

· 趣味数学丛书 ·

趣味数学(二)

供小学 4—5 年级学生用

汪江松 主编

裴光亚 田宪生 编著

湖北人民出版社

前 言

华罗庚教授早在 1959 年《人民日报》上发表的《大哉数学之用》中就精彩地叙述过,“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁!”无处不用数学。因此,我们每个人从小都要学习数学,并且每个人也都想学好数学。

但是数学这门古老而又严肃的科学,有的人学起来饶有兴趣,有的人却不免感到头疼。

要学好数学,首先必须喜爱数学。兴趣是最好的动力。一本好书,循循善诱,引人入胜,常常对启发青少年学习数学的兴趣,激发他们对数学的爱好,关系极大。为此,我们特组织编写了这套《趣味数学丛书》。

本丛书试图以一种特别的,富有浪漫色彩的笔调,用古往今来的一些有趣的故事或游戏,向你介绍数学。其中不少精彩之处,读来令人拍案叫绝,读后还觉得回味无穷,令人陶醉。如果你能够品尝出个中之味,或很想多问几个为什么,甚至想探讨一个究竟,这就达到了作者的目的:“数学这一学科如此的严肃,我们应当千方百计地把它趣味化”(法国数学家帕斯卡语)。兴趣将激发你喜爱或更爱数学。

需要说明的是,对有些趣题或游戏,只要求你看懂,会操作就行。如果你一时尚不能探讨出个究竟,相信你通过以后的学习和钻研,将会明白其中的奥妙。

本丛书在编写过程中,收录了各类趣味数学资料中的一些有代表性的问题,在此,向有关作者、译者和出版单位表示衷心的感谢。

本册由裴光亚、田宪生执笔,全书由汪江松统稿、定稿。限于编者的水平,错误与不足在所难免,敬请广大读者赐教。

本册供小学 4—5 年级学生使用。

汪江松

1996 年夏于武昌

目 录

1. 猴子不懂运算律	[1]
2. 运算律的推广	[5]
3. 加法友谊赛	[10]
4. 有趣的希望数	[13]
5. 速算揭秘	[18]
6. 小张昊的秘密	[23]
7. 小马虎求平均数	[27]
8. 该不该用括号	[31]
9. 两种思路图	[34]
10. 哪种方法好	[37]
11. 把应用题画出来	[40]
12. 苏步青巧解难题	[48]
13. 究竟谁获胜	[51]
14. 书被拆破了吗	[54]
15. 农妇的困惑	[57]
16. 你会几种解法	[60]
17. 列方程解应用题问答	[64]
18. 趣题一组	[70]

19. 猜生日	[74]
20. 有趣的 1089	[76]
21. 不可行的调座方案	[80]
22. 风行美国的中国游戏	[84]
23. 算式谜	[88]
24. 武侠遇到的难题	[94]
25. 周期现象	[103]
26. 数数的技巧	[108]
27. 识别赝品的窍门	[113]
28. 为何一多一少	[116]
29. 谁用的铁丝长	[120]
30. 谁的解法最妙	[124]
31. “观察—思考”出窍门	[129]
32. 不用拼补法行吗	[134]
33. 剪剪拼拼	[138]
34. 图形的切拼	[144]
35. 你会数吗	[148]
36. “破缺”五边形给我们的启示	[153]
37. 旅游者的问题	[158]
38. 掰指头的启示	[162]

1 猴子不懂运算律

(一)

小明养了一只猴子。每天早晨，他给猴子 4 个栗子吃，它十分高兴地吃了。到了晚上，再给它 3 个，猴子就大吵大闹起来：“为什么晚上比早晨少了一个呢？”

小明没有更多的栗子，为了不让猴子吵闹，他改为早晨给 3 个，晚上给 4 个。

说也奇怪，猴子高兴了，因为它觉得每天晚上都比早晨吃到了更多的栗子。

事实上， $3+4=4+3$ ，小朋友们都知道，这是加法的交换律。但猴子不知道交换律，所以早 3 晚 4 和早 4 晚 3，才出现了不同的效果。

数学里除了交换律，还有结合律和分配律，这些运算律用字母表示如下：

加法交换律

$$a+b=b+a$$

加法结合律

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

乘法交换律

$$a\times b=b\times a$$

乘法结合律

$$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$$

乘法分配律

$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

我们在四年级学过了这些运算律，这些运算律经常被我

们使用，习以为常了，并不觉得有什么宝贵，就象我们一刻也离不开空气，并不觉得空气宝贵一样。

我们懂得运算律，猴子不懂，仅仅满足这一点是远远不够的。我们还要懂得运算律的宝贵，它是我们进行运算的有力武器，自觉地运用运算律，就会变得更加聪明。

比如有这样一道题： $1+2+3+4+\cdots+99+100$ 。意思是从1到100的所有自然数都加起来。

早在200多年前，德国有位名叫布特纳的老师，在三年级的数学课上就出了这道题。老师想，这道题虽然不难，但要花很长时间去做，自己可以休息一会了。出乎意料的是，不到一分钟，有位小朋友就算出来了，结果是5050！这位小朋友叫高斯（1777.4.30—1855.2.23），后来成为著名的数学家，被誉为“数学王子”。这则故事被传为佳话。要知道，这是其他小朋友要几十分钟才能得到的结果呀！小高斯的算法巧在哪里呢？

原来，小高斯把1和100结合在一起，2和99结合在一起，3和98结合在一起，一直到把50和51结合在一起，这样就变成了50个101相加，50个101相加不就是 101×50 吗？

上述过程显然不需要一一来做，一下子就可以想到最后的结果。巧在哪里？巧在高斯运用了加法的交换律和结合律。

加法和乘法都有交换律和结合律，这样，我们就可以改变运算的次序，使运算简单方便。

$$\begin{aligned}\text{例 1} \quad & 387+1243+123+457 \\ &= (387+123) + (1243+457) \\ &= 510+1700\end{aligned}$$

$$=2210$$

例 2 $0.125 \times 2.5 \times 5 \times 64$

$$=0.125 \times 2.5 \times 5 \times 8 \times 4 \times 2$$

$$= (0.125 \times 8) \times (2.5 \times 4) \times (5 \times 2)$$

$$=1 \times 10 \times 10$$

$$=100$$

运用交换律和结合律，就是要注意观察，把容易计算的数结合在一起。

练一练

计算下列各题

1. $7374 + 2547 + 2626 + 6753$

2. $176.2 + 348.3 + 424.7 + 252.5$

3. $4 \times 257 \times 25$

4. $38 \times 25 \times 6 \times 5 \times 22$

(二)

灵活地运用乘法分配律，更能产生计算简捷的效果。

例 3 132476×11

$$=132476 \times (10 + 1)$$

$$=1324760 + 132476$$

我们用竖式将这两数相加

$$\begin{array}{r} 1324760 \\ + 132476 \\ \hline 1457236 \end{array}$$

由此可见，乘 11，111，1111 等，可以直接列出竖式相加

$$\begin{aligned}\text{例 4} \quad & 0.6 \times 1.6 + 0.6 \times 26.4 \\ & = 0.6 \times (1.6 + 26.4) \\ & = 0.6 \times 28 \\ & = 16.8\end{aligned}$$

上述例 3 是分配律的基本应用，例 4 是分配律的逆用。再看一个较复杂的例子：

$$\begin{aligned}\text{例 5} \quad & 7.5 \times 45 + 17 \times 2.5 \\ & = 7.5 \times (28 + 17) + 17 \times 2.5 \\ & = 7.5 \times 28 + 7.5 \times 17 + 17 \times 2.5 \\ & = 3 \times 2.5 \times 4 \times 7 + 17 \times (7.5 + 2.5) \\ & = 210 + 170 \\ & = 380\end{aligned}$$

练一练

5. 105×24
6. $999 \times 999 + 999$
7. $293 + 0.416 \times 293 + 293 \times 8.584$
8. 30025×24

答 案

- | | | |
|-----------|-------------|------------|
| 1. 19300. | 2. 1201. 7. | 3. 25700. |
| 4. 627000 | 5. 2520. | 6. 999000. |
| 7. 2930. | 8. 720600. | |

2 运算律的推广

(一)

人的聪明在于不断地创新，当我们会用简便方法计算加法题和乘法题后，自然联想到对于减法题和除法题怎样才能算得快？

首先，我们来看一看上述运算律是否适合于减法和除法。很容易发现

$$1. (a-b) \times c = a \times c - b \times c$$

$$2. a-b \neq b-a, \text{ 但 } a-b-c = a-c-b$$

$$3. a \div b \neq b \div a, \text{ 但 } a \div b \div c = a \div c \div b$$

$$4. c \div (a+b) \neq c \div a + c \div b, \text{ 但 } (a+b) \div c = a \div c + b \div c$$

$$\begin{aligned} \text{例 1 } & 100+99-98-97+96+95-94-93+\cdots+8+7 \\ & -6-5+4+3-2-1 \\ & = (100-98) + (99-97) + (96-94) + (95-93) + \cdots + (8-6) + (7-5) + (4-2) + (3-1) \\ & = 50 \times 2 \\ & = 100 \end{aligned}$$

本例说明，计算一个加、减项数较多的算式，要从头到尾地琢磨一下，是否可以通过前后次序的交换，把某些数结合在一起算。

例 2 $692254 \div 23$

$$\begin{aligned}&= [690000 + (2300 - 46)] \div 23 \\&= 690000 \div 23 + 2300 \div 23 - 46 \div 23 \\&= 30000 + 100 - 2 \\&= 30098\end{aligned}$$

练一练

1. 11111×99999
2. $67966 \div 17$
3. $204 + 576 - 125 + 196 - 176 - 75$
4. $71 + 72 + 73 + \cdots + 100 - 70 - 71 - 72 - \cdots - 98$

(二)

上述可知，减法可以看成加法来运算，除法可以看成乘法来运算，这就是减法和除法的性质。除此之外，减法和除法还有哪些性质呢？

不妨来看一个简单的事实：

李老师说有 10 个练习本，给了小明 3 个和小红 4 个，问李老师说还有多少个练习本？

可以列出两种算式

$$10 - (4 + 3) \text{ 或者 } 10 - 4 - 3$$

这两种算式都对，即 $10 - (4 + 3) = 10 - 4 - 3$

由此我们可以得到如下性质：

1. 从一个数里减去两个数的和，可以从这个数里依次减去和里的各个数。

用字母表示 $a - (b + c) = a - b - c$

同样，还有

2. 一个数减去两个数的差，可以用这个数减去差里的被减数，再加上差里的减数。

用字母表示 $a - (b - c) = a - b + c$

上面是减法的运算性质，除法的运算性质有：

3. 一个数除以几个数的积，可以把这个数依次除以积里的各个因数。

用字母表示 $a \div (b \times c) = a \div b \div c$

4. 一个数除以两个数的商，可以先除以这个商的被除数，再乘以这个商的除数。

用字母表示 $a \div (b \div c) = a \div b \times c$

上面我们介绍了四条性质，李老师给两位同学练习本的例子就是对性质 1 的解释。小朋友，你能对其它四条性质也分别给出一种解释吗？试着解释一下，只有解释得清楚，才能对这些性质理解得透彻。

下面，我们就用上述性质来解减法题和除法题：

例 3 $3232 \div (32 \div 51)$

$32 \div 51$ ，不够除，如果按计算顺序计算是很麻烦的，四年级的知识还不够用呢，不妨考虑用上述性质 4

$$\begin{aligned} & 3232 \div (32 \div 51) \\ &= 3232 \div 32 \times 51 \\ &= 101 \times 51 \\ &= 5151 \end{aligned}$$

例 4 $10000 - 52 \times 58 - 48 \times 58$

先用性质 1，再用乘法分配律，我们有

$$\begin{aligned}
& 10000 - 52 \times 58 - 48 \times 58 \\
&= 10000 - (52 \times 58 + 48 \times 58) \\
&= 10000 - 58 \times (52 + 48) \\
&= 10000 - 5800 \\
&= 4200
\end{aligned}$$

例 5 $(64 \times 357 + 357 \times 36) \div (51 \times 7 \times 4)$

用乘法分配律和性质 3，可以这样做

$$\begin{aligned}
\text{原式} &= (64 + 36) \times 357 \div (357 \times 4) \\
&= 100 \times 357 \div 357 \div 4 \\
&= 100 \div 4 \\
&= 25
\end{aligned}$$

练一练

5. $8724 - 398 + 98$
6. $27.26 - (4.5 - 2.84)$
7. $121 - 68 - 85 + 53$
8. $179 \div (179 \div 3)$
9. $27000 \div 125$
10. $144 \div 156 \times 13$
11. $18180 \div (18 \times 4)$
12. $(81 \times 47 - 81 \times 7) \div 20 \div 27$
13. $9300 \div (72 - 68) \div 25$
14. $657 \times 132 \div (842 - 498 - 212)$

答 案

- | | |
|----------------|----------|
| 1. 1111088889. | 2. 3998. |
| 3. 600. | 4. 127. |
| 5. 8424. | 6. 25.6. |
| 7. 21. | 8. 3. |
| 9. 216. | 10. 12. |
| 11. 252.5. | 12. 6. |
| 13. 93. | 14. 657. |



3 加法友谊赛

在数学活动课上，田老师向同学们提出问题说：“请一位同学上来在黑板上任意写一个三位数。”于是王欢上来写了345。老师便说：“还请两位同学各写一个三位数，我再跟着写两个数，这五个数的总和肯定是2343。信不信由你。”于是若希和周远分别在黑板上写了532和756两个数。田老师似乎不加思索地写上了467和243。同学们把黑板上的五个数加起来，果然是2343。这是怎么回事呢？田老师不成了“未卜先知”吗？

观察右边的竖式，不难发现田老师的“秘诀”原来是这样的：

她把若希写的532，追加467，成999；又把周远的756，追加243，也成999。这样 $999+999=2000-2$ 。因此，她一开始就根据王欢的数字345，减去2，再加上2000，当然就成了2343。

3 4 5	(王 欢)
5 3 2	(若 希)
4 6 7	(田老师)
7 5 6	(周 远)
+ 2 4 3	(田老师)
2 3 4 3	

同样的道理，如果她等王欢的数字写出后，她想另请三个同学上黑板，她均追加成999，那么她可以将王欢的数字减去3，加上3000，就首先预报得数3342了。

受老师的启发，若希在班上开展了加法友谊赛。

他要每个同学心里任意想一个四位数，三个人一组，每

组把各人想的数摆出来，用加法求它的总和，看谁算得又快又准。于是，有两位同学走到黑板前面，要与若希比赛。

若希说：请你们先写吧！

第一位同学写： 2 4 6 8

第二位同学写： 4 5 0 3

若希同学写： + 5 4 9 6

1 2 4 6 7

若希写完四位数后，画一横线，立刻写上了 12467。即把第一个人写的 2468 减去 1，把这个 1 调到 2467 的前头，成为 12467。

其他两位同学花了一分钟才算出来，得数与若希算的一样。教室里响起了掌声。

邓磊同学不服输，冲到黑板前写了三个五位数：37942，93515，83465。

若希跟着写出了三个数：62057，16534，293513。并说最后一个数就是前五个数的和。

邓磊列成竖式，用了三分钟才算出来，答案也是 293513。教室里爆发出热烈的掌声。

你知道其中的奥妙吗？

原来若希这次是将邓磊写出的三个五位数的第一个和第三个分别追加到 99999：

$$\begin{array}{r} 37942 \\ + 62057 \\ \hline 99999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83465 \\ + 16534 \\ \hline 99999 \end{array}$$

而把第二个数 93515 的个位数减去 2，再将这个 2 移到左边，即 2 93513。

也就是

$$(37942+62057) + (83465+16534) \\ + 93515 = 293513$$

还没等邓磊走到座位，又冒出来了一个雷洪同学，他在黑板上急书三个数：

$$12345, 37, 246$$

并要求若希同学在半分钟之内完成配数和算出最后结果。

若希拍了拍脑袋，立即在 37 与 246 的下面依次写下 9962 与 9753。然后不慌不忙地写出：

五数的和为 32343.

原来他的算法是：

$$(37+9962) + (246+9753) + 12345 \\ = 9999 + 9999 + 12345 \\ = 20000 + 12345 - 2 \\ = 32343.$$

原来这种游戏并不要求各个加数的数位一定相同。

练一练

以四位同学为一组，进行一次“加法友谊赛”，注意所给加数不一定相同。