

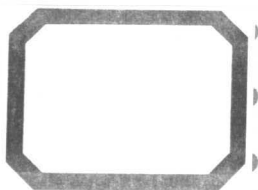
Kuaiji Zhengce de Boyilun Yanjiu

# 会计政策的 博弈论研究

刘端 著



西南财经大学出版社  
Southwestern University of Finance & Economics Press



本书由贵州财经学院会计学重点学科建设基金资助出版

# 会计政策的 博弈论研究

刘端 著



西南财经大学出版社  
Southwestern University of Finance & Economics Press

### 图书在版编目(CIP)数据

会计政策的博弈论研究/刘端著. —成都:西南财经大学出版社, 2005. 8.

ISBN 7-81088-317-8

I. 会... II. 刘... III. 对策论—应用—会计—经济政策—研究 IV. F230.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 083166 号

### 会计政策的博弈论研究

刘 端 著

责任编辑:杨代进

封面设计:何东琳设计工作室

|       |                                                                            |
|-------|----------------------------------------------------------------------------|
| 出版发行: | 西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街 55 号)                                                 |
| 网 址:  | <a href="http://press.swufe.edu.cn">http://press.swufe.edu.cn</a>          |
| 电子邮件: | <a href="mailto:xcpress@mail.sc.cninfo.net">xcpress@mail.sc.cninfo.net</a> |
| 邮政编码: | 610074                                                                     |
| 电 话:  | 028-87353785 87352368                                                      |
| 印 刷:  | 四川机投印务有限公司                                                                 |
| 成品尺寸: | 148mm×210mm                                                                |
| 印 张:  | 7.375                                                                      |
| 字 数:  | 190 千字                                                                     |
| 版 次:  | 2005 年 8 月第 1 版                                                            |
| 印 次:  | 2005 年 8 月第 1 次印刷                                                          |
| 印 数:  | 1—3000 册                                                                   |
| 书 号:  | ISBN 7-81088-317-8/F·318                                                   |
| 定 价:  | 15.00 元                                                                    |

1. 版权所有,翻印必究。

2. 如有印刷、装订等差错,可向本社发行中心调换。

## 前 言

博弈论研究的是决策主体的行为发生直接相互作用时候的决策以及这种决策的均衡问题,也就是说,当一个主体的选择受到其他主体选择的影响,而且反过来又影响其他主体选择时的决策问题和均衡问题。在最近一二十年中,博弈论在现代经济学领域中的地位不断提升,应用范围不断扩大,已经成为经济学最先进的分析工具之一。随着博弈论在经济学范围的不断扩大,纳什均衡的影响也越来越大,用纳什均衡来分析和解决经济领域的现象和问题,已成为引人注目的学术潮流。

由于纳什均衡建立在人们之间的策略对抗和交互作用的基础之上,反映的是这种策略对抗和交互作用的稳定状态,因此人们的知识、信息、能力、预见性和追求目标等多方面的特征和情况都对纳什均衡的存在性、稳定性和惟一性有很大的影响。我们在使用博弈论来分析和解决会计问题时,就需要对具体的问题进行分解和分析,并用纳什均衡分析方法去分析和解释会计问题。

在本书中,我们将博弈论的方法和理念运用到了会计问题的分析和研究中,具体包括治理会计信息失真、强化会计监督、评析会计人员委派制、现代企业公司治理结构、改进企业财务报告、会计制度建设等热点问题和难点问题。在分析和研究过程中,我们运用现代主流经济学——博弈论的思想和方法来重新审视现有的会计政策和理论,从一个新的角度和以一种新的视野来分析和研究会计领域中的“老”问题,找到这些问题背后真正的矛盾和症结,以期探索出解决“老”问题的新方法和新途径。

## 2 会计政策的博弈论研究

会计理论的研究对象必须转向对个体,转向对个体关系的研究,特别是对个体之间的相互影响和作用的研究。在治理和解决会计问题的过程中,我们必须充分注意到个体理性行为可能导致集体的非理性,也就是个体理性与集体理性的矛盾与冲突、竞争与合作。要解决会计监督、会计信息失真、会计制度建设、公司治理结构等问题中的矛盾,并不能像我们“一贯”认识的那样通过政府的强制干预来进行非理性的、打压式的制度安排,从而最终导致“无效”和“混乱”,而必须是要使安排的制度与施行的政策能够满足个人理性,否则制度和政策就不可能实行下去。解决个人理性与集体理性之间的冲突的方法不是否认和抹杀个人理性,而是设计一种机制,在满足个人理性的前提下达到集体理性,这是本书以博弈论研究会计问题的立足点和主旨。

一种研究会计问题的新视角——将博弈论和纳什均衡融入到会计理论和实践问题的研究中,把均衡的概念作为会计学人和会计政策制定者的哲学思想,并以此来武装头脑,从而使很多的会计问题可以看得更深更远。同时,运用博弈论研究会计问题,将使几百年发展起来的会计理论有机会得到来自现代经济学主流理论的检阅,从而培育创新的理念,循序渐进地完善会计理论研究,真正找到解决会计问题的根本途径。

作者

2005.3

## 目 录

|                               |      |
|-------------------------------|------|
| <b>第一章 博弈论的总体理论框架</b> .....   | (1)  |
| 一、博弈论进入应用经济理论研究的视野 .....      | (1)  |
| 二、对博弈论的一个非技术性描述 .....         | (3)  |
| 三、纳什均衡的几个经典案例 .....           | (7)  |
| 四、纳什均衡模型及其一般应用 .....          | (23) |
| <b>第二章 会计本质研究</b> .....       | (27) |
| 一、会计本质理论的认识 .....             | (27) |
| 二、受托责任会计与博弈 .....             | (30) |
| <b>第三章 会计信息失真的博弈论分析</b> ..... | (33) |
| 一、会计信息失真概述 .....              | (33) |
| 二、会计信息失真博弈前提分析及背景、动机 .....    | (36) |
| 三、会计信息失真的博弈分析 .....           | (41) |
| 四、博弈分析后的政策建议 .....            | (54) |
| <b>第四章 会计监督的博弈论思考</b> .....   | (56) |
| 一、会计监督的经济学理论 .....            | (56) |
| 二、脆弱的会计监督体制 .....             | (58) |
| 三、会计监督中的博弈分析与纳什均衡 .....       | (62) |
| 四、强化会计监督的总体思路与措施 .....        | (78) |

## 2 会计政策的博弈论研究

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| <b>第五章 会计人员委派制度质疑</b> .....  | (85)  |
| 一、现代企业制度下的现代企业会计 .....       | (85)  |
| 二、会计委派制与会计监督关系的一般性分析 .....   | (90)  |
| 三、制度经济学的观点:非帕累托改进 .....      | (99)  |
| <b>第六章 公司治理结构博弈分析</b> .....  | (106) |
| 一、我国公司治理结构问题分析 .....         | (106) |
| 二、会计信息和公司治理的交互影响性 .....      | (114) |
| 三、公司治理结构中的博弈分析 .....         | (122) |
| 四、公司治理结构下的内部控制 .....         | (127) |
| 五、有效防治“内部人控制”的博弈分析 .....     | (132) |
| 六、关于完善公司治理结构的政策建议 .....      | (142) |
| <b>第七章 改进财务报告研究</b> .....    | (149) |
| 一、影响会计信息供给的因素 .....          | (149) |
| 二、会计信息的强制性与自愿性披露研究 .....     | (157) |
| 三、现行财务报告质量研究及改进 .....        | (163) |
| 四、未来财务报告的发展 .....            | (168) |
| 五、我国财务报告体系的改革 .....          | (183) |
| 六、未来财务会计和财务报告的模式 .....       | (188) |
| <b>第八章 会计制度的博弈理论研究</b> ..... | (198) |
| 一、制度的产生与制度的功能 .....          | (198) |
| 二、会计制度的性质与功能 .....           | (205) |
| 三、会计制度制定过程及有关问题 .....        | (209) |
| 四、会计制度制定模式 .....             | (213) |
| 五、纳什均衡观点下的会计制度制定与完善 .....    | (218) |
| <b>参考文献</b> .....            | (222) |
| <b>后    记</b> .....          | (228) |

## 第一章

# 博弈论的总体理论框架

### 一、博弈论进入应用经济理论研究的视野

传统经济学认为经济学是研究稀缺资源的有效配置的,但是,从现代的观点看,经济学是研究人的行为的(Human Behaviour)。经济学假定人是理性的,其含义是指有一个很好定义的偏好,并在面临给定的约束条件下最大化自己的偏好。理性人在最大化偏好时,需要相互合作(Cooperation),而合作中又存在着冲突(Conflict)。为了实现合作的潜在利益以及有效地解决合作中的冲突,理性人发明了各种制度来规范他们的行为。在不完全竞争市场条件下,人们之间的行为是直接影响的,所以一个人在决策时必须考虑对方的反应,这是博弈论要研究的核心问题;在不对称信息条件下,任何一种有效的制度安排必须满足“激励相容”(Incentive Compatible)或“自选择”(Self - selection),这是博弈论的主要精神。

博弈论(Game Theory)主要研究决策主体的行为发生直接相互作用时候的决策以及这种决策的均衡问题,亦即当一个主体的选择受到其他主体选择的影响,而且反过来又影响其他主体选择时的决策问题和均衡问题。所以该理论又称为“对策论”。与传统经济理论研究不同,在博弈论中,个人效用函数不仅依赖于自己的选择,而且依赖于他人的选择;个人的最优选择是其他人选择的函数。

人们之间决策行为相互影响的实例很多,在会计生活中遇到



## 2 会计政策的博弈论研究

的事也都是这样的。比如说,企业所有者与企业经理人员及其会计人员在会计监督中的博弈;政府与企业会计制度建设中的博弈;股东、董事会、监事会、经理人在公司治理结构中由于相互制衡的关系而形成的博弈;企业与会计报表使用者在提供财务报告(信息)问题上的博弈;等等。

博弈论可以划分为合作博弈(Cooperative Game)和非合作博弈(Non-cooperative Game)。值得注意的是,本书进行的博弈论下的会计理论研究主要立足点是非合作博弈,但在某些问题的分析和解释上,也会运用合作博弈的观点和精神。二者的区别主要在于人们的行为在相互作用时,当事人能否达成一个具有约束力的协议(Binding Agreement),而且合作博弈强调的是团体理性(Collective Rationality),注重的是效率(Efficiency)、公正(Fairness)、公平(Equality)。

博弈论是一种方法,一种观念,在本书中我们要把它应用到对会计问题的分析和研究上,运用它的模式所给予我们的启示,来培育新的理念和找到新的思想方法,从而帮助我们在会计理论的研究中得到解决问题、解决矛盾的正确思路。“用‘均衡’的概念作为会计学人的哲学思想来武装我们的头脑,很多的会计问题,都可能看得更深更远。”<sup>①</sup> 阐述如下:

(1) 博弈论已经在经济学领域取得了最广泛、最成功的应用。

(2) 经济学(管理学)和博弈论的研究模式是一样的,都是强调个人理性,即在给定的约束条件下追求效用最大化。

(3) 博弈论在经济学(管理学)中的绝大多数模型是在 20 世纪 70 年代中期之后发展起来的,从 20 世纪 80 年代以后,博弈论逐渐成为主流经济学的一部分。甚至现在国内的某些经济学家已经提出“用‘对策论’(博弈论)重新改写西方经济学”。

(4) 会计理论的研究对象也必须转向个体,转向个体关系的研

---

① 伍中信:《产权与会计》,上海:立信会计出版社,1998

究,特别是个体之间行为的相互影响和作用。我们必须运用博弈论的思想,充分注意到在会计理论研究中个体理性行为可能导致集体的非理性,也就是个体理性与集体理性的矛盾与冲突、竞争与合作,要解决会计理论中的很多问题和矛盾(会计监督、会计制度建设、治理结构、改进财务报告),并不能像我们一贯认识的那样通过政府的强制干预来进行制度安排——这样只会最终导致无效和混乱,而必须认识到“如果一种制度安排不能满足个人理性的话,就不可能实行下去;解决个人理性与集体理性之间冲突的办法不是否认个人理性,而是设计一种机制,在满足个人理性的前提下达到集体理性”。<sup>①</sup>这一点恐怕对于我们的会计理论研究者和政策制定者来说是一种思想的革命。

## 二、对博弈论的一个非技术性描述

前已述及,博弈论包含合作博弈(Cooperative Game)和非合作博弈(Non-cooperative Game),在本书所涉及的博弈论中,除非有特定情况下的特殊说明,皆指非合作博弈。

### 1. 博弈论的基本概念

(1)参与人(Players):指一个博弈中的决策主体,其目的是通过选择行动(战略)以使自己的效用水平最大化,其必须具有可供选择的行动和一个很好定义的偏好函数。

(2)行动(Actions):是参与人在博弈的某个时点的决策变量,其可能是离散的,也可能是连续的。

(3)信息(Information):指参与人在博弈中的知识,特别是有关其他参与人(对手)的特征和行动的知识。

与“信息”相关的一个重要概念——共同知识(Common Knowledge),指“所有参与人知道,所有参与人知道所有参与人知道,所有参与人知道所有参与人知道所有参与人知道……”的

① 张维迎. 博弈论与信息经济学. 上海:上海三联书店,1996

知识。

(4)战略(Strategies):是参与人在给定信息的情况下的行动规则,它规定参与人在什么时候选择什么行动,是参与人的“相机行动方案”(Contingent Action Plan)。

(5)支付(Pay Off):指在一个特定的战略组合中参与人得到的确定效用水平,或者是指定参与人得到的期望效用水平,它是博弈参与人真正关心的东西。

(6)结果:是博弈分析者感兴趣的所有东西,如均衡战略组合、均衡行动组合、均衡支付组合等。

(7)均衡:是所有参与人的最优战略的组合。

## 2. 博弈论的类型

博弈论的划分可以从两个角度来进行。第一个角度,按参与人行动的先后顺序可以划分为静态博弈(Static Game)和动态博弈(Dynamic Game)。静态博弈指在博弈中参与人同时选择行动或虽非同时但后行动者并不知道前行动者采取了什么具体行动;动态博弈指的是参与人的行动有先后顺序,且后行动者能够观察到先行动者所选择的行动。第二个角度,按参与人对有关其他参与人(对手)的知识、战略空间及支付函数的了解与否,划分为完全信息博弈和不完全信息博弈。若了解,则是完全信息,否则,就是不完全信息。综上所述,博弈的类型有四种(见表1-1):

表 1-1 博弈的分类及对应的均衡概念<sup>①</sup>

| 信息 \ 行动顺序 | 静 态                   | 动 态                     |
|-----------|-----------------------|-------------------------|
| 完全信息      | 完全信息静态博弈:<br>纳什均衡     | 完全信息动态博弈:<br>子博弈精练纳什均衡  |
| 不完全信息     | 不完全信息静态博弈:<br>贝叶斯纳什均衡 | 不完全信息动态博弈:<br>精练贝叶斯纳什均衡 |

① 张维迎. 博弈论与信息经济学. 上海: 上海三联书店, 1996

### (1) 完全信息静态博弈: 纳什均衡。

所谓纳什均衡, 指有  $n$  个主体参与博弈, 在给定其他人战略的条件下, 每个人选择自己的最优战略, 所有参与人选择的战略一起构成一个战略组合, 其由所有参与人的最优战略组成。其形式上是一种“和棋”、“僵局”。

纳什均衡的哲学思想: 假设博弈中所有参与主体事先达成一项协议, 规定出每个人的行为规则, 在无外在的强制力约束时, 若当事人自觉遵守这个协议, 也就是这个协议构成了一个纳什均衡: 在给定别人遵守协议的情况下, 没有人会偏离协议给自己所规定的行为规则。<sup>①</sup> 换言之, 如果一个协议不构成纳什均衡, 它就不可能自动实施 (Self-enforcing), 因为至少有一个参与人会违背这个协议, 不满足纳什均衡要求的协议是没有意义的。<sup>②</sup> 若以此为切入点, 会计信息失真的治理、会计监督的体制分析、会计制度建设、公司治理结构、会计人员的角色定位等应用理论问题的分析和研究则是“柳暗花明又一村”了。

### (2) 完全信息动态博弈: 子博弈精练纳什均衡。

因为上述纳什均衡存在如下几个问题: 第一, 纳什均衡可能有无数个 (后面章节会有所阐述); 第二, 参与人可能不是同时进行博弈; 第三, 纳什均衡允许了不可置信的威胁的存在。

考虑到以上三个小问题, 便引出了泽尔腾 (Selton) 所定义的“子博弈精练纳什均衡”, 该模型的中心思想是将纳什均衡中包含的不可置信的威胁剔除出去, 使均衡战略不再包含不可置信的威胁。它要求参与人的决策在任何时点上都是最优的, 决策者“随机应变”, 而不是固守旧略。由于前述三个原因, 纳什均衡很难说是动态博弈的一个合理解, 在动态博弈中, 参与人的行动有先后, 后行动者的选择空间依赖于前行动者的选择, 前行动者在选择自己

① Drew Fudenberg, Jean Tirole. Game Theory. MIT Press, 1991

② Eric Rasmusen. Games and Information. Blackwell Publisher, 1994

的战略时不可能不考虑自己的选择对后行动者的影响,所以依据子博弈精练纳什均衡的中心思想,其目的是要把动态博弈中的“合理纳什均衡”与“不合理纳什均衡”分开。精练纳什均衡指一种政策(制度)不仅在制定时应是最优的,而且在制定之后的执行当中也是最优的。

### (3) 不完全信息静态博弈:贝叶斯纳什均衡。

上述两个完全信息博弈模型都包含一个基本假设:所有参与主体都知道博弈的结构、规则及支付函数等。但是,这个假设在很多情况下是不一定成立的,比如企业之间的博弈,一个企业并不完全了解自己的“生产函数”、“成本函数”及“偏好”等,这就引出了不完全信息博弈。

从理论上讲,当参与主体不知道对手的情况时,如何选择战略是一个大问题。在博弈论的研究中,海萨尼的办法是引入一个虚拟的参与人——“自然”。其首先选择参与人“类型”,被选择的参与人知道自己的真实类型,而其他参与人并不清楚这个被选择的参与人的真实类型,仅知道各种可能类型的概率分布。另外,被选择的参与人也知道其他参与人心目中的这个分布函数——分布函数的一种 Common Knowledge。

至此可见,所谓贝叶斯纳什均衡是指:在静态不完全信息博弈中,参与人同时行动,没有机会观察到别人的选择。给定别人的战略选择,每个参与人的最优战略依赖于自己的类型。由于每个人仅知道其他参与人的类型的概率分布而不知道其真实类型,他不可能准确地知道其他参与人实际上会选择什么战略。但是,他能正确地预测其他参与人的选择是如何依赖于其各自的类型的。这样,他决策的目标就是在给定自己的类型和别人的类型依从战略的情况下,使自己的期望效用最大化。

### (4) 不完全信息动态博弈:精练贝叶斯纳什均衡。

在不完全信息动态博弈中,“自然”首先选择参与人的类型,参与人自己知道,其他参与人不知道;在“自然”选择之后,参与人开

始行动,参与人的行动有先有后,后行动者能观测到先行动者的行动,但不能观测到先行动者的类型。因为参与人的行动是类型依存的,每个参与人的行动都传递着自己类型的某种信息,后行动者可以通过观察先行动者所选择的行动来推断其类型或修正对其类型的先验信念(概率分布),然后选择自己的最优行动。先行动者理性预测到自己的行动将被后行动者所利用,就会设法选择传递对自己有利的信息,避免传递对自己不利的信息。因此,该博弈过程的实质不仅是参与人选择行动的过程,而且是参与人不断修正信念的过程。精练贝叶斯纳什均衡是完全信息动态子博弈精练纳什均衡和不完全信息静态博弈贝叶斯纳什均衡的结合。

必须说明的是,由于本章描述的是博弈论的总体理论框架,尤其本节是对博弈的非技术性描述,本部分内容并未涉及相关的博弈论数学模型,关于这一点,我们会在以后的相关章节中有所运用。但必须进一步说明的是,本书的立足点主要是运用博弈论的相关精神内涵与理念去进行会计理论的分析 and 研究,并提出相应问题的对策与方法,并无意于要在会计理论研究中建立很多复杂的博弈论数学模型。

### 三、纳什均衡的几个经典案例

马歇尔的新古典主义学派的出发点是:消费者追求最大效用,生产者追求最大利润。这实际上就是最优化原理,在数学上就是解极值问题。

然而这一规律在 20 世纪 40 年代被打破,实际上这种萌芽很早就已出现。例如,在微观经济学中所讲的古诺“双头垄断”问题,对这两个厂商而言,有了你的最优,就不能再有我的最优。

其实这种思想还可更早地追溯到亚当·斯密,他认为尽管每个经济活动者都在追求自己的最优化,但他们的活动受到其他人的活动和全社会的约束,这些人在社会上受到一个“看不见的手的引导”,最终达到全社会的最优。

系统化地认识到这一问题的是冯·诺伊曼,他在1928年写出了博弈论的奠基性论文,并清楚地认识到,他所创立的这门新学科将成为经济学的主要教学工具。同时他与摩尔根斯坦于1944年合作写出了一本划时代的著作《对策论与经济行为》。

博弈论发展的鼎盛期始于1950年。纳什(Nash)在1950年、1951年发表了两篇非合作博弈的重要文章,Tucker于1950年定义了“囚徒困境”,他们两个人的工作奠定了现代非合作博弈论的基石。20世纪60年代,泽尔腾(Selten)将纳什均衡的概念引入动态分析,提出了“精练纳什均衡”的概念,海萨尼(Har San Yi)在1967—1968年把不完全信息引入到了博弈论的研究之中。

1994年,纳什、泽尔腾、海萨尼三人被授予诺贝尔经济学奖,原因大致有三:(1)博弈论在经济学中的应用最广泛、最成功,博弈论的很多成果是借助于经济学的例子发展的;(2)经济学家对博弈论的贡献越来越大,特别是在动态分析和不完全信息引入博弈论以后;(3)经济学和博弈论的研究模式是一样的,就是强调个人理性,也就是在给定的约束条件下追求效用最大化。

### 1. 古诺寡头竞争模型

(1) 参与人:企业1,企业2

(2) 战略:选择产量  $q_i$   $q_i \in [0, \infty)$

(3) 收益:每个企业的利润函数

用  $q_i \in [0, \infty)$  表示企业  $i$  选择的产量,  $c_i(q_i)$  表示企业  $i$  的成本函数。

$$Q = q_1 + q_2 \quad P(Q) \text{ 表示逆需求函数}$$

企业  $i$  的利润函数为:

$$\Pi_i(q_1, q_2) = q_i P(Q) - c_i(q_i) \quad i = 1, 2$$

假定每个企业具有不变的单位成本,即:  $c_i(q_i) = cq_i$

逆需求

$$p(Q) = a - Q$$

那么

$$\Pi_i(q_1, q_2) = q_i(a - Q) - cq_i$$

企业选择使得自己的利润最大化, 即  $\max_{q_i} \Pi_i(q_1, q_2)$  一阶最优  
优化条件:

$$(A - Q) - q_i - c = 0 \quad i = 1, 2$$

$$q_i = \frac{1}{2}(a - c - q_i) = R(q_i) \quad i = 1, 2$$

由此解得纳什均衡:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{1}{3}(a - c)$$

每个企业的纳什均衡利润分别为:

$$\Pi_i(q_1^*, q_2^*) = \Pi(q_1^*, q_2^*) = \frac{1}{9}(a - c)^2$$

为了和垄断情况作比较, 我们计算一下垄断企业的最优产量  
和均衡利润。垄断企业的问题是:

$$\max_Q Q(a - Q - c)$$

垄断企业的最优产量为:

$$Q = \frac{1}{2}(a - c) < q_1^* + q_2^* = \frac{2}{3}(a - c)$$

垄断利润为:

$$\Pi^m = \frac{1}{4}(a - c)^2 > \frac{2}{9}(a - c)^2$$

寡头竞争的总产量大于垄断产量的原因在于每个企业在选择  
自己的最优产量时, 只考虑对本企业利润的影响, 而忽视了对另一  
个企业的外部负效应。

古诺模型也可以使用重复剔除劣战略的方法找出均衡解。

首先  $q_i \in (q_i^m, \infty)$  恶劣于  $q_i^m$

因此第一轮剔除得到  $S_i = [0, q_i^m]$

如果  $S_i = [0, q_i^m]$ , 则在第二轮得到:

$$S_i^2 = [R_i(q_j^m, q_i^m)]$$



## 2. 公共地悲剧

如果一种资源没有排他性的所有权,那么就会导致对这种资源的过度使用。

(1) 参与人:  $n$  个农民

(2) 战略: 选择饲养羊的数量  $g_i$   $g_i \in [0, \infty)$

(3) 利润: 假定每只羊的平均价值为  $v(G)$ , 其中  $G = \sum_{i=1}^n g_i$

每只羊的成本为  $c$

那么利润函数为:

$$\Pi_i(g_i, \dots, g_n) = g_i v(G) - c g_i$$

这里  $v(G)$  满足以下条件: 草地上的羊的最大存活量为  $G_{\max}$

$$v'(G) < 0 \quad v''(G) < 0$$

每个农民的选择是用  $g_i$  最大化自己的利润, 即  $\max_{g_i} \Pi_i(g_i, \dots, g_n)$  一阶最优化条件:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial g_i} = v(G) + g_i v'(G) - c = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

这个式子的经济学意义是: 增加一只羊有正负两方面的效应。正效应是增加这只羊本身的价值, 负效应是这只羊使所有之前饲养的羊的价值下降。

上述  $n$  个一阶条件定义了  $n$  个反应函数:

$$g_i^* = g_i(g_1, \dots, g_{i-1}, g_{i+1}, \dots, G_n) \quad i = 1, \dots, n$$

$n$  个反应函数的交点就是纳什均衡。

$$g^* = (g_1^*, g_2^*, \dots, g_n^*) \text{ 纳什均衡的总饲养量大于 } G^* = \sum_{i=1}^n g_i^*$$

事实上根据

$$\frac{\partial g_i}{\partial g_i} = - \frac{\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial g_i \partial g_i}}{\frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial g_i^2}} = - \frac{v'(G) + g_i v''(G)}{2v'(G) + g_i v''(G)} < 0$$