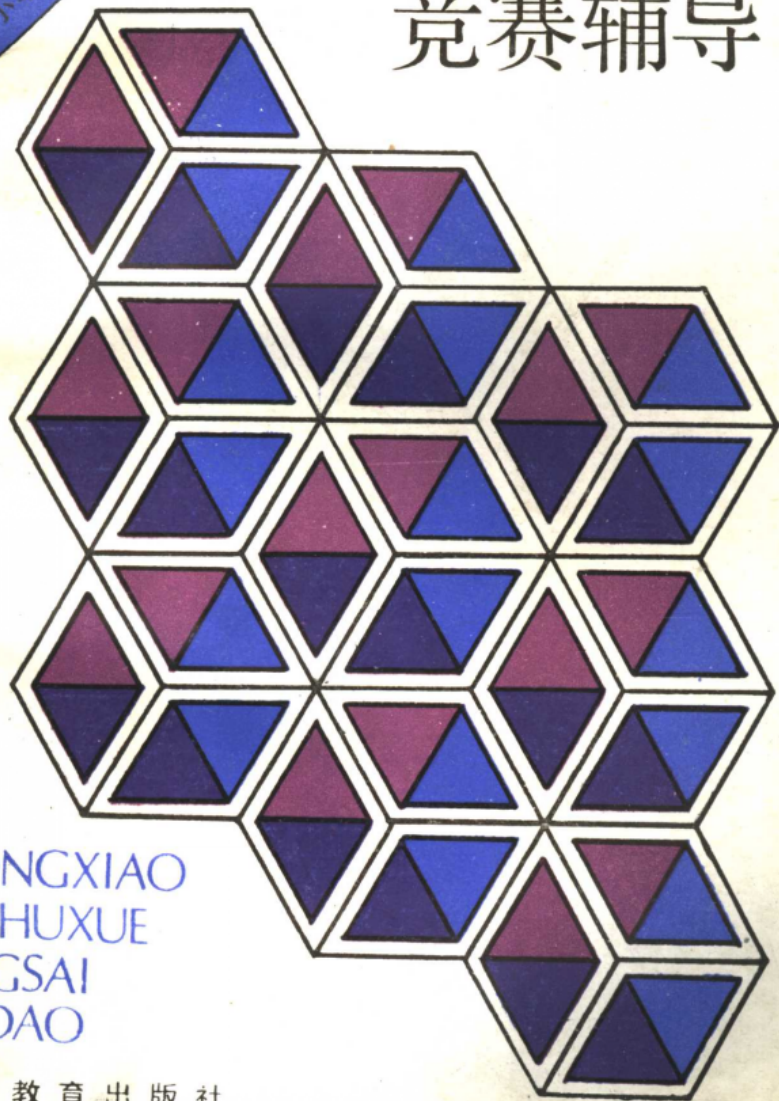


《小学数学教师》丛书

# “从小爱数学” 竞赛辅导



ONGXIAO  
SHUXUE  
NGSAI  
TUDAO

上海教育出版社

《小学数学教师》丛书

# “从小爱数学”竞赛辅导

《小学数学教师》编辑部选编

上海教育出版社

《小学数学教师》丛书  
“从小爱数学”竞赛辅导  
《小学数学教师》编辑部选编  
上海教育出版社出版发行  
(上海永福路 123 号)

各地新华书店经销 江苏海安印刷二厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 5.75 字数 123,000

1988 年 12 月第 1 版 1988 年 12 月第 1 次印刷

印数 1-10,300 本

ISBN 7-5320-1193-3/G·1164 定价: 1.55 元

## 编 者 的 话

《小学数学教师》自1978年创刊以来，已出版了近六十期。所发表的各类文章，都是广大小学数学教师、教研员和教育工作者辛勤耕耘的丰硕成果，在一定程度上反映了近几年来小学数学教学和科研的进程。其中有些文章，例如老教师教学经验的总结，教材、教法改革的实验与探索，开发智力的习题与思考题，以及其他有关资料等，可以说是教学中的一笔财富，理应加以积累，扩大交流，以期得到充分利用与流传。为此，我们决定精选出一部分文章，分门别类，汇集成册，作为《小学数学教师》丛书陆续出版，以供参阅。

《小学数学教师》曾分别与有关省、市联合举办了三届“从小爱数学”邀请赛，今后还将继续举行。其他全国性的、各省市的小学生数学竞赛也时有举办。为了配合小学生数学竞赛前辅导的需要，我们精选了《小学数学教师》中的有关文章，汇编成本书。本书内容计分三部分：三届“从小爱数学”邀请赛试题、解答以及美国长岛数学竞赛试题；配合数学竞赛的辅导讲座；有关的思考题等。这些材料取材广泛，内容新颖，具有较强的思考性与启发性。

本书除了用来辅导小学生数学竞赛外，还可供小学数学教师开展课外活动时参阅、选用；对关心子女成长的家长，在培养孩子的学习兴趣和思维能力方面，亦有借鉴作用；对学有余力，兴趣广泛的学生，也可作为课外阅读材料。

本书由王明欢同志选编。选编工作我们还属初次,错误  
缺点尚属难免,欢迎读者提出宝贵意见。

**《小学数学教师》编辑部**

1988年7月

# 目 录

第一部分 数学竞赛试题	( 1 )
一、第一届“从小爱数学”邀请赛试题(附解答)	( 1 )
二、第二届“从小爱数学”邀请赛试题(附解答)	( 7 )
三、第三届“从小爱数学”邀请赛试题(附解答)	( 12 )
四、美国长岛数学竞赛题(附解答)	( 17 )
第二部分 课外讲座资料	( 23 )
一、数一数	陈永明 ( 23 )
二、分解质因数的应用	永康华 ( 29 )
三、从 $1+2+\cdots+10$ 谈起	张远耀 ( 35 )
四、数字谜	袁宗沪 ( 42 )
五、三角形数趣谈	顾忠德 ( 48 )
六、怎样填 $\frac{1}{A} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$	刘齐平 何志俊 ( 55 )
附: “ $\frac{1}{A} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$ ”的三种解法	黄占松等 ( 59 )
七、正方形队列中的数学问题	乐家骏 ( 63 )
八、几何图形中的辅助线	乐家骏 ( 70 )
九、边长变, 面积怎样变	
——从一道试题谈起	永康华 ( 77 )
十、抽屉原理	于根兴 ( 83 )
十一、一笔画	张企曾 ( 89 )
十二、“重叠”问题趣谈	乐家骏 ( 96 )
十三、列表法解题	汤成超 ( 103 )
十四、关于奇偶性	杜锡录 ( 110 )
第三部分 思考题选编	( 119 )

## 第一部分 数学竞赛试题

### 一、第一届“从小爱数学”邀请赛试题

1. 减数、被减数、差相加的和, 除以被减数, 商是多少?  
(11分)

2. 一个两位数除310, 余数是37, 求这样的两位数(写出解答过程)。(11分)

3. 把13只苹果平均分给12个人, 每只苹果只允许等分成2、3或4份, 每个人的拿法都相同。问怎样分。(12分)

4. 在一串分数:  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3};$   
 $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}; \dots\dots$ 中, (1)  $\frac{7}{10}$  是第几个分数? (2) 第400个分数是几分之几? (12分)

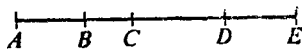
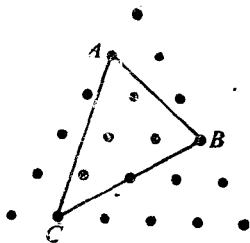
5. 在下面的□中, 分别填上1、2、3、4、5、6、7、8、9中的一个数字(每个式子中的数字不能重复), 使得带分数算式:

(1)  $\square\square\frac{\square}{\square} - \square\square\frac{\square}{\square}$  的值最大;

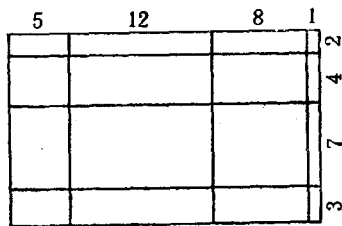
(2)  $\square\square\frac{\square}{\square} + \square\square\frac{\square}{\square}$  的值最小。

(每式只要一种填法)(12分)

6. 如下左图的21点, 其中每相邻三点“:”或“:”所形成的三角形都是等边三角形, 面积是1平方厘米。试计算三角形ABC的面积。(14分)



7. (1) 上右图中有多少条线段?  
 (2) 在下面的图中(单位:厘米):  
 ① 一共有几个长方形?  
 ② 所有这些长方形面积的和是多少?(14分)



8. 从起点起,每隔1米种一棵树(如下图)。如果把三块“爱护树木”的小牌分别挂在三棵树上,那么不管怎样挂,至少有两棵挂牌的树,它们之间的距离数是偶数(以米为单位)。这是为什么?(14分)



注: 本试题第1题由浙江永嘉县文教局邵美勋提供。第2题由上海安亭师范学校水康华提供,本刊改编。第3题由江苏江阴县文教局姚兴耕提供,本刊改编。第4题由上海安亭师范学校王文林提供,上海市复旦附中朱世辑改编。第6题由武汉第二师范学校林炳生提供,朱世辑改编。其余各题均由本刊拟定。



## 解 答

1. 解  $\because$  减数+差+被减数=被减数+被减数;  
 $\therefore$  (减数+差+被减数) $\div$ 被减数=2。
2. 解  $310-37=273$ ,  $273=3\times 7\times 13$ 。  $13\times 3=39$ ,  $13\times 7=91$ 。这样的两位数有两个, 即 39 与 91。

3. 解一  $13\div 12=\frac{13}{12}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ ,

$$12\times\frac{1}{2}=6(\text{只}), 12\times\frac{1}{3}=4(\text{只}), 12\times\frac{1}{4}=3(\text{只})。$$

将 6 只苹果每只平均分为两份, 每人一份; 将 4 只苹果每只平均分为三份, 每人一份; 将 3 只苹果每只平均分为四份, 每人一份。

解二  $13\div 12=\frac{13}{12}=\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$ 。

将 4 只苹果每只平均分为三份, 每人一份; 将 9 只苹果每只平均分为四份, 每人三份。

4. 解 因为分母为 1、2、3、4、5、…… 的分数分别有 1 个、3 个、5 个、7 个、9 个、…… 所以,

(1)  $\frac{7}{10}$  是第 88 个和第 94 个分数;

(2) 第 400 个分数是  $\frac{1}{20}$ 。

5. 解 (1)  $98\frac{5}{6}-12\frac{3}{7}$ ; (2)  $13\frac{6}{9}+24\frac{5}{8}$ 。

第(2)题有多种变形。

6. 解一 如图 1 所示,  $S_{\triangle ABC}=S_{\text{大三角形}}-(S_{\text{I}}+S_{\text{II}}+S_{\text{III}})$ 。大三角形的面积为  $25\text{ cm}^2$ 。  $S_{\text{I}}$ ,  $S_{\text{II}}$ ,  $S_{\text{III}}$  的面积, 可作辅助线(如图中  $S_{\text{I}}$  中的虚线), 由与已知三角形等底等高面积相

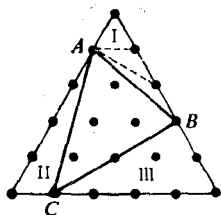


图 1

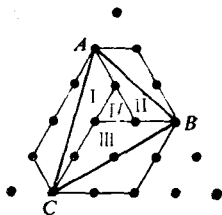


图 2

等, 可以分别计算出:

$$S_I = 3 \text{ cm}^2, S_{II} = 4 \text{ cm}^2, S_{III} = 8 \text{ cm}^2.$$

所以,  $S_{\triangle ABC} = 25 - (3 + 4 + 8) = 10 (\text{cm}^2)$ 。

解二 画平行四边形如图 2,  $S_{\triangle ABC} = S_I + S_{II} + S_{III} + S_{IV}$ 。

由平行四边形可以分别求出:

$$S_I = 3 \text{ cm}^2, S_{II} = 2 \text{ cm}^2, S_{III} = 4 \text{ cm}^2,$$

而  $S_{IV} = 1 \text{ cm}^2$ 。因此,

$$S_{\triangle ABC} = 3 + 2 + 4 + 1 = 10 (\text{cm}^2)。$$

解三 如图 3、图 4 所示, 采取割补的办法, 可以计算出  $\triangle ABC$  的面积为  $10 \text{ cm}^2$ 。

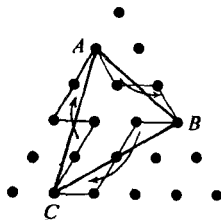


图 3

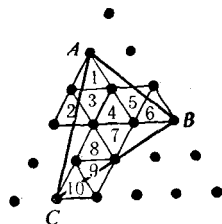


图 4

7. 解 (1) 有 10 条线段。

(2) ① 一共有  $10 \times 10 = 100$  (个) 长方形;

$$\begin{aligned} & \textcircled{2} (5+12+8+1+17+20+9+25+21+26) \\ & \quad \times (2+4+7+3+6+11+10+13+14+16) \\ & = 144 \times 86 = 12384 (\text{cm}^2). \end{aligned}$$

8. 解一 给每棵树编号(图5)。假定挂牌的三棵树的编号分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，那么这三个数中至少有两个同是偶数或同是奇数。因为奇数-奇数=偶数，偶数-偶数=偶数，所以， $a$ 、 $b$ 、 $c$  这三个数中至少有两个数的差是偶数。这就说明了，不管怎样挂，至少有两棵挂牌的树，它们之间的距离数是偶数(以米为单位)。

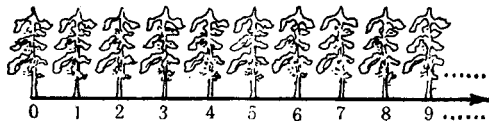


图 5

解二 给每棵树编号(图5)。假定挂牌的三棵树的编号分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，那么这三个数只有四种可能：

- (1) 三数都是奇数；                      (2) 两个奇数，一个偶数；  
(3) 三数都是偶数；                    (4) 两个偶数，一个奇数。

由奇数-奇数=偶数，偶数-偶数=偶数，说明了不管怎样挂，至少有两棵挂牌树之间的距离数是偶数(以米为单位)。

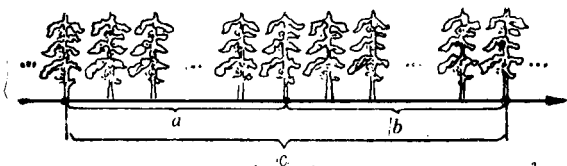


图 6

**解三** 假设第一棵树与第二棵树之间的距离为  $a$ , 第二棵树与第三棵树之间的距离为  $b$ , 那么第一棵树与第三棵树之间的距离  $c = a + b$  (图 6)。如果  $a, b$  中有一个是偶数, 那么已经符合题意。如果  $a, b$  两数都是奇数, 那么, 由奇数 + 奇数 = 偶数, 可知  $c$  是偶数, 也符合题意。

综合上述情况, 就说明了不管怎样挂, 至少有两棵挂牌树之间的距离数是偶数(以米为单位)。

(1982年第3期)

## 二、第二届“从小爱数学”邀请赛试题

1. 我们把  $0.00000000025$  简单记作  $0.\underbrace{00\dots025}_{10\text{个零}}$ 。下面

有两个小数:

$$a = 0.\underbrace{00\dots0125}_{1984\text{个零}}, \quad b = 0.\underbrace{00\dots08}_{1988\text{个零}}.$$

试求:  $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a \times b$ ,  $a \div b$ 。(12分)

2. 将下列八个数平分成两组, 使这两组数的乘积相等, 可以怎样分? 说明理由。

14, 33, 35, 30, 75, 39, 143, 169。(12分)

3. 两根同样长的绳子, 第一根剪去它的  $\frac{2}{5}$ , 第二根剪去  $\frac{2}{5}$  米, 剩下的两段绳子哪一段长? 为什么? (12分)

4. 试在下图所示的空白方格中填上字, 使得图中的每一横行、每一竖列以及两条对角线上的五个方格中填的, 都分别含有“从小爱数学”这五个字。(12分)

从	小	爱	数	学
	爱	数	学	

5. 有一本故事书, 每 2 页文字之间有 3 页插图, 也就是说 3 页插图前后各有一页文字。(1) 假如这本书有 96 页, 而第一页是插图, 这本书共有插图多少页? (2) 假如这本书有 99 页, 而第一页是插图, 这本书共有插图多少页? 说明理由。(12 分)

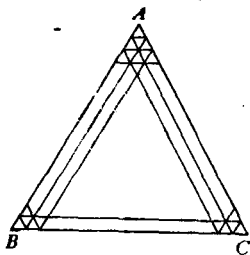
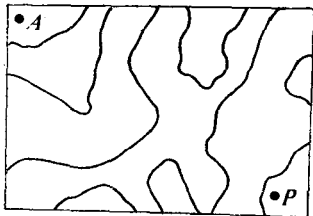
6. 设  $a*b$  表示  $a$  的 3 倍减去  $b$  的 2 倍, 即  $a*b=3a-2b$ , 例如, 当  $a=6, b=5$  时,  $6*5=3\times 6-2\times 5=8$ 。(12 分)

(1) 计算:  $(\frac{5}{3}*\frac{4}{5})*\frac{3}{4}$ ; (2) 已知:  $x*(4*1)=7$ , 求:  $x$ 。

7. 下左图是某一个浅湖泊的平面图。图中所有曲线都是湖岸。

(1) 如果  $P$  点在岸上, 那么  $A$  点在岸上还是在水中?

(2) 某人过这个湖泊, 他下水时脱鞋, 上岸时穿鞋。如果有一点  $B$ , 这个人从  $A$  点走到  $B$  点, 他脱鞋的次数与穿鞋的次数的和是个奇数, 那么  $B$  点是在岸上还是在水中? 说明理由。(14 分)



8. 一个正三角形  $ABC$ , 每边长 1 米。在每边上从顶点开始每隔 2 厘米取一点, 然后从这些点出发作两条直线, 分别和其它两边平行(如上右图), 这些平行线相截在三角形  $ABC$  中得到许多边长为 2 厘米的正三角形。(14 分)

(1) 求边长为 2 厘米的正三角形的个数;

(2) 求所作平行线段的总长度。

注: 本试题第 1 题由武汉市林炳生提供。第 2 题由上海市陈锦生提供。第 3 题由上海市俞仁杰提供。第 4 题由合肥市程龙提供。第 5 题由杭州市唐世兴提供。第 6 题由上海市王文林提供, 本刊改编。第 7 题由合肥市程龙提供, 本刊改编。第 8 题由合肥市单增提供。

### 解 答

$$\begin{aligned} 1. \text{ 解 } \quad a+b &= \underbrace{0.00\dots012508}_{1984 \text{ 个零}}; & a \times b &= \underbrace{0.00\dots01}_{3971 \text{ 个零}}; \\ a-b &= \underbrace{0.00\dots012492}_{1984 \text{ 个零}}; & a \div b &= 1562.5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ 解 } \quad 14 &= 2 \times 7, \quad 33 = 3 \times 11, \quad 35 = 5 \times 7, \quad 30 = 2 \times 3 \times 5, \\ 75 &= 3 \times 5 \times 5, \quad 39 = 3 \times 13, \quad 143 = 11 \times 13, \\ 169 &= 13 \times 13. \end{aligned}$$

这八个数分解质因数后共有质因数 18 个(包括相同的), 其中:

质因数 2 有 2 个, 质因数 3 有 4 个,  
质因数 5 有 4 个, 质因数 7 有 2 个,  
质因数 11 有 2 个, 质因数 13 有 4 个。

相同的质因数应该平均分摊在两个乘积里, 因此可以分为:

(1) 14, 75, 33, 169; 30, 35, 39, 143。

(2) 14, 75, 39, 143; 30, 35, 33, 169。

3. 解 设两根绳子原来长度为  $l$  米, 那么, 当  $l > 1$  米时, 剪去后第二根绳子剩下的部分长;

当  $l = 1$  米时, 剪去后两根绳子剩下的部分一样长;

当  $2/5 \text{ 米} < l < 1$  米时, 剪去后第一根绳子剩下的部分长。

4. 解

从	小	爱	数	学
数	学	从	小	爱
小	爱	数	学	从
学	从	小	爱	数
爱	数	学	从	小

5. 解 书是按……文字、插图、插图、插图、文字、插图、插图、插图、文字、……排列的。实际上是一张文字、三张插图交替排列。

(1) 因为 96 刚好是 4 的倍数, 所以这本书共有插图:

$$3 \times (96 \div 4) = 72 (\text{页})。$$

(2) 99 不是 4 的倍数, 但我们已知 96 页中有 72 页是插图, 其余 3 页只可能有以下几种情况: 插、插、文; 插、文、插; 插、插、插。即余下 3 页中可能有 2 页插图, 也可能有 3 页插图。这样, 可以知道这本书可能有 74 页插图, 也可能有 75 页插图。

6. 解 (1)  $\frac{5}{3} * \frac{4}{5} = \frac{5}{3} \times 3 - \frac{4}{5} \times 2 = \frac{17}{5},$

$$\frac{17}{5} * \frac{3}{4} = \frac{17}{5} \times 3 - \frac{3}{4} \times 2 = \frac{87}{10} = 8 \frac{7}{10}。$$

(2)  $4 * 1 = 4 \times 3 - 1 \times 2 = 10,$

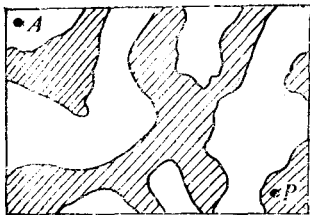
$$x * 10 = 7,$$

$$3x - 10 \times 2 = 7, 3x = 27, x = 9。$$

7. 解 (1) 已知  $P$  点在陆地上, 如果在图上用阴影表示陆地, 就可以看出  $A$  点在水中。

(2) 从水中经过一次陆地到水中, 脱鞋与穿鞋的次数的和为 2, 由于  $A$  点在水中, 所以不管怎么走, 走在水中时, 脱





鞋、穿鞋的次数的和总是偶数,可见  $B$  点必在岸上。

8. 解(1)  $1+3+5+\dots+99=100 \times 25 = 2500$  (个)。

50 个数

或考虑边长为 1 米的平行四边形。每隔 2 厘米作一条直线与另一边平行,这样共可截得  $50^2 = 2500$  个边长为 2 厘米的平行四边形,每个平行四边形包含两个边长为 2 厘米的正三角形,共计就有 5000 个边长为 2 厘米的正三角形。因此,在正三角形  $ABC$  内共有边长为 2 厘米的正三角形 2500 个。

(2) 在正三角形  $ABC$  内所作平行  $BC$  边的线段共 49 条(不包括  $BC$  边),这些线段的长度分别为 2 厘米、4 厘米、…… 98 厘米。这样,这些线段的长度之和为  $2+4+\dots+96+98=100 \times 24 + 50 = 2450$  (厘米)。同样道理,所作平行  $AC$  边、 $AB$  边的全部线段的长度之和也分别为 2450 厘米。因此,所作平行线段的总长度为  $2450 \times 3 = 7350$  厘米。

(1985 年第 1 期)