高等院校信息类教材

SHUZI XINHAO CHULI

数字信号处理解题指导

SHUZI XINHAO CHULI JIETI ZHIDAO

张立材 王 民 编著

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

数字信号处理解题指导

张立材　王　民　编著

北 京 邮 电 大 学 出 版 社
·北京·

内容简介

本书是张立材、吴冬梅编著的《数字信号处理》一书的教学配套参考书。

本书针对学生学习和教师教学中存在的问题和困难，就《数字信号处理》一书中的基本概念、基本内容和学习要点做了比较细致的归纳，一些重要的定理和结论通过习题进行了深入的讨论和证明。书中对每道习题均给出了详细解答，并结合一些复杂习题的解答提供了部分题目的 Matlab 求解程序和运行结果，希望藉此有助于读者深入理解数字信号处理的理论，提高应用 Matlab 工具解决实际问题的能力，掌握数字信号处理问题的解决方法。

本书所列习题具有广泛性和代表性，概念突出，解题详细，可供高等学校电子、通信、信息类及相关专业本科生、研究生和教师，以及从事数字信号处理的技术人员自学或作教学参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理解题指导/张立材，王民编著. —北京：北京邮电大学出版社，2005
ISBN 7-5635-0700-0

Ⅰ.数… Ⅱ.① 张… ② 王… Ⅲ.数字信号—信号处理—高等学校—解题 Ⅳ.TN911.72-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 154151 号

书　　名：数字信号处理解题指导
作　　者：张立材　王　民
出 版 者：北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路 10 号)　邮编：100876
　　　　　电话：(010)62282185　62283578(传真)
经　　销：各地新华书店
印　　刷：北京源海印刷有限责任公司
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：12.25
字　　数：314 千字
印　　数：1—3 000 册
版　　次：2006 年 2 月第 1 版　2006 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 7-5635-0700-0/TN・428　　定价：18.00 元

如有印装质量问题请与北京邮电大学出版社发行部联系

前 言

本书是与北京邮电大学出版社出版发行的《数字信号处理》(张立材、吴冬梅主编)教材相配套的辅助教材。全书以数字信号处理的基本原理和算法为主体，内容共分8章。第1章离散时间信号和系统，讨论时域离散信号和系统的理论分析基础；第2章序列的傅里叶变换与Z变换，介绍了傅里叶变换和Z变换的主要性质，并利用Z变换分析系统和信号的频域特征；第3章离散傅里叶变换，讨论离散傅里叶变换(DFT)的定义、物理意义及基本性质、频率采样和DFT应用；第4章快速傅里叶变换，讨论快速傅里叶变换(FFT)的具体实现方法；第5章数字滤波器的基本结构，讨论数字滤波器的常用网络结构及性能，并对有限字长效应进行了介绍；第6章无限脉冲响应(IIR)数字滤波器的设计，以介绍模拟滤波器设计方法在数字滤波器设计中的应用为主；第7章有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器的设计，以窗函数法为主；第8章自测练习题。除第8章外，各章均按照重点和难点讲解，以及习题解答两部分编写。重点和难点讲解简要阐述各章的基本内容和要求。习题解答通过对习题的分析和求解，使读者加深对基本概念和内容的理解，提高分析问题和解决问题的能力；同时对有些习题讨论了不同的解法，分析了实现中可能出现的问题，以使读者进一步巩固和提高基本理论内容的掌握和理解。最后在第8章精选了少量习题，供读者学习和复习后进行自我检验。

本书由西安建筑科技大学张立材、王民主编，其中张立材编写第1、2、6～8章；王民编写第3～5章。硕士研究生杨全、李玉龙、于兴玲和本科生张超等同学参加了本书资料的收集、整理及部分习题解答的工作，在这里对他们的刻苦学习和努力工作表示由衷的赞赏和感谢。此外，西安建筑科技大学副教授王慧琴博士对本书的选材、定稿等做了认真的统筹，并对书稿进行了审阅，作者在此表示诚挚的谢意！同时，对在本书的编写过程中给予大力支持的西安建筑科技大学信息与控制学院及学院实验中心的领导和全体老师表示衷心地感谢！

由于作者水平有限，书中难免有错误和不足之处，请读者指正并谅解。

作者

2005年7月

目　录

第 1 章　离散时间信号和系统

按照定义，信号是传递信息的函数，即信号可定义为一个记载信息的函数，常以时间 t 为自变量。信号的幅度和自变量可以取连续值，也可以取离散值。信号常分为：

- 模拟信号。时间上和幅度上都取连续值的信号。
- 离散时间信号。在时间上取离散值、幅度上取连续值的信号，也称为时域离散信号。
- 数字信号。时间上和幅度上都取离散值的信号。

对数字信号进行处理时，处理的对象是数字信号，处理的工具是数字系统。但是，数字信号处理的理论体系是建立在离散时间信号和系统上的，因而通常采用的分析方法是，先对脉冲信号及系统进行分析，再考虑幅度量化及实现过程中有限字长所造成的影响。因此，离散时间信号和系统理论是数字信号处理的理论基础。

1.1 序　　列

1. 序列的定义

离散时间信号可用序列来表示。序列是一串以序号为自变量的有序数字的集合，简写作 $x(n)$。$x(n)$可看作对模拟信号 $x_a(t)$的脉冲，即 $x(n)=x_a(nT)$，也可以看作一组有序的数据集合。

要点提示

(1) 序列 $x(n)$不一定代表时间序列，也可能表示频域、相关域等其他域上的一组有序数字，但习惯上常把它说成是离散时间信号。

(2) $x(n)$只有在 n 为整数时，才有定义；n 为非负整数时，$x(n)$没有定义，将其想象为 0 是不正确的。

(3) 从理论和实践方便的角度看，采样间隔 T(大多数情况下为时间间隔)取为常数，即等间隔采样；如有需要，也可以采用 T 可变采样。

2. 常用的序列

数字信号处理中常用的典型序列列举如下：

- 单位脉冲序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\0 & n\neq0\end{cases}$$

- 单位阶跃序列

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\geqslant0\\0 & n<0\end{cases}$$

- 矩形序列

$$R_N=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

- 实指数序列

$$x(n)=au(n)$$

- 复指数序列

$$x(n)=e^{(\sigma+j\omega_0)n}$$

- 正弦

$$x(n)=A\sin(\omega_{0n}+\varphi)$$

- 周期序列

$$x(n)=x(n+rN)\quad (r\text{ 为任意整数},N\text{ 为正整数})$$

要点提示

(1) 正弦序列 $x(n)=A\sin(\omega_0 n+\varphi)$ 中，ω_0 称为数字角频率(简称数字频率)，单位是弧度(rad)，反映了序列周期变化的快慢。

(2) 正弦序列是否具有周期性，取决于 ω_0 的值。当 $\omega_0=a\pi$(a 为有理数)时，是周期序列。

(3) 因为复指数序列 $x(n)=e^{(\sigma+j\omega_0)n}=e^{\sigma n}(\cos\omega_0 n+j\sin\omega_0 n)$，所以其周期的判别与正弦序列相同。

3. 序列运算

在离散时间信号处理中，需要进行序列的运算，其基本运算有如下几种：

- 序列相加

$$y(n)=x_1(n)+x_2(n) \tag{1-1}$$

将 $x_1(n)$和 $x_2(n)$的各个对应项分别相加得到新序列 $y(n)$。

- 序列相乘

$$y(n)=x_1(n)x_2(n) \tag{1-2}$$

将 $x_1(n)$和 $x_2(n)$的各个对应项分别相乘得到新序列 $y(n)$。

- 序列与常数相乘

$$y(n)=Cx(n) \tag{1-3}$$

将序列 $x(n)$各项分别乘以常数 C 得到新序列 $y(n)$。

- 序列的移位

将序列 $x(n)$右移 m 位得到新序列

$$y(n)=x(n-m) \tag{1-4}$$

同理，将序列 $x(n)$左移 m 位得到新序列 $y(n)=x(n+m)$。

- 序列的线性卷积

$$x(n)*y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)y(n-m) \tag{1-5}$$

- 序列的线性相关

$$R_{xy}(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)y(n+m) \tag{1-6}$$

• 序列能量

$$E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2 \tag{1-7}$$

要点提示

(1) 线性卷积运算满足交换律和结合律

$$x(n)*y(n)=y(n)*x(n) \tag{1-8}$$

$$y(n)*[x_1(n)+x_2(n)]=y(n)*x_1(n)+y(n)*x_2(n) \tag{1-9a}$$

$$y(n)*[x_1(n)*x_2(n)]=(y(n)*x_1(n))*x_2(n) \tag{1-9b}$$

(2) 单位脉冲序列、单位阶跃序列及矩形序列之间的关系为

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1) \tag{1-10}$$

$$R_N(n)=u(n)-u(n-N)=\sum_{m=0}^{N-1}\delta(n-m) \tag{1-11}$$

$$u(n)=\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m) \tag{1-12}$$

(3) 任何序列与单位脉冲序列的线性卷积等于其自身，即任何序列都可以表示为单位脉冲序列的移位加权和

$$x(n)=x(n)*\delta(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m) \tag{1-13}$$

1.2　线性时不变离散系统

1. 线性时不变离散时间系统的定义

离散时间系统本质上是将输入序列变换为输出序列的运算或变换，可用图 1-1 表示。

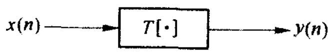


图 1-1　离散时间系统

输入 $x(n)$ 与输出 $y(n)$ 之间的关系为

$$y(n)=T[x(n)] \tag{1-14}$$

$T[\cdot]$表示变换关系，由具体的系统确定。

(1) 线性系统定义

满足齐次性和叠加原理的系统称为线性系统。即如果 $y_1(n)=T[x_1(n)]$，$y_2(n)=T[x_2(n)]$，则

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n) \tag{1-15}$$

其中 a 和 b 为任意常数。

(2) 时不变(移不变)系统定义

系统的运算关系 $T[\cdot]$在整个运算过程中不随时间而变化的系统称为时不变系统。如果 $y(n)=T[x(n)]$，则

$$T[x(n-k)]=y(n-k) \tag{1-16}$$

既满足线性条件又满足时不变(移不变)条件的系统，称为线性时不变(移不变)系统。

以后如不作特别声明，所讨论的系统均是线性时不变(移不变)离散时间系统，线性时不变离散时间系统简称为 LTI，线性移不变离散时间系统简称为 LSI 系统。

要点提示

“移”指 $x(n)$ 中自变量 n 的移动，因为大多数情况下 n 代表的是时间，所以主要就是指线性时不变系统。

2. 系统的单位脉冲响应

单位脉冲响应是当系统的输入为单位脉冲序列 $\delta(n)$ 时系统的零状态输出，用 $h(n)$ 表示，即 $h(n)=T[\delta(n)]$。

若已知 $h(n)$，可以求得该系统对任意输入序列 $x(n)$ 的响应 $y(n)$ 为

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=x(n)*h(n) \tag{1-17}$$

3. 线性时不变离散时间系统的时域表示法——线性常系数差分方程

线性时不变离散时间系统的时域表示一般形式为

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M}b_i x(n-i)-\sum_{i=1}^{N}a_i y(n-i) \tag{1-18}$$

式中系数 b_i、a_i 是与序号 n 无关的常数，体现“时不变”特性。$x(n-i)$、$y(n-i)$ 各项均是一次项，体现“线性”特性。

要点提示

(1) 解差分方程可以求得系统的暂态解，而初始条件是不可缺少的。

(2) 差分方程的求解方法有经典法、递推法和 Z 变换法等。其中经典法求解差分方程分为三步：求通解，得到系统的零输入响应；求特解，得到系统的零状态响应；求全解，将通解、特解相加。递推法是指在给定输入和初始条件下，直接由差分方程按递推的办法求系统的瞬态解。而 Z 变换法是指对差分方法两边取 Z 变换，并利用 Z 变换的位移特性把差分方程转变为 z 域的代数方程，再将 z 域的代数方程求解结果进行反 Z 变换，得到解的时域表达式。

4. 系统函数

系统函数有两种解释。其一是系统单位脉冲响应 $h(n)$ 的 Z 变换，即

$$H(z)=Z[h(n)] \tag{1-19}$$

其二是系统零状态响应的 Z 变换与输入序列的 Z 变换之比，即对系统的差分方程

$$y(n)=\sum_{i=0}^{M}b_i x(n-i)-\sum_{i=1}^{N}a_i y(n-i)$$

两边取 Z 变换(假定系统起始时是全零状态)，可得

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{i=0}^{M}b_i z^{-i}}{\sum_{i=1}^{N}a_i z^{-i}} \tag{1-20}$$

系统函数从 z 域体现了输出、输入的关系，又称转移函数、传递函数等。

要点提示

(1) $H(z)$ 的收敛域习惯上可以用 ROC 表示。

(2) 若用 $H(z)$ 表征一个系统，应指明 $H(z)$ 的收敛域，方能唯一地确定这个系统。即对于相同的 $H(z)$，由于收敛域不同，$H(z)$ 代表不同的系统。

(3) $H(z)$ 只反映系统的稳态特性。

5. 系统的因果性、稳定性

(1) 因果系统：系统只有在受到输入激励时才有输出。

一个线性时不变系统具有因果性的充要条件为：

- 时域　当 $n<0$ 时

$$h(n)=0 \tag{1-21}$$

- z 域　$H(z)$ 的收敛域包括∞点，即

$$\text{ROC}: R_{x-}<|z|<\infty \tag{1-22}$$

(2) 稳定系统：只要输入是有界的，系统输出必定有界。

对线性时不变系统而言，稳定的充要条件为：

- 时域

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)|<0 \tag{1-23}$$

- z 域　$H(z)$ 的收敛域包含单位圆。

(3) 因果稳定系统：同时满足因果性、稳定性。

因果稳定系统 $H(z)$ 的收敛域为

$$r<|z|\leqslant\infty \quad (r<1) \tag{1-24}$$

要点提示

对于因果稳定系统的 LTI 系统，其系统函数 $H(z)$ 的全部极点必须在单位圆内。

6. 系统的分类及连接方式

(1) 按照系统单位脉冲响应分类

依据系统的不同特性，可以对系统做不同的分类，其中依据系统对单位脉冲的响应序列是否为有限长度是一种常用的分类方法。根据系统的单位脉冲响应 $h(n)$ 的长度，可将系统分为 IIR(Infinite Impulse Response)系统和 FIR(Finite Impulse Response)系统。IIR 指无限脉冲响应（也称为无限长冲激响应，$h(n)$ 为无限长），FIR 指有限脉冲响应（也称为有限长冲激响应，$h(n)$ 为有限长）。这两种系统的特点如下所述。

从系统函数上比较，FIR 系统的 $H(z)$ 一般为

$$H(z)=\sum_{i=0}^{M} b_i z^{-i} \tag{1-25}$$

FIR 系统总是稳定的。而 IIR 系统的 $H(z)$ 一般为

$$H(z)=\frac{\sum_{i=0}^{M} b_i z^{-i}}{1+\sum_{i=1}^{N} a_i z^{-i}} \tag{1-26}$$

存在反馈环节，包含有限极点（非∞极点），可能使系统不稳定。

从系统结构上看，对于 IIR 系统，因为存在反馈项，所以必须用递归型结构实现。而对于 FIR 系统，一般用非递归型结构实现；但是也可以用递归型结构实现，此时系统必然有相同的零、极点可以抵消。

（2）描述线性时不变离散时间系统响应的不同方法

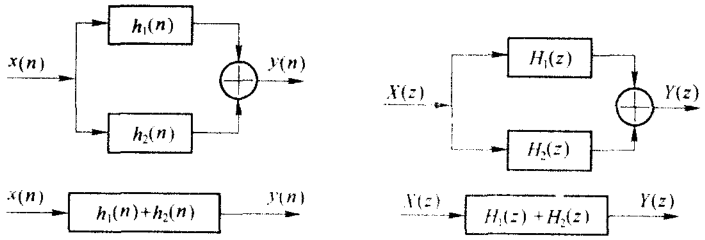
系统的瞬态分析(时域描述)→差分方程或单位脉冲响应

系统的稳态分析(频域描述)→系统函数

（3）系统的连接

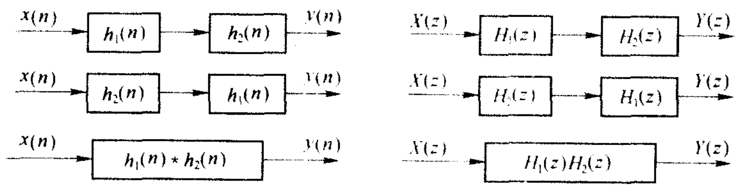
一个复杂的系统可分解为若干个较为简单的子系统，反之亦然。

图 1-2 和 1-3 分别从时域和 z 域两个角度给出了组合系统的示意图。



(a) 时域 (b) z 域

图 1-2 系统并联组合及等效系统



(a) 时域 (b) z 域

图 1-3 系统级连组合及等效系统

1.3 习题解答

1. 给定 $a=0.8$、$N=7$，当 $0<n<N-1$，$h(n)=a^n$ 时；当 $n<0$ 或 $n\geq N$ 时，$h(n)=0$。画图表示序列 $h(n)$，并用单位脉冲序列 $\delta(n)$ 及其加权和表示该序列。

解 序列 $h(n)$ 可用单位脉冲序列 $\delta(n)$ 及其加权和表示为

$$h(n)=\sum_{m=0}^{N-1}a^m\delta(n-m)=\sum_{m=0}^{6}0.8^m\delta(n-m)$$

其中 $\delta(n-m)=\begin{cases}1 & 当\ n=m\ 时\\ 0 & 当\ n\neq m\ 时\end{cases}$，用图形表示该序列如图 1-4 所示。

绘制序列图形的程序如下：

```
N=7;
n=0:N-1;
```

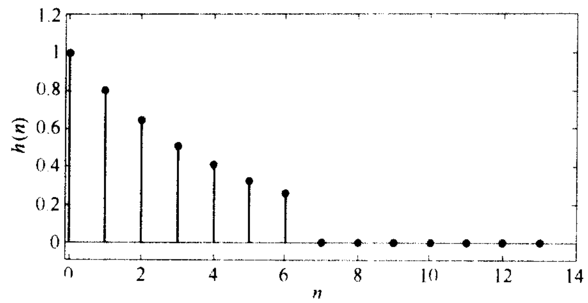


图 1-4　序列 $h(n)$ 的图形表示

```
a=0.8;
x=a.^n;
xn=zeros(1,14);
xn(1:7)=x;
k=0:size(xn,2)-1;
stem(k,xn)
axis([-0.1  14  -0.1  1.2]);
xlabel('n'),ylabel('x(n)');
```

2. 给定信号

$$x(n)=\begin{cases}2n & -4\leqslant n\leqslant -1\\ n+3 & 0\leqslant n\leqslant 4\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

(1) 画图表示序列 $x(n)$；

(2) 用单位脉冲序列 $\delta(n)$ 及其加权和表示该序列；

(3) 分别画图表示序列 $x_1(n)=2x(n-2)$、$x_2(n)=2x(n+2)$、$x_3(n)=x(-n+2)$。

解

(1) $x(n)$ 的波形如图 1-5(a)所示。

(2) $x(n)=-3\delta(n+4)-\delta(n+3)+\delta(n+2)+3\delta(n+1)+6\delta(n)+6\delta(n-1)$
$+6\delta(n-2)+6\delta(n-3)+6\delta(n-4)$

(3) $x_1(n)$ 的波形是 $x(n)$ 波形右移 2 位，再乘以 2，画出的图形如图 1-5(b)所示。

$x_2(n)$ 的波形是 $x(n)$ 波形左移 2 位，再乘以 2，画出的图形如图 1-5(c)所示。

画 $x_3(n)$ 时，先画 $x(-n)$ 的波形(即将 $x(n)$ 的波形以纵轴为中心轴翻转 180°)，然后再右移 2 位，$x_3(n)$ 的波形如图 1-5(d)所示。

3. 已知线性时不变系统的输入为 $x(n)$，系统的单位脉冲响应为 $h(n)$，试求系统的输出 $y(n)$，并画出输出 $y(n)$ 的波形。

(1) $x(n)=\delta(n),h(n)=R_4(n)$；　　(2) $x(n)=R_3(n),h(n)=R_4(n)$；

(3) $x(n)=\delta(n-2),h(n)=0.5R_3(n)$；

(4) $x(n)=2^nu(-n-1),h(n)=0.5^nu(n)$。

要点提示

如果是因果序列，$y(n)$ 可表示成 $y(n)=\{y(0),y(1),y(2),\cdots\}$。例如，题(2)的结果可

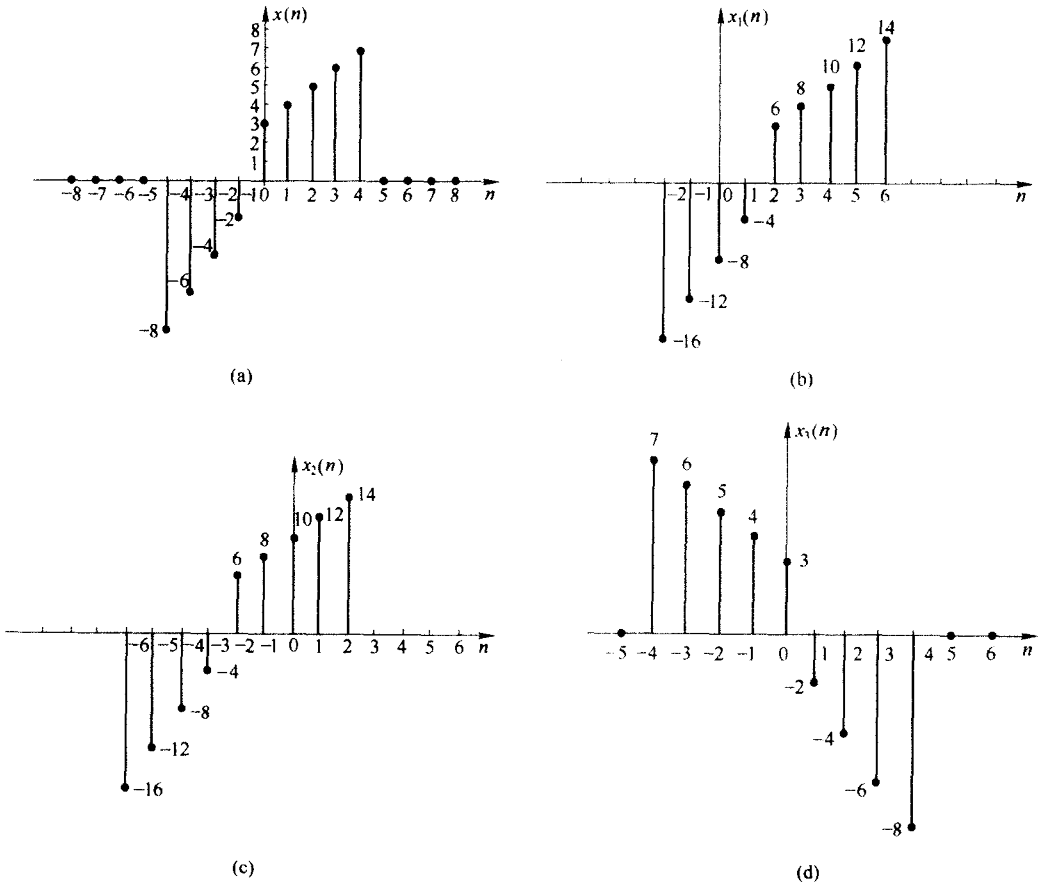


图 1-5 题 2 解图

表示为 $y(n)=\{\underset{\uparrow}{1},2,3,3,2,1\}$。

注意

$$\delta(n)*x(n)=x(n) \tag{1-27}$$

$$\delta(n-m)*x(n)=x(n-m) \tag{1-28}$$

该结论在序列的运算中很有用。

解 (1) $y(n)=x(n)*h(n)=R_4(n)$，$y(n)$波形图如图 1-6(a)所示；

(2) $y(n)=x(n)*h(n)=\{\underset{\uparrow}{1},2,3,3,2,1\}$，$y(n)$波形图如图 1-6(b)所示；

(3) $y(n)=\delta(n-2)*0.5^nR_3(n)=0.5^{n-2}R_3(n-2)$，$y(n)$波形如图 1-6(c)所示；

(4) $x(n)=2^nu(-n-1)$，$h(n)=0.5u(n)$，得

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{-1}0.5^{n-m}2^m=\frac{1}{3}\times 2^{-n},\ n\geqslant 0$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}0.5^{n-m}2^m=\frac{4}{3}\times 2^{n},\ n\leqslant -1$$

$y(n)$波形图如图 1-6(d)所示。

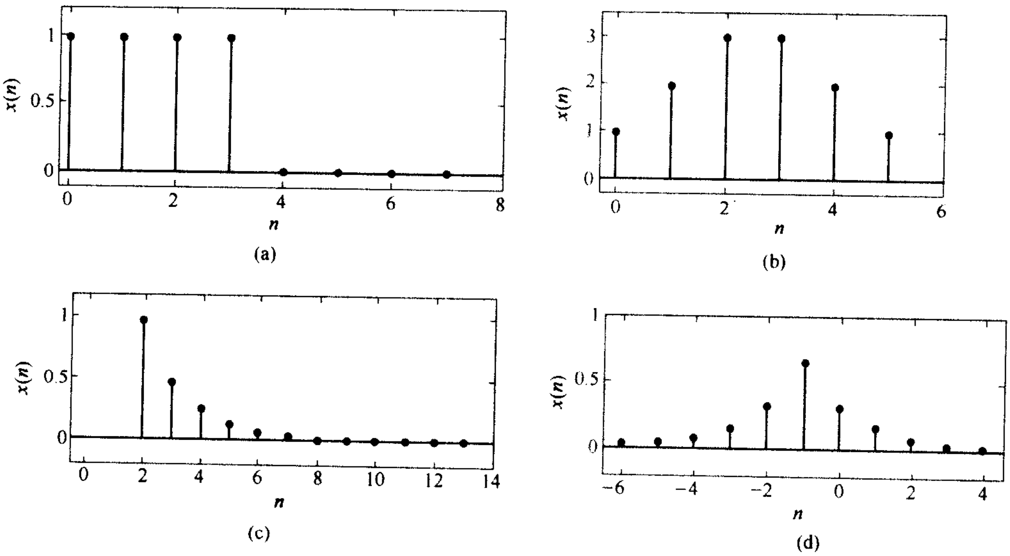


图 1-6　题 3 解图

4. 判断下列每个序列是否是周期性的。若是周期性的，试确定其周期，其中 A 是常数。

(1) $x(n)=A\sin\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$；　　(2) $x(n)=A\sin\left(\frac{13\pi}{3}n\right)$；

(3) $x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{n}{6}-\pi\right)}$。

要点提示

对于正弦序列 $x(n)=A\sin(\omega_0 n+\varphi)$ 或余弦序列 $x(n)=A\cos(\omega_0 n+\varphi)$ 的周期性判断方法为：当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为整数时，如 $\frac{2\pi}{\omega_0}=N$，则 $x(n)$ 的周期为 N；当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为有理数 $\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{P}{Q}$（$P$、$Q$ 为互素的整数）时，则 $x(n)$ 的周期为 P；当 $\frac{2\pi}{\omega_0}$ 为无理数时，$x(n)$ 为非周期序列。

解　(1) 由 $x(n)=A\sin\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$，可得

$$\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\Big/\frac{3\pi}{7}=\frac{14}{3}$$

所以 $x(n)$ 是周期的，周期为 14。

(2) 由 $x(n)=A\sin\left(\frac{13\pi}{3}n\right)$，可得

$$\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\Big/\frac{13}{3}\pi=\frac{6}{13}$$

所以 $x(n)$ 是周期的，周期为 6。

(3) 由 $x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{n}{6}-\pi\right)}=\cos\left(\frac{n}{6}-\pi\right)+\mathrm{j}\sin\left(\frac{n}{6}-\pi\right)=-\cos\frac{n}{6}-\mathrm{j}\sin\frac{n}{6}$，可得

$$\frac{2\pi}{\omega_0}=12\pi\left(\frac{2\pi}{\omega_0}\right)=12\pi$$

是无理数，所以 $x(n)$ 是非周期的。

5. 设系统分别用下面的差分方程描述，$x(n)$表示系统的输入，$y(n)$为系统的输出。判定系统是否是线性时不变的。

(1) $y(n)=x(n)+2x(n-1)$；　　(2) $y(n)=3x(n)+2$；

(3) $y(n)=x(n-1)$；　　(4) $y(n)=x(-n)$；

(5) $y(n)=3x(n^2)$；　　(6) $y(n)=[x(n)]^2$；

(7) $y(n)=x(n)\cos(\omega n)$；　　(8) $y(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{n}x(m)$。

要点提示

利用系统线性定义和时不变定义来证明。满足可加性和比例性的系统是线性系统，即

$$T[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]=a_1T[x_1(n)]+a_2T[x_2(n)]$$

系统的输出移位与系统的输入相同，则系统满足时不变性，即

$$T[x(n-m)]=y(n-m)$$

解

(1) 已知系统 $y(n)=x(n)+2x(n-1)$。先讨论时不变性。令输入为 $x(n-n_0)$，则输出为

$$y'(n)=x(n-n_0)+2x(n-n_0-1)$$

而

$$y(n-n_0)=x(n-n_0)+2x(n-n_0-1)=y'(n)$$

故该系统是时不变的。再讨论线性。由

$$\begin{aligned}y(n)&=T[ax_1(n)+bx_2(n)]\\&=ax_1(n)+bx_2(n)+2[ax_1(n-1)+bx_2(n-1)]\end{aligned}$$

而

$$T[ax_1(n)]=ax_1(n)+2ax_1(n-1)$$
$$T[bx_2(n)]=bx_2(n)+2bx_2(n-1)$$

所以得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$

及该系统是线性系统。综合上述，系统 $y(n)=x(n)+2x(n-1)$是线性时不变系统。

(2) 已知系统 $y(n)=3x(n)+2$。先讨论时不变性。令输入为 $x(n-n_0)$，则输出为

$$y'(n)=3x(n-n_0)+2$$

因为

$$y(n-n_0)=2x(n-n_0)+2=y'(n)$$

故该系统是时不变的。再讨论线性。由于

$$y(n)=T[ax_1(n)+bx_2(n)]=3ax_1(n)+3bx_2(n)+2$$

而

$$T[ax_1(n)]=3ax_1(n)+2$$
$$T[bx_2(n)]=3bx_2(n)+2$$

所以得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]\neq aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$

即该系统不是线性系统。综合上述，系统 $y(n)=3x(n)+2$ 是非线性时不变系统。

(3) 参考上述习题解题过程可知，系统 $y(n)=x(n-1)$是线性时不变系统。事实上，该

系统是延时单元。

(4) 已知系统 $y(n)=x(-n)$。先讨论时不变性。令输入为 $x(n-n_0)$，则输出为

$$y'(n)=x(-n+n_0)$$

因为

$$y(n-n_0)=x(-n+n_0)=y'(n)$$

故该系统是时不变的。再讨论线性。由于

$$\begin{aligned}y(n)&=T[ax_1(n)+bx_2(n)]\\&=ax_1(-n)+bx_2(-n)\end{aligned}$$

而

$$T[ax_1(n)]=ax_1(-n)$$
$$T[bx_2(n)]=bx_2(-n)$$

所以得

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$

即该系统是线性系统。综上所述，系统 $y(n)=x(-n)$ 是线性时不变系统。

(5) 已知系统 $y(n)=3x(n^2)$。先讨论时不变性。令输入为 $x(n-n_0)$，则输出为

$$y'(n)=3x[(n-n_0)^2]$$

因为

$$y(n-n_0)=3x[(n-n_0)^2]=y'(n)$$

故该系统是时不变的。再讨论线性。由于

$$\begin{aligned}y(n)&=T[ax_1(n^2)+bx_2(n^2)]=[ax_1(n)+bx_2(n)]^2\\&\neq aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]=ax_1^2(n)+bx_2^2(n)\end{aligned}$$

即该系统不是线性系统。综上所述，系统 $y(n)=3x(n^2)$ 是非线性时不变系统。

(6) 已知 $y(n)=[x(n)]^2$。先讨论时不变性。令输入为 $x(n-n_0)$，则输出为

$$y'(n)=x^2(n-n_0)$$

因为

$$y(n-n_0)=x^2(n-n_0)=y'(n)$$

故该系统是时不变的。再讨论线性。由于

$$\begin{aligned}y(n)&=T[ax_1(n^2)+bx_2(n^2)]=[ax_1(n)+bx_2(n)]^2\\&\neq aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]=ax_1^2(n)+bx_2^2(n)\end{aligned}$$

即该系统不是线性系统。综上所述，系统 $y(n)=[x(n)]^2$ 是非线性时不变系统。

(7) 已知 $y(n)=x(n)\cos(\omega n)$。先讨论时不变性。令输入为 $x(n-n_0)$，则输出为

$$y'(n)=x(n-n_0)\cos(\omega n)$$

因为

$$y(n-n_0)=x(n-n_0)\cos[\omega(n-n_0)]\neq y'(n)$$

故该系统不是时不变的。再讨论线性。由于

$$\begin{aligned}y(n)&=T[ax_1(n)+bx_2(n)]\\&=ax_1(n)\cos(\omega n)+bx_2(n)\cos(\omega n)\\&=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]\end{aligned}$$

即该系统是线性系统。综上所述，系统 $y(n)=x(n)\cos(\omega n)$ 是线性时变系统。