与x轴正向交于A点，与y轴正向交于B点，与角α的终边交于P点，（图1-6）.

(1)过点P作 PM 垂直x轴于M，有向线段MP 叫做角α的正弦线，记作：$\sin\alpha=MP$。有向线段 OM 叫做角α的余弦线，记作：$\cos\alpha=OM$。

(2)过点A作单位圆的切线，交角α的终边（或者终边的反向延长线）于T点，有向线段 AT 叫做角α的正切线，记

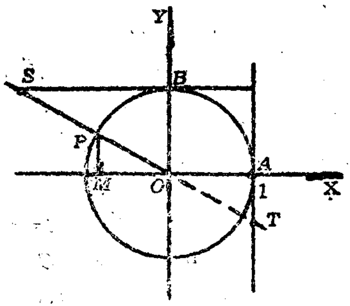

图1-6

作：$\mathrm{tg}\alpha=AT$。(*有向线段 OT 叫做角 α 的正割线，记作 $\sec\alpha=OT$)

(3)过点B作单位圆的切线，交角α的终边（或者终边的反向延长线）于S点，有向线段 BS 叫做角α的余切线，记作：$\mathrm{ctg}\alpha=BS$。(*有向线段 OS 叫做角 α 的余割线，记作：$\csc\alpha=OS$)

(*正割线、余割线与角 α 的终边方向一致时为正，相反时为负)

例1 在单位圆中分别画出$\frac{\pi}{3}$、$\frac{3}{4}\pi$、$-\frac{\pi}{6}$、$-\frac{2}{3}\pi$各角的三角函数线

$$\sin\frac{\pi}{3}=MP,\quad \cos\frac{\pi}{3}=OM,$$

$$\mathrm{tg}\frac{\pi}{3}=AT,\quad \mathrm{ctg}\frac{\pi}{3}=BS,$$

$$*\ \sec\frac{\pi}{3}=OT,\quad *\ \csc\frac{\pi}{3}=OS.$$

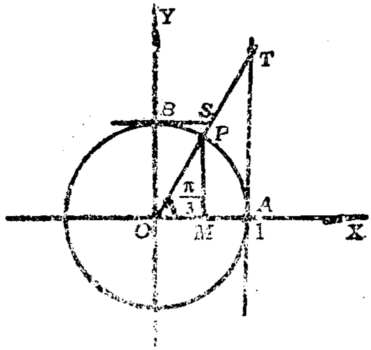

图1-7

$$\sin\frac{3\pi}{4}=MP,\qquad \cos\frac{3}{4}\pi=OM,$$

$$\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}=AT,\qquad \operatorname{ctg}\frac{3\pi}{4}=BS,$$

$$*\ \sec\frac{3\pi}{4}=OT,\qquad *\ \csc\frac{3\pi}{4}=OS.$$

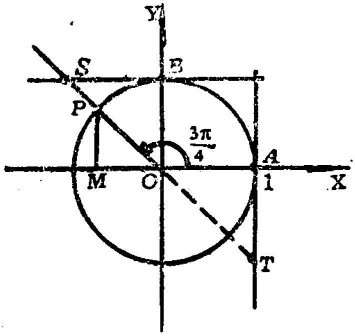

图1-8

$$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=MP,\qquad \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)=OM,$$

$$\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)=AT,\qquad \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)=BS,$$

$$*\ \sec\left(-\frac{\pi}{6}\right)=OT,\qquad *\ \csc\left(-\frac{\pi}{6}\right)=OS.$$

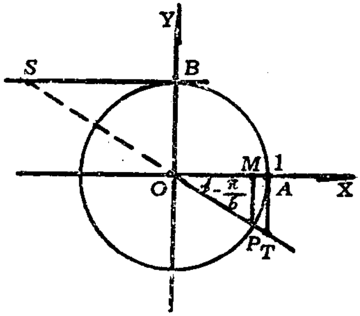

图1-9

$$\sin\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=MP,\qquad \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=OM,$$

$$\operatorname{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)=AT,\qquad \operatorname{ctg}\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=BS,$$

$$*\ \sec\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=OT,\qquad *\csc\left(-\frac{2}{3}\pi\right)=OS.$$

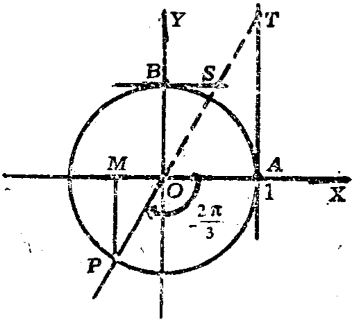

图1-10