

杨旭 赵兴业

王涟萍 编

中国环境科学出版社

初中代数
上册

重点问题详解

重点问题详解

初中代数 上册

杨旭 赵兴业 王连萍 编

中国环境科学出版社

1993

(京)新登字089号

内 容 简 介

本书包括初中一年级代数全部知识内容，对其中应知应会的知识点和重难点，或易混易错不好掌握的疑点，以及可能遇到的各种问题，逐一提出问题，并做了详尽的回答，有些问题还配有必要的小型练习，以求弄清知识、巩固概念、发展能力。

本书条目按课文顺序编排，易于查找。适合初中学生及自学青年阅读参考，也可供教师备课参考。

重点问题详解

初中代数 上册

杨旭 赵兴业 编
王澍萍

*

中国环境科学出版社出版
北京崇文区北岗子街8号
北京昌平兴华厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经售

*

1993年3月第一版 开本 787×1092 1/32

1993年3月第一次印刷 印张 5 3/8

印数 1—5 000 字数 125千字

ISBN 7-80093-283-4/G·315

定价：3.10元

前 言

“学则须疑”，有疑有解则能提高和进步。

学习是一个特殊的认识过程，是在教师帮助下加速对所学知识的认识过程。课堂学习时间是有限的，重要的是培养自学能力，以提高学习效果。自学时有了疑问和疑难怎么办！要靠无声的老师做辅导，这就是有益的——书。

为此，向大家奉献一套中小学课本中《重点问题详解》，一书在手，似教师陪坐身旁。

该书是以问题的形式出现的。因为一切科学都是从为什么开始的，并且问题是启动思维的动力。所以，以问题的形式，贯穿全书是最有益的，它把学习中的重点、难点、疑点设计成问题，使读者一目了然，便于阅读和使用。

遇有疑难，请先思考，然后翻阅此书，认真阅读，即可生效。

本书的特点是：

一、源于课本，重点突出，解答详尽。

该丛书，随着课本进度，将所学内容的重难点和疑惑不解的问题，提出来做详尽的解答，并有例题，以帮助读者深刻理解，提高学习实效。

二、提出问题，文字精辟，促进思考。

该丛书，对所有重点问题，均以问题形式出现的。问题是思维的动力。你有问题可到该书中去找解；丛书中提出的问题，促你思考，然后阅读解答，使你从中得到提高。

三、应用知识，总结方法，提高能力。

提高能力，是学习的重要目的。该丛书根据课程的要求，及时总结学习方法和掌握应用知识的方法，以取得举一反三之效，促进读者学习能力的提高。

四、辞书性，题解性，兼而有之。

该丛书，具有辞书性和题解性。为了说明课本中的重点知识，在解答之中，则要博引例证，以丰富内容，可取辞书之效。遇有典型问题，解之详尽，故有题解功能。

编写这套丛书是一个大胆的尝试，虽然我们依据设想做了很多努力，但是不妥之处也还难免。欢迎广大读者批评指正。

目 录

什么叫相反意义的量	(1)
怎样用数学语言表示相反意义的量	(2)
带负号的数一定是负数吗	(3)
有理数应该怎样分类	(4)
什么是双重符号的简化规律	(5)
什么叫绝对值	(6)
有理数的绝对值有哪些性质	(8)
相反数与倒数有什么区别	(9)
数轴的三要素有什么特点	(10)
数轴有什么作用	(11)
有理数比较大小时应注意什么	(14)
有理数的加法法则是怎样规定的	(16)
为什么加减法能统一成加法	(18)
代数和与算术和有什么区别	(20)
怎样灵活运用加法运算律	(21)
怎样正确读认“+”、“-”符号	(23)
怎样理解有理数的乘法法则	(24)
因数对有理数的积有什么影响	(25)
怎样运用乘法运算律进行速算	(26)
为什么有理数除法中零不能作除数	(28)
有理数的除法是怎样转化为乘法的	(29)
怎样理解乘方的意义及其运算规律	(30)
掌握有理数运算的关键是什么	(32)

怎样理解字母表示数的意义	(33)
怎样认识代数式的意义	(35)
代数式是怎样分类的	(35)
列代数式时都应注意什么	(36)
代数式的值有什么特点	(38)
多项式按幂排列时常数项怎样处理	(39)
合并同类项的理论依据是什么	(40)
方程与等式有什么区别	(41)
怎样理解方程的同解原理	(41)
怎样判断同解方程	(42)
怎样巧解一元一次方程	(43)
解一元一次方程容易出现哪些错误, 怎么办	(45)
用代数法解应用题有什么优越性	(48)
怎样建立等量关系解应用题	(49)
工程问题中的“1”是怎么来的	(50)
你知道代数鼻祖丢番图的生平吗	(51)
不等式的性质与等式的性质有何异同	(52)
不等式同解原理与方程同解原理有什么异同	(53)
怎样巧解一元一次不等式	(54)
怎样检验一元一次不等式的解集	(56)
两个可比量怎样比较大小	(59)
$a+b$ 与 $a-b$ 哪个大, 为什么	(60)
a 与 $\frac{1}{a}$ 之间的大小关系是怎样的	(61)
怎样认识二元一次方程	(63)
二元一次方程的解有什么特点	(63)
什么叫二元一次方程组	(65)
怎样迅速判断二元一次方程组解的类型	(66)
方程组同解变形的理论依据是什么	(68)

解多元一次方程组的主要思想是什么	(69)
怎样巧解多元一次方程组	(72)
解应用题时布列一次方程组与布列一次方程哪种 方法更简便	(78)
你知道“方程”一词的渊源吗	(80)
怎样提高幂的运算技能	(81)
$(a-b)^n$ 与 $(b-a)^n$ 一样吗, 为什么	(84)
单项式的乘法和除法各有什么特点	(84)
怎样认识多项式的乘法	(86)
多项式的乘法运算应注意什么	(87)
怎样认识乘法公式	(89)
怎样灵活运用乘法公式	(91)
如何利用乘法公式进行多位数的乘法和乘方的 速算	(94)
怎样用竖式进行整式的除法	(97)
什么是综合除法	(99)
什么是分离系数法	(102)
什么是余数定理和因式定理	(104)
什么叫质因式	(106)
什么是因式分解	(107)
为什么学习因式分解	(108)
怎样运用提取公因式法分解因式	(109)
怎样运用乘法公式分解因式	(110)
x^2+px+q 型的二次三项式分解因式有什么规律	(113)
怎样运用分组分解法分解因式	(115)
怎样用十字相乘法分解因式	(118)
什么是恒等变形	(119)
什么叫待定系数法	(120)

怎样用待定系数法分解二元二次多项式	(121)
怎样用因式定理分解一元高次多项式	(124)
分解因式时容易出现什么错误	(125)
四个连续整数的积与1的和是个什么数	(127)
怎样认识分式的定义	(128)
分式的值等于零的条件是什么	(129)
什么是分式的基本性质	(130)
怎样理解分式的符号法则	(132)
什么叫最简分式	(134)
怎样约分	(135)
分式的乘除法法则是什么	(135)
什么叫最简公分母	(138)
怎样通分	(139)
分式的加减法法则是什么	(140)
怎样化简繁分式	(141)
怎样把一个假分式化成一个整式与一个真分式的 代数和	(144)
怎样把一个真分式化成几个部分分式的代数和	(146)
分式运算中都有哪些技巧	(151)
怎样理解含有字母已知数的一元一次方程以及它的 解法	(153)
怎样找两个数,使它们的代数和等于它们的积	(155)
船在静水中与在有流速的水中往返一次所用的时间 一样吗	(156)
解分式方程(组)的基本思想和方法是什么	(157)
怎样列分式方程(组)解应用题	(160)

什么叫相反意义的量

在日常生活中，我们经常会遇到诸如“某日最高温度是零上 1°C ，最低温度是零下 9°C ”的问题。在这个问题中，零上 1°C 和零下 9°C 表示的都是温度，二者表示的是同一个量；同时，零上 1°C 表示的是比 0°C 高 1°C 的温度，零下 9°C 表示的是比 0°C 低 9°C 的温度，二者表示的量具有相反意义。因此，零上 1°C 与零下 9°C 表示的是意义相反的同一个量。

一般地，如果两个数量表示的是意义相反的同一个量，那么就称这两个数量是相反意义的量。在生活中，具有相反意义的量比比皆是，如升高3米与降低5米、提前10分钟与迟到5分钟、盈利3万元与亏损1.5万元等都是具有相反意义的量。

相反意义的量一般要具备两个条件：

1. 相反意义的量表示的必须是同一种量。这是判断相反意义的量的前提条件。不具备这个条件，就不是相反意义的量。如某仓库上午运出货物7吨，下午有40人外出参加会议。这里7吨表示的是货物的量，40人表示的是参加会议的人数，两者表示的不是同一个量，不是具有相反意义的量。

2. 相反意义的量所表示的量必须意义相反，否则就不是相反意义的量，如一个人向西走了40米后，又向东走了60米。40米与60米表示的都是路程这个量，“向西”与“向东”表示的是两个相反的方向，因此“向西走40米”与“向东走60米”是两个具有相反意义的量。

因此，在判断两个数量是否为相反意义的量时，必须依

据相反意义的量存在的两个条件，两个条件缺一不可。

一个量的相反意义的量可以有无数个。如高出海平面50米，其相反意义的量可以是低于海平面10米，低于海平面25米……，事实上，凡低于海平面的高度的量都是其相反意义的量。

怎样用数学语言表示相反意义的量

在小学算术中，我们学习了自然数、零和分数。如果用算术语言表示零上 1°C 与零下 1°C 这两个具有相反意义的量，只能将这两个数量都记作 1°C 。这样的记数法难以准确地体现出 1°C 的真正意义，不易区分具有相反意义的量。在现实生活中，具有相反意义的量是大量存在的。为解决这个问题，我们引入了一种新的记数法。

一般地，为区别具有相反意义的量，我们把一种意义的量规定为正的，把另外一种与它意义相反的量规定为负的。正的量用小学学过的数前面放上“+”（读作正）号来表示，负的量用小学学过的数的前面放上“-”（读作负）号来表示。

如：零上 1°C ，记作 $+1^{\circ}\text{C}$ （读作正1摄氏度）

零下 1°C ，记作 -1°C （读作负1摄氏度）

上升3米，记作 $+3$ 米

下降5米，记作 -5 米

一般地，正的量前面的“+”号可省略不写。 $+1^{\circ}\text{C}$ 可记作 1°C ， $+3$ 米可记作3米等。这样，我们就可用数学语言清楚、准确地表示出具有相反意义的量。

一种意义的量是正的还是负的，这是人为规定，是相对而言的。如：一个人向东走15米后，又向西走了10米。当规定向东走的15米是正的量时，就记作 $+15$ 米（或15米），那么表

示与其意义相反的量——向西走10米就是负的量。记作-10米；当规定向西走的10米是正的量时，应记作+10米（或10米），此时向东走15米就是与之意义相反的量，是负的量，应记作-15米。运用数学语言表示相反意义的量时，要注意相反意义的量的正与负都是相对的，是人为确定的、是可以改变的。

这里+3中“+”是数的性质符号，3+5中“+”是运算符号，要区别开。

掌握了上述知识，请大家仔细体会一下下面几个语句的意义：

1. 水面上升了-0.5米。
2. 温度下降了-3℃。
3. 收入了-40元。
4. 向北走了-90米。

答案是：

1. 水面下降了0.5米。
2. 温度上升了3℃。
3. 支出了40元。
4. 向南走了90米。

带负号的数一定是负数吗

见到这个问题，一些人会说，这太简单了，带负号的数就是负数，其实，问题并不这样简单。为搞清这个问题，我们需要对负数的概念做进一步的理解。

在教科书上，对负数的概念是这样描述的：“象-5， $-4\frac{1}{2}$ ，-3.6等带有负号的数叫做负数”。在掌握这个概念时，切忌断章取义，认为带有负号的数叫做负数。原概念中所列举的三个负数，分别为负整数、负分数和负小数，它分

别是在正整数、正分数和正小数前添上一个负号形成的。负数实际上就是指那些在正数的前面添上一个“-”号的数。

因此，判断一个数是否为负数，是不能以这个数是否带负号为判断的依据，在一个数前面添上负号，它表示的是与原数意义相反的数，一般地，有三种情况：

1. 当原数是正数时，它表示负数，如数5前面添上负号为-5。

2. 当原数是零时，它表示的仍然是零。

3. 当原数是负数时，它则表示是正数，如-5前面添上负号。这时若向右走为正，向左走为负，则-5为向左走了5个单位，而-(-5)即与-5表示相反意义，所以即向右走了5个单位，结果为+5。

所以带负号的数不一定是负数，当我们遇到一个带负号的数时，一定要仔细分析，认清它的本质。

有理数应该怎么分类

引入负数概念后，我们学过的数有五种

正整数（自然数）如+1、+2、+3、……；

零，0；

负整数，如-1、-2、-3、……；

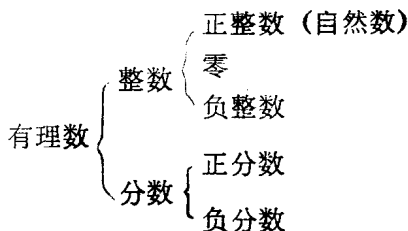
正分数，如 $+2\frac{1}{3}$ ，+1.5（即 $+1\frac{1}{2}$ ）、 $+\frac{3}{4}$ 、
……；

负分数，如 $-5\frac{1}{3}$ ，-3.2（即 $-3\frac{1}{5}$ ）、 $-\frac{4}{5}$ 、
……；

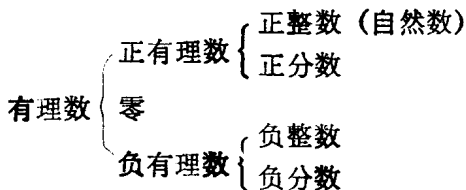
其中，正整数、零、负整数统称为整数；正分数、负分数统称为分数。

整数和分数统称为有理数。

因此按照有理数的定义，我们可以对有理数进行分类：



若将学过的五种数按数的正、负性进行归纳，则正整数和正分数称为正有理数，负整数和负分数称为负有理数。这样，我们又可对有理数按照数的正、负性进行分类：



一般地，有理数的分类方法有上述两种。这两种分类方法的产生是由于分类时的角度不同而造成的，但无论进行哪种类别，都应认识到，零既不是正数，也不是负数，它是正数与负数的分界点，是个中性数。

什么是双重符号的简化规律

在代数的学习中，我们经常会遇到带有双重符号的有理数。如 $+(+3)$ ， $- (+5)$ 等；对于这样的有理数，在计算中一般都需将其化简。

我们知道，一个正数其前面的“+”号可省略不计，所以有 $+4=4$ ，同理有 $+(+3)=+3$ ， $+(-1)=-1$ ；也就是说在一个数的前面添上一个“+”号，仍与原数相同。

根据相反数的定义， -4 是 4 的相反数，同理 $-(+5)$ 是 $+5$ 的相反数，即 $-(+5) = -5$ ， $-(-2\frac{1}{2})$ 是 $-2\frac{1}{2}$ 的相反数，即 $-(-2\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$ ，也就是说在一个数前面添上一个“-”号，就成为原数的相反数。

与此同时，我们还规定了 $+0=0$ ， $-0=0$ 。

这样，就得到了双重符号的简化规律：

在一个数前面添上一个“+”号，仍与原数相同；在一个数前面添上一个“-”号，就成为原数的相反数。规定： $+0=0$ ， $-0=0$ 。

运用双重符号的简化规律，不仅能简化具有双重符号的有理数，还能简化具有多重符号的有理数。请大家思考一下怎样简化下列各有理数：

$$(1) + [+(-3)] \quad (2) + [-(+3)]$$

$$(3) + [-(-3)] \quad (4) - [+(-3)]$$

$$(5) - [-(+3)] \quad (6) - [-(-3)]$$

$$(7) - [+ (+3)] \quad (8) - [- (+0)]$$

答案(1) -3 ；(2) -3 ；(3) $+3$ ；(4) $+3$ ；(5) $+3$ ；(6) -3 ；(7) -3 ；(8) 0 。

什么叫绝对值

为区别相反意义的量，我们使用了正数和负数。如 A 、 B 、 C 是依次位于同一直线上的三个地点，一汽车从 B 地出发行驶3公里到达 C 地，装满货物后返回 B 地卸货，然后继续行驶5公里到达 A 地。如果规定从 A 地行驶到 C 地的方向为正，则从 B 地到 C 地可记作 $+3$ 公里，从 C 地到 B 地可记作 -3 公里，从 B 地到 A 地记作 -5 公里。

但有些时候，人们只需考虑汽车行驶的路程，而无需考

虑其行驶方向。这时就将+3记作3，将-3和-5分别记作3和5。将3叫做+3的绝对值，将3和5分别叫作-3和-5的绝对值。

因此我们规定：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

要表示一个数的绝对值，就应在这个数的两旁各画一条竖线。如+3的绝对值表示为 $|+3|$ ，读作正3的绝对值；-5的绝对值表示为 $|-5|$ ，读作负5的绝对值。

从数轴上看，一个数的绝对值，就是表示这个数的点离开原点的距离。如上述例子可在数轴上表示为图1

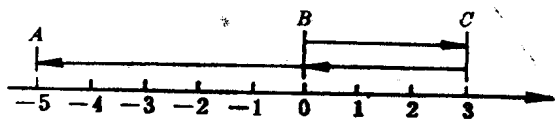


图 1

从图二可以看到，汽车从B行驶到C与从C行驶到B，方向相反，因此+3公里与-3公里是相反意义的量，但B、C两点间的距离是不变的，是3公里。故有 $|+3|=3$ ， $|-3|=3$ 。同理，从B行驶到A，汽车行驶的距离是 $|-5|=5$ （公里）。由绝对值的几何意义，我们不难得到：任何一个有理数的绝对值都是一个非负数。

绝对值是中学数学中的一个知识难点，关键在于符号问题。大家在解题时，一定要从概念入手，正确判断。对绝对值概念的认识，可编成顺口溜来记忆：

绝对值，新概念，
符号就象两门柱。
走进大门要小心，
关键辨清什么数。

正数和零是自己，
负数是其相反数。
数形结合来理解，
解题运用不糊涂。

有了绝对值的概念，相反数又可以定义为：绝对值相等，符号相反的两个数叫做互为相反数。

有理数的绝对值有哪些性质

根据有理数的绝对值的定义和几何意义，我们可以归纳出有理数的绝对值有如下的性质：

1. 任何有理数都有唯一的绝对值。
2. 有理数的绝对值是一个非负数，即最小的绝对值是零。
3. 两个相反数的绝对值相等，用符号表示即 $|a| = |-a|$ 。
4. 任何有理数都不大于它的绝对值，即对任何有理数 a ，均有 $|a| \geq a$ ， $|a| \geq -a$ 。
5. 若 $|a| = |b|$ ，则 $a = b$ （当 a 、 b 同号时），或 $a = -b$ （当 a 、 b 异号时），或 $a = b = 0$ 。
6. 对任何有理数 a 、 b ，有 $|ab| = |a| \cdot |b|$ 。

7. 对任何有理数 a 和 b ($b \neq 0$)，有 $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

8. 设 x 为有理数， $a > 0$ ，

$$|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a,$$

$$|x| \geq a \iff x \leq -a \text{ 或 } x \geq a.$$

9. $|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$

$$|a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$$

这些性质说起来并不难，但有些同学一碰到具体问题就