

微分代数系统控制理论 在电力系统中的应用

王 杰 著



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

微分代数系统控制理论 在电力系统中的应用

王 杰 著



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

■ 内 容 提 要 ■

本书是在经典的非线性系统几何结构理论的发展基础上,系统地介绍了用于控制微分代数系统的反馈线性化技术理论和方法,对具有非线性负荷的结构保留电力系统非线性控制的理论及方法进行了深入的研究。全书分七章,主要内容包括:电力系统非线性控制研究进展,非线性微分代数控制系统的描述,单输入单输出非线性微分代数系统控制设计,多输入多输出非线性微分代数系统的控制设计,电力系统与非线性负荷模型,具有非线性负荷的电力系统励磁控制,具有负荷及 SVC 的电力系统励磁控制。

本书的主要读者对象是具有一般的常微分方程分支知识和一般控制理论知识的大学生、研究生、教师和电力工程技术人员。也可作为高校电气工程专业、电力系统及其自动化专业和从事该领域研究工作的本科生、研究生和教师阅读参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

微分代数系统控制理论在电力系统中的应用/王杰著.
北京:中国电力出版社,2005
ISBN 7-5083-3629-1

I. 微... II 王... III. ①微分代数—应用—电力系统
②非线性控制系统—应用—电力系统 IV. TM7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 114482 号

中国电力出版社出版、发行
(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>)
北京同江印刷厂印刷
各地新华书店经售

2006 年 1 月第一版 2006 年 1 月北京第一次印刷
850 毫米×1168 毫米 32 开本 4 印张 104 千字
定价 9.00 元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

► 前 言

本书在经典的非线性系统几何结构理论的发展基础上,首次提出了用于控制微分代数系统的反馈线性化技术理论和方法,给出了关于微分代数系统的 M 导数和 M 括号等一些新的定义和结果,结合了反馈精确线性化、一般控制设计和参数自适应控制,并利用非线性微分代数系统几何线性化理论,对具有非线性负荷的电力系统非线性控制的理论及方法进行了深入的研究。其主要内容如下:

1. 针对一般的单输入单输出非线性微分代数系统,对状态反馈精确线性化的设计方法进行了研究探讨,给出有关微分代数系统的 M 导数和 M 括号等一些新的定义,并得到相关的一些新结果,在一定的条件下可将非线性微分代数系统转变为一个完全可控的具有代数方程的线性控制系统。

2. 针对一般的多输入多输出非线性微分代数系统的控制,首先给出了多输入多输出非线性微分代数系统的关系度与线性化标准型,并对不同的关系度讨论对应的线性化标准型的表达式。然后研究了多输入多输出非线性微分代数系统的参数自适应控制设计,针对多输入多输出非线性微分代数系统的跟踪和系统参数的不确定,利用多输入多输出反馈线性化技术,在系统的关系度小于系统的阶数及其指定的条件下,得到微分代数系统模型的标准形式,根据线性系统的控制理论及其跟踪目标的要求,导出相应的控制规律的表达式。在系统参数不确定时,运用 Lyapunov 稳定性的理论方法,求得参数自适应控制的表达式,并实现系统跟踪的控制目的。

3. 针对电力系统与非线性负荷的关系,简述了负荷建模的有关理论和方法。扼要概述了电力负荷基本成分的特性与模型、

电力负荷的静态模型、电力负荷的机理动态与非机理动态。并给出包括发电机、网络和非线性负荷的多输入多输出电力系统的基本方程,使得该模型更加符合实际的电力系统模型。

4. 针对具有非线性负荷的电力系统,首先研究了具有非线性负荷的单机系统励磁控制设计。然后着重研究了非线性负荷的多机电力系统励磁控制设计,给出具有非线性负荷的多机电力系统状态反馈精确线性化的条件。最后研究具有非线性负荷的多机系统参数自适应控制设计,根据线性系统的控制理论及其跟踪目标的要求,导出控制规律的具体表达式,在具有非线性负荷的电力系统中存在参数不确定时,运用 Lyapunov 稳定性的理论方法,求得参数自适应控制的表达式,并实现系统跟踪的控制目的,取得了良好的控制效果。

作者在上海交通大学电气工程博士后流动站工作中得到陈陈教授和电气工程系有关领导和老师们的大力支持和帮助,使作者的研究工作能得以开展,在此表示衷心感谢。本书的撰写与校对工作得到了阮映琴硕士的热情支持和帮助,同时也与许多合作者进行了愉快的合作研究,在此一并致谢。

限于作者水平,书中一定有不少不妥和错误之处,还望读者给予批评和指正。

目 录

前言

第 1 章 电力系统非线性控制研究进展 1

- 1.1 引言 1
- 1.2 电力系统非线性控制发展概述 3
- 1.3 本书的主要工作 8

第 2 章 非线性微分代数控制系统的描述 13

- 2.1 引言 13
- 2.2 DAS 解的存在唯一性 14
- 2.3 M 导数与 M 括号 19
- 2.4 向量场集合的 M 对合性 21
- 2.5 DAS 的 M 关系度 22
- 2.6 非线性 DAS 的线性化标准型 22

第 3 章 单输入单输出非线性微分代数系统控制设计 24

- 3.1 引言 24
- 3.2 状态反馈精确线性化的设计原理 24

第 4 章 多输入多输出非线性微分代数系统的控制设计 32

- 4.1 引言 32
- 4.2 M 关系度与线性化标准型 33
- 4.3 状态反馈精确线性化设计 35
- 4.4 参数自适应控制设计 40

第 5 章 电力系统与非线性负荷模型	49
5.1 引言	49
5.2 基本负荷特性的描述	50
5.3 同步发电机模型的建立	53
5.4 具有非线性负荷的电力系统数学描述	56
第 6 章 具有非线性负荷的电力系统励磁控制	61
6.1 引言	61
6.2 励磁控制的几种方式	62
6.3 具有非线性负荷的单机系统励磁控制设计	64
6.4 具有非线性负荷的多机系统励磁控制设计	68
6.5 具有非线性负荷的多机系统参数自适应控制设计	79
第 7 章 具有负荷及 SVC 的电力系统励磁控制	89
7.1 计及动态负荷的电力系统 SVC 与发电机励磁控制	89
7.2 提高多机系统暂态稳定的励磁与 SVC 控制设计	101
问题与展望	113
参考文献	115

► 第 1 章

电力系统非线性控制研究进展

1.1 引言

在工程实际应用上,许多控制系统都具有非线性特性。例如,随动系统的齿轮传动具有齿隙和干摩擦等,许多执行机构都不可能无限制地增加其输出功率,因此就存在饱和非线性特性,实际上非线性系统中的这种不完善性是不可避免的。有些非线性是系统动态特性本身所固有的,如高速运动的机械手各关节之间有哥氏力的耦合^[1~3],这种耦合是非线性的,如果要研究机械手调整运动的控制就必须考虑非线性耦合。电力系统中传输功率与各发电机之间相角差的正弦成正比,如果要研究电力系统中的大范围运动时,就必须考虑非线性特性的影响^[4~6]。还有一类对象本身虽然是线性的,但为了对它进行有效地控制,常常在控制系统中有意识地引进非线性的控制规律。例如,时间最短控制就要采用 bang-bang 控制,它是非线性的^[7~8]。非线性现象在自然界是普遍存在的,非线性系统才是最一般的系统,线性系统只是其中的特殊例子^[9]。由于非线性特性的复杂性,因而不可能有统一的普遍适用的处理办法。而线性系统可以用线性常微分方程来描述^[10]。解线性常微分方程已有成熟的方法,因此线性控制系统理论取得了很大的成就。然而非线性微分方程只有在个别情况下才有解析解^[11~13]。这给非线性控制系统的研究带来极大的困难。

线性控制系统中的运动只可能有几种情况,如衰减的或发散的振荡或不振荡运行,以及临界的振荡等等。非线性系统中的运

动要复杂得多，可以是振荡的或不振荡的过程，这种振荡严格说来不一定能用调和函数来表示；可以是稳定的或不稳定的，这种稳定可以是全局的，也可能是局部的；可以出现振荡的极限环，这种极限环可能有多个；还可能出现混沌现象，既非稳定的极限环，又非无限制的发散，由此可见非线性系统中的现象更复杂多样化^[13~15]。考虑到许多控制系统的非线性对系统运行有害，故应设法克服它的有害影响。有些非线性是有益的，应在设计时予以考虑。多年来在非线性控制系统的研究这方面积累了许多成果。但由于非线性系统的复杂性，在这方面的研究工作有相当大的困难，因此研究成果还远不能满足实际需要，在这方面有待研究的问题还有很多。近年来由于工程实际的需要以及人们对提高控制系统智能化程度的重视，非线性系统理论的研究工作已取得不少新的重要进展^[13,16~17]。

现代控制理论有几个主要分支^[18~20]：第一分支是线性系统理论^[20~21]，它是现代控制理论的基础，主要研究线性系统状态的运动规律和改变这些规律的可能性与实施方法；建立和揭示系统结构、参数、行为和性能之间的关系。它除了包括系统的能控性、能观测性、稳定性分析之外，还包括状态反馈、状态估计及补偿器的理论和设计方法等内容。第二分支是最优滤波理论，它所研究的对象是由随机微分方程或随机差分方程所描述的随机系统。由于这类系统除了具有描述系统与外部联系的输入、输出之外，还承受不确定因素（随机噪声）的作用，本分支就是研究利用被噪声污染的量测数据，按照某种判别准则，获得有用信号的最优估计。卡尔曼滤波理论用状态空间法设计的最佳滤波器，实用性强且可适用于非平稳过程，是滤波理论的一大突破。第三分支是系统辨识，研究系统的状态，建立系统在状态空间的数学模型是一件基本的工作。由于系统的复杂性，并不总是可以通过解析的方法来直接建立其数学模型的。所谓系统辨识就是在系统的输入输出的试验数据的基础上，从一组给定的模型类中确定一个与所测系统本质特征相等价的模型。当模型的结构已经确定，只

需用输入输出的量测值来确定其参数的,叫做参数估计。而同时确定模型结构和参数的则泛称系统辨识。第四分支是最优控制,最优控制就是在给定限制条件和性能指标下,寻找使系统性能在一定意义下为最优的控制规律^[22~25]。这里所说的“限制条件”是指物理上对系统所施加的一些限制,而“性能指标”是为评价系统的优劣人为规定的标准,它以系统在整个工作期间的性能作为一个整体而出现的。寻找控制规律也就是综合得出所需控制器。在解决最优控制问题中,庞特里雅金的极大值原理和贝尔曼动态规划法是最重要的两种方法,它们以不同的形式给出了最优控制所必须满足的条件,并推出许多定性的性质。第五分支是自适应控制,自适应控制是随时辨识系统的数学模型并按此模型去调整最优控制规律^[26~31]。其基本思想是当被控对象内部的结构和参数以及外部的环境干扰存在不确定性时,在系统运行期间,系统自身能对有关信息实现在线测量和处理,从而不断地修正系统结构的有关参数和控制作用,使之处于所要求的最优状态,得到人们所期望的控制结果。常用的自适应控制器方案大致有:编程控制^[32]、模型参考自适应^[33~35]和自校正控制^[36~43]。自适应理论的发展是自学习、自组织系统理论。

1.2 电力系统非线性控制发展概述

解决和改善现代电力系统的主要问题是运行的经济性和可靠性两大类问题。可靠性问题又包括两方面不同的内容:其一是在一定约束条件下,选择发电厂、变电站与电力网的接线图、接线方式,使得造成年事故停电小时数或停电损失的概率最小。这方面问题可称之为电力系统的静态可靠性或结构可靠性问题。电力系统运行安全可靠性问题,还包括另一个更为重要的内容——电力系统运行的稳定性,即电力系统在小干扰和大干扰作用下,不发生危及用户的振荡并能保持全系统的发电机组的同步运行状态的能力。这方面问题可称之为电力系统的动态可靠性问题或动态安全性问题^[4,44~49]。

电力系统运行的稳定性问题,即动态安全可靠性是电力系统运行的重要问题。因为如果大型电力系统的稳定性遭到破坏,就可能造成一个或数个大面积停电,使它们一时陷于瘫痪和混乱,严重者甚至危及全国,对人民生活及国民经济造成灾难性损失。因此改善电力系统运行的稳定性、动态可靠性,仍然是一项迫切而艰巨的任务。改善与提高电力系统稳定性的主要手段是控制。许多年来人们为了改进与发展电力系统控制技术,进行了浩瀚的研究工作。以发电机组的连续性控制为例,在这方面主要有发电机的励磁控制与汽轮机的调速汽门控制。在 20 世纪 70 年代以前的励磁控制技术方面,主要采用单变量反馈方式,即采用发电机端电压偏差作为反馈量的控制方式。属于这种单输入控制方式的有比例式控制方式和比例—积分—微分 (PID) 控制方式两种。这两种控制方式的反馈量都是发电机端电压的偏差^[50]。

生产与技术永远不会停滞在它们的某一个发展水平上。它们永远在发展中提高,在提高中发展。电力系统是非线性动态系统。PSS (电力系统稳定器) 控制方式与线性最优控制方式的设计方法都有一个共同点,即将电力系统非线性状态方程在某一特定运行方式 (特定潮流) 下进行近似线性化,显然这种在某一特定状态 x_0 下被近似线性化的数学模型只能在实际运行状态 $x(t)$ 十分接近 x_0 时才比较准确^[50]。换言之,当实际状态 $x(t)$ 偏离 x_0 较远时,那种近似线性化的数学模型并不能正确表述实际的控制系统,以其为根据而设计的控制器也就不能正确有效地工作,这种设计方法与提高电力系统大干扰稳定性的要求不相适应,故应该用非线性控制系统理论与方法去设计电力系统控制器。

20 世纪 50 年代末到 60 年代中期,电力系统数字模拟计算处于发展初期。在这段时间内,负荷模型与其他电网元件一样,有过相当大的发展。人们不仅使用恒定阻抗、恒定电流、恒定功率来表示负荷,还提出了用静特性方程表示负荷,如多项式或幂函数方程。当时这些模型的参数是定性估计的,由此得到的负荷模型尽管不准确,但相对于当时粗略的发电机等其他模型以及人

们对电网计算的定性要求来说还是相适应的。到了 20 世纪 60 年代末及 70 年代初,发电机及其调节系统等模型都向前发展了一步,但负荷模型却因其困难性而在原有的水平上停滞不前。为了打破负荷模型研究上的困难局面,1976 年美国电力研究所 (EPRI) 制定了一个庞大的研究计划。根据这个计划,研究工作将在美国和加拿大同时开展。整个工作经过了严密计划和组织,在理论、现场试验以及数据采集系统的软、硬件开发和数据处理程序等几个方面全面展开。在这项工作的推动下,在 80 年代的几年里,负荷模型的研究又有了新的进展。在此期间,人们主要研究如何定量确定负荷模型的系数^[51~52]。1982 年 10 月,国际大电网会议 (CIGRE—SC38—WG02)^[53] 成立了有关负荷的工作小组,研究负荷建模及其动态特性。该小组认为,许多工程师对这个研究领域还比较陌生,而这个研究领域在电力系统分析中的重要性应该得到强调。1984 年在芬兰召开的第八届电力系统会议 (PSCC) 将负荷建模列为重要课题,尤为可喜的是,负荷建模问题也开始引起了我国电力工作者的重视,一些学者在这一研究领域做出了贡献^[54~58]。

对负荷模型可以从多方面进行分类。①从模型是否反映负荷的动态特性来看,可以分为静态的 (SM) 和动态的 (DM)。②从模型导出的方式来看,可分为机理式 (PBM) 和输入/输出式 (IOM) 两种。③从模型是否线性化来看,可分为线性的 (LM) 和非线性的 (NLM)。④从模型是否与频率相关来看,可分为电压相关模型 (VDM) 和频率相关模型 (FDM),与电压及频率均相关的模型属于后一类。因此负荷模型有多种,有必要对其进行选择。模型结构形式的选择,主要取决于模型的应用目的及对精度的要求,同时还要考虑模型处理的简单性和参数获取的方便性。模型的精确性和简单性之间往往存在着矛盾,因而有必要在两者之间进行权衡。在选择模型时,可参考下列原则:

(1) 静态模型一般适用于以下情况:①稳态问题(如潮流计算);②长期动态过程;③负荷中以静态成分为主,如商业、民

用负荷。而在下列情况下，宜采用动态模型：①工业区；②负荷中包含大量感应电动机；③系统瓦解；④自励磁及次同步谐振；⑤为了改善稳定性而应用并联无功补偿装置的研究等等。

(2) 当负荷中成分比较单一时，选择机理式模型较好。这种模型物理概念明确，能反映负荷的内部物理现象。而当负荷比较复杂时，宜选用输入/输出模型。这种模型结构简单、通用性强，可以反映负荷的外部总体特性。

(3) 当动态运行点偏离稳态运行点较小时，可选用线性模型，如静态稳定。这种模型便于分析，计算量少。而当动态运行点偏离稳态运行点较大时，宜采用非线性负荷模型，这种模型精度较高，计算量较大。

(4) 电力系统中频率变化比较缓慢，因此在短期动态过程分析中，可不计负荷频率特性，而在长期动态过程分析中则要计及。

(5) 由于恒定阻抗（恒定电流、恒定功率）模型处理方便，节省计算时间及内存空间，所以这种模型仍将经常被采用，特别是在没有系统数据可供建模之用以及负荷影响较小的场合。

控制是用施加某种特定的输入的方法，改造所涉及的各种动力学系统的性能，使其最大限度地满足特定需要的理论与技术的总称。控制技术的进步总是紧紧依赖于控制理论的发展。控制理论发展至今，已经历了如下几个阶段：第一阶段，可称之为复数域或频域的控制理论。有的文献也将其称为古典控制理论。其实，这个体系的控制理论并非十分“古典”。它的整个理论体系在 20 世纪 50 年代才发展成熟，而且至今还有一定的发展。在习惯上称它为古典控制理论，主要是相对于 20 世纪 60 年代初迅速发展起来的新的控制理论体系而言的。这种复数域的控制理论体系，大体上由建立数学模型的理论（简称建模理论）、响应分析、稳定性分析与综合校正等四部分内容组成。在实际建模中，一般并不是一次写出整个闭环系统的传递函数，而是首先将整个系统划分为成若干个由一阶或二阶微分方程描述的典型环节，并列

这些典型环节的传递函数,然后将这些典型环节的传递函数按照系统的实际结构,连接成整个闭环系统的传递函数结构图,从而得到全系统的传递函数。因传递函数是复变量的函数,故这种控制理论可称之为复数域的控制理论。若只考虑复变量的虚数部分并代入系统传递函数,则得到该系统的频率特性,通常将这种控制理论的分析方法称为频域法。

上述的这种传递函数描述法,决定了古典控制理论有如下基本特点及适用范围。第一,这种理论与方法的最大特点是将以时间 t 为自变量的高阶微分方程的求解问题转化为关于复变量的多项式代数问题,因此它所运用数学工具较为简单,主要是拉氏变换和多项式代数。第二,受传递函数所能描述的限制,只能是线性定常的控制系统。第三,由于传递函数所确定的只是输出量与输入量拉氏变换之比,因此这种理论方法主要适用于研究单控制量单输出量的系统。第四,传递函数或频率特性的描述方法,只是从系统的输出量与输入量之间的关系的角度去研究一个系统,故它难以提示系统内部的动态行为。以上是由古典控制特有的建模方法所决定的这种理论体系的优点、特点及其局限性。第二阶段。一般称之为现代控制理论。更确切地说,应称之为线性多变量系统控制理论。自 20 世纪 60 年代初开始,这种体系的理论获得迅速发展,目前在国际上获得了广泛的应用。随着工程控制系统规模及复杂程度的增大以及对控制精确程度和对系统动态品质要求的不断提高,上述的古典控制理论的局限性愈来愈尖锐地显露出来。生产和科学技术的发展,迫切要求发展一种能很好适用于多输入多输出动态系统的新的控制理论与综合方法。另一方面,20 世纪 60 年代以来,电子计算机技术获得迅猛发展,为复杂的大规模的数值分析提供了技术条件。以上这些,总起来就成为第二阶段控制理论——线性多变量控制系统理论发展的背景条件。1960 年 R. Bellman 的《矩阵分析导论》一书和 1963 年 R. E. Kalman 的“线性动态系统的数学描述”一文,对奠定这种控制理论的基础作出了重要贡献。这种理论体系最主要的特征就

是状态空间的建模理论与线性代数的数学方法相结合。第二阶段的控制理论有以下这些显著特点：第一，它是以一阶线性自变量为时间 t 的微分方程组来对系统进行描述的，其数学模型与分析方法是时域的。第二，所用到的数学工具主要是线性常微分方程理论与线性代数理论，而不像古典控制理论主要是应用拉氏变换与多项式代数。第三，它的建模理论与数学方法使得这种控制理论体系适用于线性多输入多输出系统。第四，它建立了一整套最优控制设计原理与方法，使得所求得的控制规律能保证系统性能指标达到极值。第五，对于参数可能在较大范围内变化的线性系统，最优控制设计方法与线性系统参数辨识技术相结合，可得到自适应或称之为自动寻求最优点的控制系统。以上是第二阶段控制理论——线性多变量系统控制理论发生、发展的背景及主要特点。第三阶段，非线性控制理论。由于大多数工程控制系统都是非线性的，虽然其中有不少部分可以在基本满足工程需要的条件下将其在某一平衡点处加以近似线性化，可应用上述的线性系统理论与方法进行分析与综合。但是也有一些系统，比如电力系统，在分析它的大干扰稳定性与动态品质时，就不宜把它近似地作为线性系统处理，否则控制效果就不会令人满意。再如一些系统，如机械手控制系统、自动驾驶飞机系统和某些化工过程控制系统，要用近似线性化的数学模型进行控制器的设计，其控制精确度难以达到理想要求。总之，生产和科学技术的发展迫切要求建立非线性控制理论的新体系。

20 年来，近代微分几何方法与非线性控制系统的设计问题相结合，形成了一门新的学科体系，即非线性控制系统几何结构理论体系^[13, 17, 59~61]。而有关近代微分几何方法与非线性微分代数控制系统的设计问题更是具有非线性负荷的电力系统理论的新学科。

1.3 本书的主要工作

考虑单输入非线性微分代数系统 (Differential Algebraic

System, 简记 DAS, 以下类同)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y})\mathbf{u} \quad (1.3.1a)$$

$$0 = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (1.3.1b)$$

式中: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{u} \in \mathbf{R}$ 分别是 n 维状态向量、 m 维约束向量和控制输入。DAS (1.3.1) 具有相容的 (Compatible) 初始条件 $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$, 即 $0 = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ 。非线性系统精确线性化问题可以认为是非线性几何理论中最重要的一部分, 主要包括状态反馈线性化, 输入输出响应线性化以及输出解耦线性化等, 利用经典的非线性几何线性化控制理论很难讨论 DAS (1.3.1) 的精确线性化的问题。

本书针对以上的不足之处, 首次将非线性系统几何理论应用于 DAS 控制中, 这是因为许多实际工程问题常常遇到的是微分和代数系统的混合体, 如具有非线性负荷的电力系统励磁控制就是这类控制系统的模型。提出了应用于 DAS 控制的反馈线性化技术理论和方法, 类似于经典的微分几何理论的定义和定理, 给出了有关 DAS 的 M 导数、 M 括号等一些新的定义, 并得到相关的一些新结果。最后给出一个具体的例子来说明本文所提出的方法的合理性及实用性。

考虑多输入多输出非线性 DAS

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + \sum_{i=1}^m \mathbf{g}_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \cdot u_i \quad (1.3.2a)$$

$$0 = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \quad (1.3.2b)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \quad (1.3.2c)$$

式中: 状态向量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$; 约束向量 $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_l)^T \in \mathbf{R}^l$; 输出向量 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T \in \mathbf{R}^m$, $u_i (i \in N_m)$ (这里 $i \in N_m$ 表示 $i=1, 2, \dots, m$; 而 $i \in \bar{N}_m$ 表示 $i=0, 1, 2, \dots, m$, 以下类同) 是输入, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ 、 $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}, \mathbf{z}) (i \in N_m)$ 和 $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ 分别是 n 维、 m 维和 l 维相当光滑的向量场, $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ 是 m 维相当光滑的向量场。设其总 M 关系度 $r = \sum_{i=1}^m r_i < n$, 向量场集合

$\{g_1(x, z), g_2(x, z), \dots, g_m(x, z)\}$ 是 M 对合的, 则定可找到余下的 $n-r$ 个坐标映像关系 $\eta_1(x, z), \dots, \eta_{n-r}(x, z)$, 满足

$$M_{gi}\eta_j(x, z) = 0 \quad (i \in N_m, j \in N_{n-r}) \quad (1.3.3)$$

取坐标映像为

$$\xi_j = M_f^{j-1} h_i(x, z) \quad (j \in N_r, i \in N_m) \quad (1.3.4)$$

$$\eta_k = \eta_k(x, z) \quad (k \in N_{n-r})$$

则式 (1.3.2) 可变为

$$\dot{\xi}_j = \xi_{j+1} \quad (j \in N_{r-1}, i \in N_m) \quad (1.3.5a)$$

$$\dot{\xi}_{r_i} = V_{f_i} \quad (i \in N_m) \quad (1.3.5b)$$

$$\dot{\eta}_k = q_k(x, z) \quad (k \in N_{n-r}) \quad (1.3.5c)$$

$$y_i = \xi_1^i \quad (i \in N_m) \quad (1.3.5d)$$

其中

$$V_{fi} = a_i(x, z) + \sum_{k=1}^m b_{ik}(x, z) u_k \quad (i \in N_m),$$

$$a_i = M_f^{r_i} h_i(x, z), b_{ik} = M_{gk} M_f^{r_i-1} h_i(x, z);$$

$$q_k(x, z) = M_f \eta_k(x, z);$$

$$\xi = (\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_{r_1}^1; \xi_1^2, \xi_2^2, \dots, \xi_{r_2}^2; \dots; \xi_1^n, \xi_2^n, \dots, \xi_{r_m}^n)^T \in R^r,$$

$$\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r})^T \in R^{n-r}.$$

并根据 M 关系度的情况, 得到几个 MIMO 仿射非线性 DAS 系统的标准型。

本书考虑式 (1.3.5) 中的 $q_k(x, z)$ 能够表达为如下形式的线性关系

$$\dot{\eta} = A_0(\eta - \eta_d) + B_0(\xi - \xi_d) \quad (1.3.6)$$

式中: A_0 和 B_0 分别是 $(n-r) \times (n-r)$ 维和 $(n-r) \times r$ 维的常矩阵; ξ_d 是 ξ 的预定目标; $\eta_d = (\eta_d, \eta_{2d}, \dots, \eta_{(n-r)d})^T$ 是常向量。定义轨迹误差向量 $e \in R^r$ 和 $\Delta\eta \in R^{n-r}$ 为 $e = \xi - \xi_d$, $\Delta\eta = \eta - \eta_d$, 根据线性系统的控制理论, 可找到新控制量 $V_{f_i} \quad (i \in N_m)$, 使得当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $e \rightarrow 0$, $\Delta\eta \rightarrow 0$ 。以上已假设式 (1.3.5) 中

$$\xi_{r_i} = a_i(x, z) + \sum_{k=1}^m b_{ik}(x, z) u_k \quad (i \in N_m) \text{ 的 } a_i(x, z) \text{ 和 } b_{ik}(x, z) \quad (i,$$