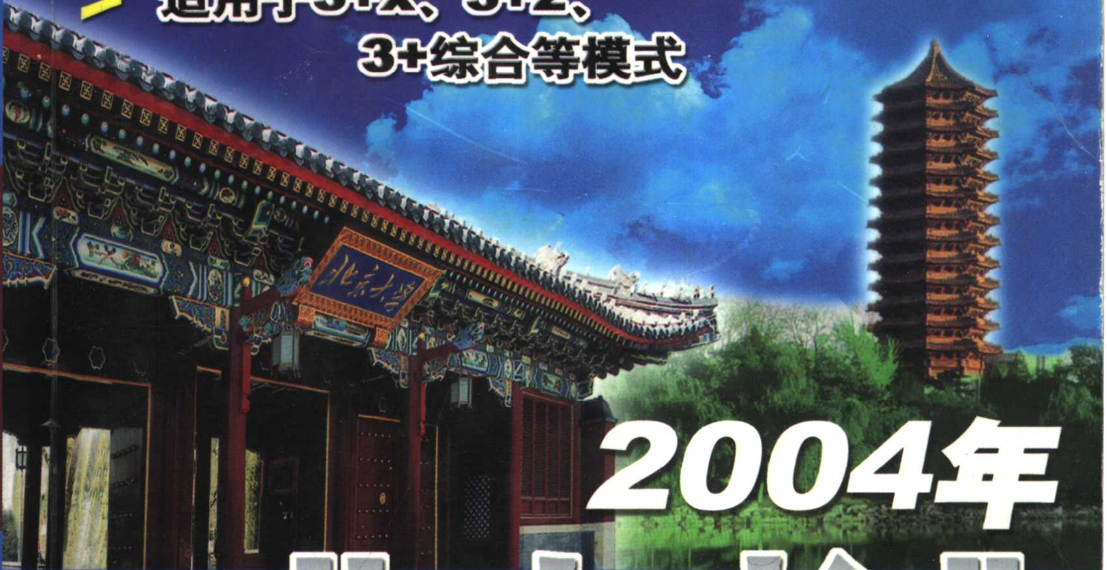
为中等水平以上考生报考中华名校而作

丛书主编：希 扬

> 适用于3+x、3+2、3+综合等模式



2004年
北大考典
数学

主编：源流

第二次修订版

北京大学出版社

高考名题、新题、动向题
分类发散思维训练

2004年

北大考典

数 学

(第二次修订版

源 流 主编
王慧英 副主编

北京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

北大考典·数学/源流主编. —北京:北京大学出版社,2001.8
ISBN 7-301-04976-5

Ⅰ.北… Ⅱ.源… Ⅲ.数学课-高中-试题-升学参考资料
Ⅳ.G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 027604 号

书　　名:2004 年北大考典·数学(第二次修订版)
著作责任者:源流　主编
责 任 编 辑:王国义
标 准 书 号:ISBN 7-301-04976-5/G·0651
出 版 发 行:北京大学出版社
地　　址:北京市海淀区中关村 北京大学校内　100871
网　　址:http://cbs.pku.edu.cn　电子信箱:zpup@pup.pku.edu.cn
电　　话:邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752017
排 印 者:世界知识印刷厂
经 销 者:新华书店
890 毫米×1240 毫米　A5 开本　16.875 印张　680 千字
2003 年 7 月第 3 版　2003 年 7 月第 1 次印刷
定　　价:21.00 元

《北大考典》丛书编委会

融《北大考典》精华　登中华名校殿堂

——《北大考典》(第二次修订版)序

希　扬　　源　流

《北大考典》经过长达数月的第二次精心修订,以其崭新的面貌与广大读者见面了。

《北大考典》出版两年来,以其独特的魅力,深受广大读者的喜爱,并已跻身教辅书精品的行列。

修订后的《北大考典》以最新的大纲、考纲为依据,与试验本(最新修改)教材同步,汇集了2002年高考及近年来的高考名题、新题与动向题,将其分类运用发散思维进行解题训练。它瞄准高考命题范围,传递高考信息,揭示高考规律,强化思维训练,是一部"准确、规范、快捷、高效",用最短的时间获取最佳复习效果的高考复习用书。

备战高考,本考典精选考题,以题为载体,以题引路,借题发挥。重在激活思维,打开思路,点拨解法,培养能力,提高整体素质。运用发散思维的科学方法,对本考典中精选的具有代表性和权威性的考题进行解题训练,使学生眼界开阔,提高综合应用、应变和实战能力。

本套丛书有如下显著特色:

一、新角度

本考典新在解题的角度,新在运用发散思维的科学方法进行解题训练。发散思维,即求异思维,它的最大特色是思维的多向性。这种思维方式,在解题时注重多思路、全方位、异途径、多方式;它对同一个问题,从不同方向、不同侧面、不同层次横向拓展,逆向深化,分解剖析,归纳整理。通过这样的解题训练,可激发学生思维的悟性,达到开启心扉、挖掘潜能、增强智慧、提高分析、解决实际问题的能力。

二、广范围

本考典涵盖多种模式的教材内容，它普遍适用于“3+X”、“3+2”、“3+综合”等多种高考模式。其例题典型新颖，精讲巧析，深入浅出，依纲扣本，内容丰富。它强化基础知识训练，突出重点，注重联系，揭示规律。

三、多层次

本考典分别以高考名题、新题、动向题等三种“高考模型题”分类展开发散思维训练。

名题，指知识含量高，具有典型价值的有代表性的试题，如高考的必考题、常考题、热点问题的考题等。

新题，指近年来高考新增加的加强应用意识的考题，以及新增加内容的有学科价值和应用功能的考题，如立意题、情境题、题型新的考题等。

动向题，指体现高考改革方向和命题趋势的考题，如遵循但不拘泥于教学大纲的发展题，在思维的“最近发展区”考查学生学习潜能的考题，以及在知识网络的交汇点配置的情境新颖的考题，等等。

四、严要求

本考典栏目的设计，体现出对训练的严格要求。

“高考重点要求”栏目，指明了主要的考试目标与能力目标；“知识网络示意”，指知识点、考点的知识结构系统化；“典型考题发散”，指按高考名题、新题、动向题的分类进行的发散思维训练；“能力素质训练”，是在一定数量基础题训练后增加适量的综合题、应用题、探究题，以提高考生的综合素质和分析问题、解决问题的能力。最后又精编了数套高考模拟试题供实战训练。

《北大考典》是一套高水平的应试考典。它在高考的最高点审视，从考点的最深处剖析，内容厚重，视野开阔，见解深刻，方法卓越；它架起了考生走向中华名校的桥梁，是中等及中等以上水平的考生报考中华名校的最佳选择。

龙腾四海，凤舞九天。

愿《北大考典》助你上中华名校！

2003年6月

目　录

第一篇　思维能力训练

第二篇 高考模拟试题

第一篇　思维能力训练

第一章　平面向量

高考重点要求

1. 理解向量的概念，掌握向量的几何表示，了解共线向量、零向量的概念.

2. 掌握向量的加法和减法的运算法则，会用三角形法则和平行四边形法则进行向量的加法运算，会用三角形法则进行向量的减法运算，掌握向量的运算律并能进行加、减法运算.

3. 掌握实数与向量的数量积，理解两个向量共线的充要条件.

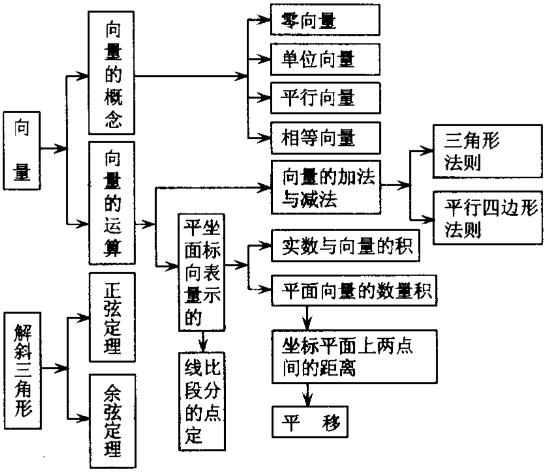
4. 了解平面向量基本定理，会将平面向量用两个非共线向量表示. 理解平面向量的坐标概念，掌握平面向量的坐标运算.

5. 掌握平面向量的数量积及几何意义，会求两个向量的数量积、夹角、模等. 理解向量垂直的充要条件，会用向量数量积的运算判断或证明向量的垂直.

6. 掌握平面两点间的距离公式，以及线段的定比分点和中点坐标公式，并能熟练运用，掌握平移公式.

7. 熟练掌握余弦定理、正弦定理，以及利用这两个定理解斜三角形，并能解决一些简单的实际问题.

知识网络示意



知识点、重点、难点

本章共有 11 个知识点：向量、向量的加法与减法、实数与向量的积、平面向量的坐标表示、线段的定比分点、平面向量的数量积、平面两点间的距离、平移、正弦定理、余弦定理、利用正弦、余弦定理、解斜三角形.

本章是以上述主要内容展开进行发散思维训练. 向量具有“形”与“数”的双重特点，向量是“形”与“数”的有机结合体，“数”和“形”是数学中最基本的也是很重要的两个概念，它们具有相对独立的性质和表现形式. “数”可借助于“形”表示，“形”也可以用“数”来表达它的内涵. 借助转化思维方法，促进“数”与“形”相结合，从而促进由繁到简，由难到易，由未知到已知的转化，达到提高考生的空间想象能力、思维能力和分析、解决实际问题能力的目的.

本章重点是理解向量加法、减法和数乘向量的坐标运算法则，掌握向量的数量积及其坐标运算法则，正弦定理、余弦定理及其应用. 难点是向量平移，有时一个图形的函数解析式比较复杂，但通过图形平移后，函数解析式由繁变简，化难为易，使问题迎刃而解.

典型考题发散

1.1 向量及其运算

(一) 名题发散

【名题 1】 (2000 年全国高考天津、江西试题)

设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是任意的非零平面向量,且它们相互不共线,下列命题

① $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}-(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=0$;

② $|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$;

③ $(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}-(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}$ 不与 $\boldsymbol{c}$ 垂直;

④ $(3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=9|\boldsymbol{a}|^2-4|\boldsymbol{b}|^2$.

其中正确的有( ).

A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②④

解 ②正确,因 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不共线,在 $|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 中不能取等号;④正确是明显的. ①错误,因向量的数量积不满足结合律;③错误,因 $[(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}-(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}]\cdot\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})-(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})=0$,则 $(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}-(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 垂直. 故本题应选 D.

【名题 2】 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x+3,x-3y-4)$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 相等,若 $A(1,2)$,$B(3,2)$,求 x,y.

解 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(3,2)-(1,2)=(2,0)$,

$\because$ $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}$ 得 $\begin{cases}x+3=2,\\x-3y-4=0.\end{cases}$ 故 $x=-1$,$y=-\dfrac{5}{3}$.

▲警示误区

错解 由 $a=\overrightarrow{AB}$ 得 $\begin{cases}x+3=3,\\x-3y-4=2.\end{cases}$

故 $x=0$,$y=-2$.

辨析 错在 $\overrightarrow{AB}$ 的起点不是原点,故点 B 的坐标并不是向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标.

点评 解平面向量的有关问题应尽可能画出图形,辨清几何图形中各有关线段的关系、作用,哪些是相等的,哪些是平行的. 对于平面向量的坐标运算,应从几何意义上的角度认识向量的运算法则,从而加深对问题的理解.

【题型发散】

发散 1 选择题

(1) (2002 年上海市高考试题)

若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为任意向量,$m\in\boldsymbol{R}$,则下列等式不一定成立的是( ).

A. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$

C. $m(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=m\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}$　　D. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

分析　用直接法.

解　平面向量的数量积不满足结合律,故本题应选D.

(2) 设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$为两个非零向量,且$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$,$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$,则以下命题中与$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$等价的个数有(　　).

① $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$　　② $x_1x_2+y_1y_2=0$

③ $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$　　④ $\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2$

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

分析　直接推算法.

解　①和②显然成立,下面证明③和④:

对于③,$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2\Leftrightarrow(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2$

$\Leftrightarrow\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,∴ ③式成立;

对于④,$\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2\Leftrightarrow\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.故应选D.

发散2　填空题

(1) 已知:$A(2,3)$,$B(1,4)$,且$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(\sin\alpha,\cos\beta)$,$\alpha,\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,则$\alpha+\beta=$________.

解　由题意,$\overrightarrow{AB}=(-1,1)$,$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$,故$\sin\alpha=-\frac{1}{2}$,$\cos\beta=\frac{1}{2}$,又∵ $\alpha,\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,

∴ $\alpha=-\frac{\pi}{6}$,$\beta=\pm\frac{\pi}{3}$,

∴ $\alpha+\beta=\frac{\pi}{6}$或$-\frac{\pi}{2}$.

(2) 已知A,B,C是坐标平面上的三点,其坐标分别为$A(1,2)$,$B(4,1)$,$C(0,-1)$,则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$________,$\angle ACB=$________,$\triangle ABC$的形状是________三角形.

分析　本题是从计算角的大小来判断三角形的形状.

解　$\overrightarrow{AB}=(3,-1)$,$\overrightarrow{AC}=(-1,-3)$,

∵ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3\times(-1)+(-1)\times(-3)=0$,

∴ $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$.

∵ $\tan\angle ACB=\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=1$,

∴ $\angle ACB=45°$.

故$\triangle ABC$是等腰直角三角形,$\angle A=90°$.

【纵横发散】

发散 1　平面四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{d}$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}\cdot\boldsymbol{a}$，问该四边形 $ABCD$ 是什么图形？

分析　本题由封闭图形的向量和为零向量入手解题，这是解这类题的一般方法.

解　$\because\ \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=0$，

$\therefore\ \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=-(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})$，

$\therefore\ (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})^2$.

故 $\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=\boldsymbol{c}^2+2\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d}+\boldsymbol{d}^2$.

$\because\ \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d}$，$\therefore\ |\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{c}|^2+|\boldsymbol{d}|^2$.

同理可得：$|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{d}|^2=|\boldsymbol{b}|^2+|\boldsymbol{c}|^2$，

两式相减，得 $|\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{d}|^2$，$|\boldsymbol{a}|^2=|\boldsymbol{c}|^2$.

即 $|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{d}|$，$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{c}|$.

故该四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

又 $\because\ \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$，即 $\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})=0$，

而 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{c}$，$\therefore\ \boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a})=0$.

故 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$. 该四边形为矩形.

发散 2　已知 $ABCD$ 是正方形，$BE /\!/ AC$，$AC=CE$，EC 的延长线交 BA 的延长线于 F，

求证：$AF=AE$.

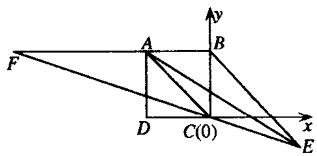


图　1-1

分析　如果建立直角坐标系，要证明 $|\overrightarrow{AF}|=|\overrightarrow{AE}|$，只需求到 E，F 点的坐标.

证明　以正方形 $ABCD$ 的边 CD 所在直线为 x 轴，以 C 点为原点建立直角坐标系. 设正方形的边长为 1，则 A，B 的坐标分别为 $(-1,1)$ 和 $(0,1)$；若 E 点的坐标为 (x,y)，则 $\overrightarrow{BE}=(x,y-1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,-1)$.

$\because\ \overrightarrow{BE} /\!/ \overrightarrow{AC}$，

$\therefore\ x\cdot(-1)-1\cdot(y-1)=0.$　①

又 $\because\ |\overrightarrow{CE}|=|\overrightarrow{AC}|$，

$\therefore\ x^2+y^2=2.$　②

解①,②得 E 点的坐标为$\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2},\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$.

如果 F 点的坐标为$(x',1)$,由$\overrightarrow{CF}=(x',1)$和$\overrightarrow{CE}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2},\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$共线得$\frac{1-\sqrt{3}}{2}x'-\frac{1+\sqrt{3}}{2}=0$,

$x'=-(2+\sqrt{3})$.即点 F 的坐标为$(-2-\sqrt{3},1)$.

$\because$ $\overrightarrow{AF}=(-1-\sqrt{3},0)$,　$\overrightarrow{AE}=\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2},\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)$,

$\therefore$ $|\overrightarrow{AF}|=1+\sqrt{3}=|\overrightarrow{AE}|$,即 $AF=AE$.

发散 3　如图 1-2,在$\triangle OAB$ 中,AB 上有一点 P(点 P 不与点 A,B 重合),设$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$($x\neq 0,y\neq 0,x,y\in\boldsymbol{R}$).

求证　$x+y=1$,且$\overrightarrow{AP}=\frac{y}{x}\overrightarrow{PB}$.

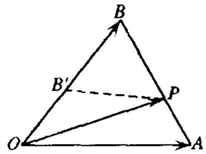


图　1-2

分析　本题利用平面几何比例线段的有关定理及向量的减法运算将一个向量分解.

证　过 P 作 OA 的平行线 PB' 交 OB 于 B',设$\frac{|\overrightarrow{B'P}|}{|\overrightarrow{OA}|}=x>0$,$\frac{|\overrightarrow{OB'}|}{|\overrightarrow{OB}|}=y>0$,则

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{B'P}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB},$$

而
$$x=\frac{|\overrightarrow{B'P}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\frac{|\overrightarrow{B'B}|}{|\overrightarrow{OB}|}=\frac{|\overrightarrow{OB}|-|\overrightarrow{OB'}|}{|\overrightarrow{OB}|}=1-y,$$

$\therefore$ $x=1-y$,即 $x+y=1$.

$\because$ $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=(x-1)\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}$,

$\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{b}-(x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b})=(1-y)\boldsymbol{b}-x\boldsymbol{a}$,

$\because$ $x=1-y$,$x-1=-y$,

$\therefore$ $\overrightarrow{AP}=y(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$,$\overrightarrow{PB}=x(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$,

$\therefore$ $\overrightarrow{AP}=\frac{y}{x}\overrightarrow{PB}$.

【转化发散】

发散 1　已知 $ABCD$ 为矩形,且 $AD=2AB$,又$\triangle ADE$ 为等腰直角三角形,F 为 ED 的中点,$\overrightarrow{EA}=\boldsymbol{e}_1$,$\overrightarrow{EF}=\boldsymbol{e}_2$,以 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 为基底,试表示向量$\overrightarrow{AF}$,$\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$及$\overrightarrow{BD}$.

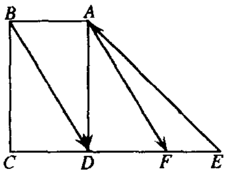


图　1-3

解　如图 1-3 所示.

$\because$ $\overrightarrow{EA}=\boldsymbol{e}_1$,$\overrightarrow{EF}=\boldsymbol{e}_2$,$\therefore$ $\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$.

依题意有：$AD=2AB=DE$，且 F 为 DE' 中点，

∴ 四边形 $ABDF$ 为平行四边形.

∴ $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$，

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{e}_2$，

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2=2\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$.

故向量 $\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{e}_2$，$\overrightarrow{AD}=2\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_1$ 为所求.

点评 本题借助平面几何中的等价关系转化为向量中的有关知识进行求解.

发散 2 已知点 $A(-1,2)$，$B(2,8)$ 及 $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{DA}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，求 C，D 的坐标.

分析 本题将两个向量之间的等量关系转化为它们坐标之间的等量关系，最后通过解方程求出 C，D 的坐标.

解 设 C，D 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2).

由题意可得

$\overrightarrow{DA}=(-1-x_2,2-y_2)$，$\overrightarrow{BA}=(-3,-6)$，$\overrightarrow{AC}=(x_1+1,y_1-2)$，$\overrightarrow{AB}=(3,6)$.

∵ $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，∴ $(x_1+1,y_1-2)=\frac{1}{3}(3,6)$.

又∵ $\overrightarrow{DA}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，∴ $(-1-x_2,2-y_2)=-\frac{1}{3}(-3,-6)$.

∴ $\begin{cases}x_1+1=1,\\ y_1-2=2,\end{cases}$ 和 $\begin{cases}-1-x_2=1,\\ 2-y_2=2.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x_1=0,\\ y_1=4,\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x_2=-2,\\ y_2=0.\end{cases}$

故 C，D 的坐标分别为 $(0,4)$ 和 $(-2,0)$.

（二）新题发散

【新题 1】（2001 年天津市高考模拟试题）

若向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$，$\boldsymbol{c}=(-1,2)$，则 $\boldsymbol{c}$ 等于（　　）.

A. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{3}{2}\boldsymbol{b}$　　　B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}$

C. $\frac{3}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　　D. $-\frac{3}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

分析 用直接推算法.

解 设 $\boldsymbol{c}=m\boldsymbol{a}+n\boldsymbol{b}$，则

$$(-1,2)=m(1,1)+n(1,-1)=(m+n,m-n),$$