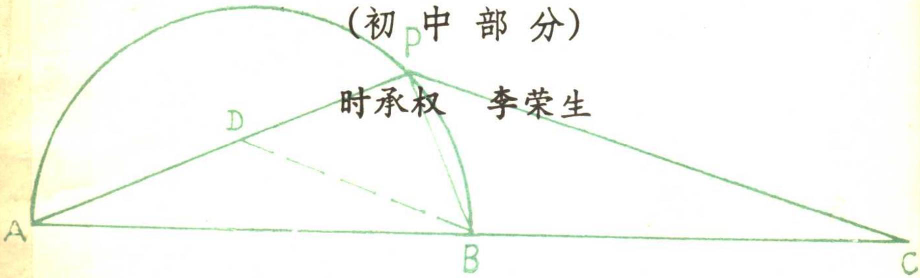
中学数学错解剖析

（初 中 部 分）



时承权　李荣生

黑龙江人民出版社

责任编辑：王瑞臣　金　兰
封面设计：丛　余

中学数学错解剖析

Zhongxue Shuxue Cuo jie Pouxi

时承权　李荣生

黑 龙 江 人 民 出 版 社 出 版
（哈尔滨市道里森林街42号）
黑龙江新华印刷厂印刷　　黑龙江省新华书店发行
开本787×1092毫米1/32·印张4·字数88,000
1984年4月第1版　　1984年4月第1次印刷
印数1— 70,100

统一书号：7093·882　　　　定价：0.35元

前

我们学习数学，在解题时难免发生错误。究其原因大体分为两类：一类是计算马虎；另一类是对基础知识的理解不准确。前一类，只要解题细心即可避免；后一类，则必须弄清发生错误的原因，才能改正。

本书所选的就是上述后一类的典型性错例。其中有的是编者在多年教学实践中积累起来的；有的是近几年升学或数学竞赛试卷中发现的；还有的是各种书刊中发生的。

大家知道，在学习中仅仅学正面知识是不够的。如果从反面选择一些典型错例加以分析，进行正反对比，形成鲜明印象，这样就可以防止发生类似错误，也可以从反面加深对知识的理解。通过对错例的剖析，使我们掌握正确的方法，提高解题的能力。可以说，运用错例是数学教学中不可缺少的重要手段之一。因此，提供典型的错例，分析原因，找出正确的解题方法，培养和提高我们的解题能力，这就是编写本书的目的。

本书只包括初中数学内容，供各类学校的初中教师和学生使用。也可供自学、补习初中文化知识的青年使用。

限于我们的水平，难免有错误之处，恳切地希望读者提出宝贵意见。

编　者

一九八三年八月

目　　录

一 关于根式和分数指数幂的错例

例 1 化简下列各式：

(1) $\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(2-a)^2}$；

(2) $\sqrt{(a+b)(a^2-b^2)}$；

(3) $\sqrt{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}$ $(0°\leqslant\alpha<180°)$；

(4) $\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ $(0°\leqslant\alpha<180°)$；

(5) $\sqrt{(\lg5-1)^2}$；

(6) $\sqrt{(\log_{\frac{1}{2}}2)^2}$；

(7) $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$。

错误解法：

(1) 原式 $=a-1+2-a=1$。

(2) 原式 $=\sqrt{(a+b)^2(a-b)}=(a+b)\sqrt{a-b}$。

(3) 原式 $=\sin\alpha+\cos\alpha$。

(4) 原式 $=\sqrt{\cos^2\alpha}=\cos\alpha$。

(5) 原式 $=\lg5-1$。

(6) 原式 $=\log_{\frac{1}{2}}2$。

(7) 原式 $=\sqrt{(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2}=\sqrt{2}-\sqrt{5}$。

错误分析：本例中的题目，都是算术根的化简问题。每一个算术根都必须是非负值。原解答中使有的算术根的结果等于负值，有的则正负不定。这都违背算术根的定义，所以

是错误的。

正确解法：

(1) 原式 $=|a-1|+|2-a|$

$$=\begin{cases}3-2a & (a<1\text{ 时});\\ 1 & (1\leqslant a\leqslant 2\text{ 时});\\ 2a-3 & (a>2\text{ 时}).\end{cases}$$

(2) 原式 $=\sqrt{(a+b)^2(a-b)}=|a+b|\sqrt{a-b}$.

(3) 原式 $=|\sin\alpha+\cos\alpha|$

$$=\begin{cases}\sin\alpha+\cos\alpha & (0^\circ\leqslant\alpha\leqslant 135^\circ\text{ 时});\\ -(\sin\alpha+\cos\alpha) & (135^\circ<\alpha<180^\circ\text{ 时}).\end{cases}$$

(4) 原式 $=\sqrt{\cos^2\alpha}=|\cos\alpha|$

$$=\begin{cases}\cos\alpha & (0^\circ\leqslant\alpha\leqslant 90^\circ\text{ 时});\\ -\cos\alpha & (90^\circ<\alpha<180^\circ\text{ 时}).\end{cases}$$

(5) 原式 $=|\lg 5-1|=1-\lg 5$.

(6) 原式 $=|\log_{\frac{1}{2}}2|=|-1|=1$.

(7) 原式 $=\sqrt{(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}$

$$=\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2}$$

$$=|\sqrt{2}-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-\sqrt{2}.$$

小结：按照算术根的定义："正数的正的方根叫做它的算术根，零的算术根是零"，可知算术根有两点要求：第一被开方数是非负数；第二算术根是非负数．如$\sqrt{a}$，既要求 $a\geqslant 0$，又要求$\sqrt{a}\geqslant 0$。对于$\sqrt{a^2}$有

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0);\\ -a & (a<0).\end{cases}$$

这里不能理解成 a^2 有两个算术平方根。实质上，每一个

非负数，只有唯一的一个算术平方根．即 a 是一个固定的实数时，$\sqrt{a^2}$ 只能等于 a 或 $-a$ 中的一个。这个式子不是对固定的 a，而是对所有实数 a 而言的。

我们遇到 $\sqrt{a^2}$ 时，最好先把它变形为 $|a|$，然后再判断 a 的正负．在题设条件下，a 的正负如果一定，那么最后得出固定的结果；a 的正负如果不定，那么就需要分别情况讨论．千万不要不管 a 的正负，简单地去掉绝对值的符号了事。

例 2　计算　$\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\cdot\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}$。

错误解法：

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= \sqrt[6]{(2-\sqrt{5})^2}\cdot\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}\\
&= \sqrt[6]{9-4\sqrt{5}}\cdot\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}\\
&= \sqrt[6]{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})}\\
&= \sqrt[6]{81-80} = 1.
\end{aligned}
$$

错误分析：原解中 $\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}=\sqrt[6]{(2-\sqrt{5})^2}$ 这一步变形是错误的。使用根式的基本性质 $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[np]{a^{mp}}$ 的条件是 $a\geqslant 0$。本题中的 $2-\sqrt{5}<0$，不符合此条件。这是在违背公式成立条件的情况下，乱套结论，所得出的错误结果。

正确解法：

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= -\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\cdot\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}\\
&= -\sqrt[6]{(\sqrt{5}-2)^2}\cdot\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}\\
&= -\sqrt[6]{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})}\\
&= -\sqrt[6]{81-80} = -1.
\end{aligned}
$$

例 3　求证：$1=-1$。（当然不可能成立）

错误证法：$1=\sqrt{1}=\sqrt{(-1)(-1)}=\sqrt{-1}\sqrt{-1}$

$$=(\sqrt{-1})^2=-1.$$

错误分析：错误解法中$\sqrt{(-1)(-1)}$以后各步都是错误的。这里共用了三条性质：

(1) $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ $(a\geqslant0,\ b\geqslant0)$；

(2) $a\cdot a=a^2$ (a是实数)；

(3) $(\sqrt{a})^2=a$ $(a\geqslant0)$。

它们成立都是有条件的，不符合条件，形式地套用结论，就导出这个荒谬的结论来。

小结：根式的性质和运算法则都是就算术根而言的，因此它们的成立都是有条件的．根式运算中的一些错误，都是由于违背这些条件，乱套结论而产生的。所以我们在使用这些公式时，一定要符合条件．现在把几个常用公式整理如下：

(1) $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ $(a\geqslant0)$；

(2) $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ $(a\geqslant0,\ b\geqslant0)$；

(3) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $(a\geqslant0,\ b>0)$；

(4) $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ $(a\geqslant0)$；

(5) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$ $(a\geqslant0)$。

例 4 化简下列各式：

(1) $\sqrt{a^{2n}}$； (2) $\sqrt{\dfrac{x^3}{y}}$；

(3) $\sqrt[4n]{a^n b^{2n} c^{3n}}$。

错误解法：

(1) 原式$=a^n$。

(2) 原式$=\sqrt{\dfrac{x^2x}{y}}=x\sqrt{\dfrac{x}{y}}=x\sqrt{\dfrac{xy}{y^2}}=\dfrac{x}{y}\sqrt{xy}$。

(3) 原式$=\sqrt[4n]{(ab^2c^3)^n}=\sqrt[4]{ab^2c^3}$。

错误分析：通用课本初中代数第三册第159页中指出："我们规定在本章内根式内的字母所取的值，凡不作特殊说明的都必须使被开方式取正值。"错误解法中，没有按照这个规定分析字母的取值范围，因而导致错误的结论。

(1) 中，原式$=\sqrt{(a^n)^2}$，故 a 可取正，也可取负。

(2) 中，x^3 与 y，即 x 与 y 同号。因此，

$$\sqrt{\frac{x^2\cdot x}{y}}=x\sqrt{\frac{x}{y}}\text{和}\sqrt{\frac{xy}{y^2}}=\frac{1}{y}\sqrt{xy}$$

都是错误的。不过这个题是错了两次，所以结果又对了。尽管它的结果是对的，由于中间过程是错误的，所以整个解答无效。我们不能用"误误得正"的办法来解题。

(3) 中，原式$=\sqrt[4n]{(ab^2c^3)^n}$，在 n 是偶数时，a、b、c 可取任意实数值；n 是奇数时，则必须有 a、c 同号。因此，直接得出$\sqrt[4]{ab^2c^3}$是错误的。

正确解法：

(1) 原式$=|a^n|$

$$=\begin{cases} a^n & (n\text{ 为偶数；或 }n\text{ 为奇数且 }a>0)；\\ -a^n & (n\text{ 为奇数，}a<0)。\end{cases}$$

(2) 原式$=\sqrt{\dfrac{x^3y}{y^2}}=\sqrt{\left(\dfrac{x}{y}\right)^2\cdot(xy)}=\left|\dfrac{x}{y}\right|\sqrt{xy}$

$$=\frac{x}{y}\sqrt{xy}。$$

(3) 原式$=\sqrt[4n]{(ab^2c^3)^n}$

$$=\begin{cases} \sqrt[4]{ab^2c^3} & (n\text{ 为奇数时})；\\ \sqrt[4]{|ac^3|\,b^2} & (n\text{ 为偶数时})。\end{cases}$$

例 5 计算$\sqrt{ab}\left(\sqrt{ab}-2\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{1}{ab}}\right)$

错误解法：

$$原式=\sqrt{ab}\cdot\sqrt{ab}-2\sqrt{ab}\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{ab}\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{ab}\sqrt{\frac{1}{ab}}$$

$$=\sqrt{(ab)^2}-2\sqrt{ab\cdot\frac{b}{a}}-\sqrt{ab\cdot\frac{a}{b}}+\sqrt{ab\cdot\frac{1}{ab}}$$

$$=ab-2\sqrt{b^2}-\sqrt{a^2}+1$$

$$=ab-2b-a+1.$$

错误分析： 由题意可知 a、b 同号，取 $a=-1$，$b=-1$，则原式$=1\times(1-2-1+1)=-1$，但是

$$ab-2b-a+1=1+2+1+1=5.$$

显然$-1\neq5$，原解答有误。

错误的原因是原解答只考虑了 a、b 同大于零的情况，忽略了 a、b 同小于零的情况。在 a、b 同小于零时，错误解法中的有些运算是错误的。

正确解法：

$$原式=\sqrt{(ab)^2}-2\sqrt{b^2}-\sqrt{a^2}+1$$

$$=ab-2|b|-|a|+1$$

$$=\begin{cases}ab-2b-a+1 & (a>0,b>0);\\ ab+2b+a+1 & (a<0,b<0).\end{cases}$$

小结： 准确判断根式下字母的取值范围，是正确进行根式运算的关键。所以在进行根式变形或运算时，首先要弄清每个字母的取值范围。必须满足“使被开方式取正值”的要求。判断字母取值的方法，是把被开方式分解成因式，然后把偶次幂因式与奇次幂因式分开考虑。对于偶次幂因式的底数，

它的底数中的字母可取任意非零实数；对于奇次幂因式，可根据同号两数相乘得正，异号二数相乘得负的法则，视具体情况而定。

如$\sqrt[6]{625a^4b^2}$中的a、b可取任意非零实数；$\sqrt[3]{\dfrac{8x^3y^6}{27a^6b^9}}$中的$a$、$y$可取不为零实数，$b$、$x$则必须同号；$\sqrt[3]{27ab^3c^5d^2}$中的$d$可取任意非零实数，$a$、$b$、$c$中，若有两个同号，第三者为正。

除上述规定外，还应该知道"在同一题目里，同一字母的取值范围相同"。如

$$\left(\frac{2}{3}x\sqrt{9x}+6\sqrt{\frac{y}{x}}\right)+\left(\sqrt{\frac{x}{y}}-x^2\sqrt{\frac{1}{x}}\right)$$

中，因为有$\sqrt{9x}$和$\sqrt{\dfrac{1}{x}}$，所以$x>0$，于是$\sqrt{\dfrac{x}{y}}$中的$x>0$，由此$y>0$。

在根式化简或运算过程中，为防止发生错误，可以先把正负不能确定的字母加上绝对值符号，在结果中再根据条件处理。

如$\sqrt[3]{x^4y}$中的x可取任意非零实数，而$y>0$，所以

$$\sqrt[3]{x^4y}=\sqrt[3]{|x|^4y}=\sqrt[3]{|x|^3|x|y}=|x|\sqrt[3]{|x|y}.$$

例 6 化简$\sqrt[4]{\left(\dfrac{16m^{-4}}{81n^4}\right)^3}$.

错误解法：

原式$=\sqrt[4]{\dfrac{2^{12}m^{-12}}{3^{12}n^{12}}}=\sqrt[4]{\dfrac{2^{12}}{3^{12}m^{12}n^{12}}}$

$=\sqrt[4]{\left(\dfrac{2^3}{3^3m^3n^3}\right)^4}=\dfrac{8}{27m^3n^3}$.

错误分析：由题意知，原式中m，n可取任意非零实数

值．当 m、n 异号时，$\dfrac{8}{27m^3n^3}$ 显然为负．一个算术根等于负数，当然是错误的．

错误原因就是忽略了 m、n 可取任意非零实数．

正确解法：

原式 $=\sqrt[4]{\dfrac{2^{12}}{3^{12}m^{12}n^{12}}}=\sqrt[4]{\dfrac{2^{12}}{3^{12}|mn|^{12}}}=\dfrac{8}{27|mn|^3}$．

例 7　已知 $x>0$，化简

$$\frac{\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}+\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}}{\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}-\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}}$$

错误解法：

$$原式=\frac{\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{|1-x|}+\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}}{\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{|1-x|}-\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}}$$

$$=\frac{(1+x)\sqrt{1-x^2}+|1-x|\sqrt{1-x^2}}{(1+x)\sqrt{1-x^2}-|1-x|\sqrt{1-x^2}}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & (0<x<1\text{ 时})；\\ x & (x>1\text{ 时})。\end{cases}$$

错误分析：取 $x=2>1$ 时，

$$原式=\frac{\sqrt{-3}+\sqrt{-\dfrac{1}{3}}}{\sqrt{-3}-\sqrt{-\dfrac{1}{3}}}$$

在实数范围内无意义。所以原解答有误。

错误原因在于没弄清楚字母 x 的取值范围。

正确解法：由题意，知

$$\frac{1+x}{1-x}>0\ (\text{或}\frac{1-x}{1+x}>0)。$$

由于 $x>0$，故 $1+x>0$，从而 $1-x>0$，即 $0<x<1$。

$$\text{原式}=\frac{(\sqrt{1+x})^2+(\sqrt{1-x})^2}{(\sqrt{1+x})^2-(\sqrt{1-x})^2}$$

$$=\frac{1+x+1-x}{1+x-1+x}$$

$$=\frac{2}{2x}=\frac{1}{x}。$$

例 8　解方程 $\sqrt{x+\sqrt{6x-9}}+\sqrt{x-\sqrt{6x-9}}=\sqrt{6}$。

错误解法：

$$\sqrt{x+\sqrt{6x-9}}$$

$$=\sqrt{\frac{2x+2\sqrt{6x-9}}{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{(\sqrt{2x-3})^2+2\sqrt{3(2x-3)}+(\sqrt{3})^2}{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{(\sqrt{2x-3}+\sqrt{3})^2}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2x-3}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{4x-6}+\sqrt{6}}{2}。\qquad ①$$

$$\sqrt{x-\sqrt{6x-9}}$$

$$=\sqrt{\frac{(\sqrt{2x-3}-\sqrt{3})^2}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}}{2}. \qquad ②$$

将①、②代入原方程，得

$$\frac{\sqrt{4x-6}+\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}.$$

即 $\sqrt{6}=\sqrt{6}$。

原方程是一个恒等式，所以它的根是任意实数。

错误分析：当取 $x=2$ 时，原方程左边 $=\sqrt{2}\neq\sqrt{6}$。显然解答有误。其原因是由于没有弄清楚字母的取值范围，形式地套用了公式的结论，从而导致错误的结果。如

$$\sqrt{(\sqrt{2x-3}-\sqrt{3})^2}=\sqrt{2x-3}-\sqrt{3},$$

必须在 $\sqrt{2x-3}\geqslant\sqrt{3}$ 的条件下才能成立。

正确解法：由题意知原式中字母的取值范围是：

$$\begin{cases} 6x-9\geqslant 0, \\ x+\sqrt{6x-9}\geqslant 0. \\ x-\sqrt{6x-9}\geqslant 0. \end{cases}$$

当 $6x-9\geqslant 0$，即 $x\geqslant\frac{3}{2}$，在此条件下，$x+\sqrt{6x-9}\geqslant 0$。将 $x\geqslant\sqrt{6x-9}$ 两边平方，得

$$x^2\geqslant 6x-9.$$

即 $x^2-6x+9\geqslant 0$，$(x-3)^2\geqslant 0$。

所以，原不等式组的解，也就是字母 x 的取值范围是 $x\geqslant\frac{3}{2}$。

当 $x\geqslant\frac{3}{2}$ 时，$\sqrt{x+\sqrt{6x-9}}=\frac{\sqrt{4x-6}+\sqrt{6}}{2}$。

$$\begin{aligned}&\sqrt{x-\sqrt{6x-9}}\\&=\sqrt{\frac{(\sqrt{2x-3}-\sqrt{3})^2}{2}}\\&=\frac{|\sqrt{2x-3}-\sqrt{3}|}{\sqrt{2}}\\&=\frac{|\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}|}{2}.\end{aligned}$$

原方程变为

$$\frac{\sqrt{4x-6}+\sqrt{6}}{2}-\frac{|\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}|}{2}=\sqrt{6}$$

即 $$\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}=|\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}|.$$

只有在$\sqrt{4x-6}-\sqrt{6}\geqslant 0$的条件下，上面的等式才能成立。解$\sqrt{4x-6}\geqslant\sqrt{6}$，得 $x\geqslant 3$。

所以原方程的解集为 $x\geqslant 3$。

例 9 计算$\sqrt[5]{\frac{x}{y}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}}$。

错误解法：

$$\sqrt[5]{\frac{x}{y}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}}=[x\cdot y^{-1}(y\cdot x^{-1})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{5}} \qquad ①$$

$$=(xy^{-1}\cdot y^{\frac{1}{4}}x^{-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{5}} \qquad ②$$

$$=(x^{\frac{3}{4}}\cdot y^{-\frac{3}{4}})^{\frac{1}{5}} \qquad ③$$

$$=x^{\frac{3}{20}}y^{-\frac{3}{20}}$$

$$=\sqrt[20]{\frac{x^3}{y^3}}$$

$$= \sqrt[20]{\frac{x^3y^{17}}{y^{20}}}$$

$$= \frac{1}{|y|}\sqrt[20]{x^3y^{17}}.$$

错误分析：错误解答中，①到②这步中的

$$(y\cdot x^{-1})^{\frac{1}{4}} = y^{\frac{1}{4}}x^{-\frac{1}{4}}$$

是错误的。因为由题意知 x、y 同号，所以 $y\cdot x^{-1}>0$。但是这并不能保证 $y>0$，$x>0$，所以写成 $y^{\frac{1}{4}}\cdot x^{-\frac{1}{4}}$就违背了分数指数幂的底取正值的规定。②到③也是同样的错误。这个结果的正确性也是靠"误误得正"的办法得到的。

正确解法：方法一　根据题意，x、y 同号。

$$原式 = (x\cdot y^{-1}|y|^{\frac{1}{4}}\cdot|x|^{-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{5}}$$

$$= |x|^{\frac{1}{5}}|y|^{-\frac{1}{5}}|y|^{\frac{1}{20}}|x|^{-\frac{1}{20}}$$

$$= |x|^{\frac{3}{20}}|y|^{-\frac{3}{20}}$$

$$= \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{20}}$$

$$= \sqrt[20]{\frac{x^3y^{17}}{y^{20}}}$$

$$= \frac{1}{|y|}\sqrt[20]{x^3y^{17}}.$$

方法二

$$原式 = \left[\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{5}}$$

$$= \left[\left(\frac{x}{y}\right)^{1-\frac{1}{4}}\right]^{\frac{1}{5}}$$

$$=\left[\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{1}{5}}$$

$$=\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{20}}$$

$$=\sqrt[20]{\left(\frac{x}{y}\right)^{3}}$$

$$=\sqrt[20]{\frac{x^3y^{17}}{y^{20}}}$$

$$=\frac{1}{|y|}\sqrt[20]{x^3y^{17}}.$$

方法三

原式 $=\sqrt[5]{\sqrt[4]{\frac{x^4}{y^4}\cdot\frac{y}{x}}}=\sqrt[20]{\frac{x^3}{y^3}}=\frac{1}{|y|}\sqrt[20]{x^3y^{17}}.$

小结：通用课本初中代数第三册中指出："当指数是分数时，如果没有特别说明，底数都表示正数。"我们在解有关分数指数幂的问题时，必须遵守这个规定。

特别是将根式化为分数指数幂时，要注意在原根式下每个字母的取值范围。为保证符合这个规定，一般有两种处理方法：一是将原式中凡是取值正负不定的字母因式添上绝对值符号，再化成分数指数幂。如

$$\sqrt[3]{x^2}=|x|^{\frac{2}{3}};\quad \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[5]{y^4}}=x^{\frac{1}{2}}\cdot|y|^{-\frac{4}{5}};$$

$$\sqrt[4]{a^{2n+1}b^{2n}}=a^{\frac{2n+1}{4}}|b|^{\frac{n}{2}};$$

二是将同号的字母因式始终保持在同一指数下面，这样由于同号二数相乘（或相除）得正，就保证了底数为正（如本例解法二、三）。