

天利 38 套
开卷全国教辅畅销书排行榜前列

天利 高考活页试题

全国名校联考试卷 第4辑·关门卷

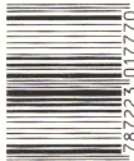
- 语文.....4.80元 ■ 数学（文理合卷）.....4.80元
- 英语.....4.80元（另配磁带1盒：7.00元）
- 英语.....4.80元（不含听力）
- 文科综合.....4.80元 ■ 理科综合.....4.80元

读天利书 圆名校梦

媒体推荐

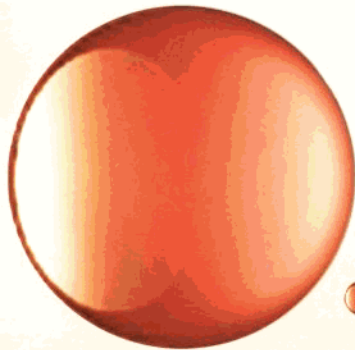
搜狐教育 Learning.sohu.com
新浪教育 edu.sina.com.cn
腾讯教育 edu.qq.com
网易教育 education.163.com
天利考试 WWW.TL100.COM

ISBN 7-223-01777-5



9 787223 017770 >

定价：28.80元



天利 高考活页试题

全国名校联考试卷

第4辑 关门卷

北京西城区 / 海淀区
江苏南通 / 黄冈
江西南昌 / 七校 / 山东
辽宁五校 / 东北四市 / 杭州
成都 / 福建 / 昆明 / 广州
石家庄 / 云南 / 四川 / 重庆

5月押题

数学
(文理通用)

图书在版编目(CIP)数据

天利高考活页试题/北京天利考试信息网编.

—拉萨:西藏人民出版社,2005.5

ISBN 7-223-01777-5

I.天… II.北… III.课程—高中—试题—升学参考资料

IV. G632.479

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第118330号

目 录

1. 北京市西城区 2005 年高三抽样测试
2. 南京市 2005 年高三第一次质量检测
3. 杭州市 2005 年高三年级第一次教学质量检测
4. 四川省 2005 年高考适应性考试
5. 贵阳市 2005 年高三适应性考试(一)
6. 昆明市 2005 年高三教学质量检测

数学参考答案及解题提示

数 学

◆ 北京天利考试信息网 编审
全国学习科学研究会考试研究中心

第4辑 关门卷



全国教辅畅销书排行榜前列

读天利书 圆名校梦

更多高考信息:—

www.TL100.com

天利高考活页试题

——全国名校联考试卷·第4辑

作者 北京天利考试信息网

责任编辑 张玉平 王汉深

封面设计 谭仲秋

出版社 西藏人民出版社

地址 拉萨市林廓北路20号 邮政编码 850000

北京发行部:北京市东土城路8号林达大厦A座13层

电话:010-64466482,64466473,51655511-858

印刷 天津市凯旭印刷有限公司

经销 全国新华书店

开本 16开(787×1092) 字数 510千

印数 10000 张 24

版次 2005年5月第1版第1次印刷

标准书号 ISBN 7-223-01777-5/G·758

定价 28.80元

西藏人民出版社

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题 共 40 分)

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$

一、选择题 本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

1. (文)在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 3, a_3 = 24$, 则公比 q 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

(理)与直线 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 垂直的直线的倾斜角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

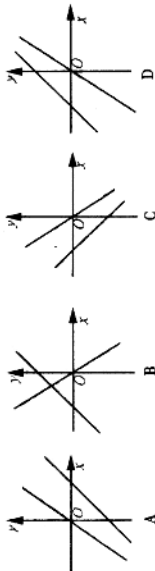
2. 函数 $y = 2^x (x > 0)$ 的反函数是 ()

- A. $y = \log_2 x (x > 0)$ B. $y = \log_3 x (x > 1)$
C. $y = \log_2 x (x > 0)$ D. $y = \log_3 x (x > 1)$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 15^\circ$, 则 $\sqrt{3}\sin A - \cos(B+C)$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

4. (文)方程 $y = kx$ 与 $y = x + k$ 的曲线可能是下列图形中的 ()



- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

5. 已知 m, n 为非零实数, 则“ $\frac{n}{m} > 1$ ”是“ $\frac{m}{n} < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. (文)下列命题中正确的是

- A. 若直线 $l \parallel$ 平面 M , 则直线 l 的垂线必平行于平面 M
B. 若直线 l 与平面 M 相交, 则有且只有一个平面经过 l 与平面 M 垂直
C. 若直线 $a, b \subset$ 平面 M, a, b 相交, 且直线 $l \perp a, l \perp b$, 则 $l \perp M$
D. 若直线 $a \parallel$ 平面 M , 直线 $b \perp a$, 则 $b \perp M$

(理)设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ y \leq 2x, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. (文)同 6(理)

(理)某商场宣传在节假日对顾客购物实行一定的优惠, 商场规定:

- ①如一次购物不超过 200 元, 不予以折扣;
②如一次购物超过 200 元但不超过 500 元, 按标价给予九折优惠;
③如一次购物超过 500 元, 其中 500 元给予九折优惠, 超过 500 元的部分给予八五折优惠;
某人两次去购物, 分别付款 176 元和 432 元, 如果他只去一次购买同样的商品, 则应付款 ()

- A. 608 元 B. 574.1 元 C. 582.6 元 D. 456.8 元

8. (文)同 7(理)

(理)已知四个命题:

- ①若直线 $l \parallel$ 平面 α , 则直线 l 的垂线必平行于平面 α ;
②若直线 l 与平面 α 相交, 则有且只有一个平面经过 l 与平面 α 垂直;
③若一个三棱锥每个相邻侧面所成的角都相等, 则这个三棱锥是正三棱锥;
④若四棱柱的任意两条对角线都相交且互相平分, 则这个四棱柱为平行六面体.
其中正确的命题是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

第 II 卷(非选择题 共 110 分)

二、填空题 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分, 把答案填在题中横线上

9. (文)函数 $y = \sqrt{\lg x - 2}$ 的定义域是 _____.
(理)复数 $\frac{(1-i)(1+i)}{i}$ 在复平面中所对应的点到原点的距离是 _____.

10. (文)设集合 $A = \{(x, y) | x = a, a \in \mathbf{R}\}, B = \{(x, y) | \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a

的取值范围是_____。
(理)已知二面角 $M-l-N$ 的平面角是 60° , 直线 $a \perp M$, 则直线 a 与平面 N 所成角的大小为_____。

11.(文)同 9(理)

(理)在 $(1-x^2)^n$ 的展开中 x^2 的系数是_____, 如果展开式中第 $4r$ 项和第 $r+2$ 项的二项式系数相等, 则 r 等于_____。

12.(文)同 11(理)

(理)已知向量 $\vec{OA} = (-3, -1)$, $\vec{OB} = (2, 3)$, $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$, 则向量 $\vec{OC}$ 的坐标是_____, 将向量 $\vec{OC}$ 按逆时针方向旋转 90° 得到向量 $\vec{OD}$, 则向量 $\vec{OD}$ 的坐标是_____。

13.(文)同 12(理)

(理)双曲线 $C: y^2 - x^2 = m (m > 0)$ 的离心率为_____, 若直线 $x - y - 1 = 0$ 与双曲线 C 的交点在以原点为中心, 边长为 4 且各边分别平行于两坐标轴的正方形内, 则实数 m 的取值范围是_____。

14.(文)同 13(理)

(理)函数 $y = f(x)$ 是定义在无限集合 D 上的函数, 并且满足对于任意的 $x \in D$, $f_1(x) = f(x)$, $f_2(x) = f[f_1(x)]$, $\dots$, $f_n(x) = f[f_{n-1}(x)]$, $(n \geq 2, n \in \mathbb{N})$ 。

①若 $y = f(x) = \frac{1+x}{1-3x}$, 则 $f_n(1) =$ _____;
②试写出满足下面条件的一个函数 $y = f(x)$: 存在 $x_0 \in D$, 使得由 $f_1(x_0), f_2(x_0), \dots, f_n(x_0), \dots$ 组成的集合有且仅有两个元素, 这样的函数可以是 $f(x) =$ _____。
(只需写出一个满足条件的函数)

三、解答题 本大题 6 小题, 共 80 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

15.(本小题满分 13 分)

(文)在三角形 ABC 中, A, B, C 为三个内角, $f(B) = 4\sin B \sin^2 \frac{B}{2} + \sin 2B + 1$,

(I)若 $f(B) = 2$, 求角 B ;

(II)若 $f(B) - m < 2$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围。

(理)在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 为三个内角, $f(B) = 4\sin B \cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{B}{2}) + \cos 2B$ 。

(I)若 $f(B) = 2$, 求角 B ;

(II)若 $f(B) - m < 2$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围。

16.(文)(本小题满分 12 分)

在学校的科技活动中, 有六件科技作品在展台上排成一排展出。

(I)求作品甲不在两端的概率;

(II)求作品甲、乙相邻的概率。

(理)(本小题满分 13 分)

从 6 名男同学和 4 名女同学中随机选出 3 名同学参加一项竞技测试, 每位同学通过测试的概率为 0.7, 试求:

(I)选出的三位同学中至少有一名女同学的概率;

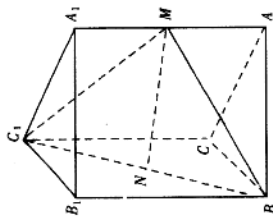
(II)选出的三位同学中同学甲被选中并且通过测试的概率;

(III)设选出的三位同学中男同学的人数为 ξ , 求 ξ 的概率分布和数学期望。

17. (本小题满分 14 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = BC = 2$, $AA_1 = 2\sqrt{2}$, $\angle ACB = 90^\circ$, M 是 AA_1 的中点, N 是 BC_1 中点.

- (I) 求证: $MN \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$;
 (II) (文) 求二面角 $B - C_1M - A$ 的大小.
 (理) 求点 C_1 到平面 BMC 的距离.
 (III) (理) 同 (II) (文)

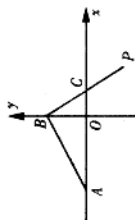


18. (本小题满分 14 分)

(文) 如图, 已知 $A(-4, 0)$, B, C 两点分别在 y 轴和 x 轴上运动, 并且满足 $\vec{AB} \cdot \vec{BP} = 0$, $\vec{BC} = \vec{CP}$.

(I) 求动点 P 的轨迹方程;

(II) 设过点 A 的直线与点 P 的轨迹交于 E, F 两点, $A'(4, 0)$, 求直线 $A'E, A'F$ 的斜率之和.

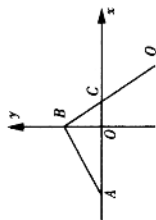


(理) 如图, 已知 $A(-3p, 0)$ ($p > 0$), B, C 两点分别在 y 轴和 x 轴上运动, 并且满足

$$\vec{AB} \cdot \vec{BQ} = 0, \vec{BC} = \frac{1}{2} \vec{CQ}.$$

(I) 求动点 Q 的轨迹方程;

(II) 设过点 A 的直线与点 Q 的轨迹交于 E, F 两点, $A'(3p, 0)$, 求直线 $A'E, A'F$ 的斜率之和.



19. (文) (本小题满分 14 分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_0 = 12$, $S_n = \frac{a_1}{2}(n^2 + n) (n \in \mathbf{N}^+)$.

(I) 求 a_1 及数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;

(II) 计算 $a_1 - a_2 + a_3 - \cdots + (-1)^{n+1} a_n$;

(III) 求证: $\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \cdots + \frac{1}{a_n^2} < \frac{1}{2}$.

(理) (本小题满分 13 分)

设函数 $y = f(x) = x(x-a)(x-b)(a, b \in \mathbf{R})$

(I) 若 $a \neq b$, $ab \neq 0$, 过两点 $(0, 0)$, $(a, 0)$ 的中点作与 x 轴垂直的直线, 此直线与函数

$y = f(x)$ 的图像交于点 $P(x_0, f(x_0))$. 求证: 函数 $y = f(x)$ 在点 P 处的切线过点 $(b, 0)$;

(II) 若 $a = b (a \neq 0)$, 且当 $x \in [0, |a| + 1]$ 时 $f(x) < 2a^2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 13 分)

(文) 同 19(理)

(理) x 轴上有一列点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$, 已知当 $n \geq 2$ 时, 点 P_n 是把线段 $P_{n-1}P_{n+1}$ 作 n 等分的分点中最靠近 P_{n+1} 的点, 设线段 $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{n-1}P_n$ 的长度分别为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 其中 $a_1 = 1$.

(I) 写出 a_2, a_3 和 $a_n (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^+)$ 的表达式;

(II) 证明: $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n < 3 (n \in \mathbf{N}^+)$;

(III) 设点 $M_n(n, a_n) (n > 2, n \in \mathbf{N}^+)$, 在这些点中是否存在两个点同时在函数 $y = \frac{k}{(x-1)^2}$ ($k > 0$) 的图像上, 如果存在, 请求出点的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分. 考试用时 120 分钟.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P ,那么

n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

其中 R 表示球的半径

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

正棱锥、圆锥的侧面积公式

$$S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} cl$$

其中 c 表示底面周长, l 表示斜高或母线长

球的体积公式

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

一、选择题 本大题共 12 小题;每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的

1. 函数 $y = \frac{1}{x-2} (x \neq 2)$ 的反函数是

A. $y = \frac{1}{x} + 2 (x \neq 0)$

C. $y = \frac{1}{x} - 2 (x \neq 0)$

2. 直线 l_1, l_2 互相平行的一个充分条件是

A. l_1, l_2 都平行于同一个平面

C. l_1 平行于 l_2 所在的平面

3. 若点 $A(x, y)$ 是 300° 角终边上异于原点的一点,则 $\frac{y}{x}$ 的值为

A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. $(x^2 - \frac{2}{x})^3$ 的展开式的常数项为

A. 6 B. -6 C. 12 D. -12

5. 与直线 $3x + 4y + 5 = 0$ 的方向向量共线的一个单位向量是

A. $(3, 4)$

C. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

6. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$, 则函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值是

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和为 S_n . 若 $S_3 = 7, S_6 = 63$, 则公比 q 的值是

A. 2 B. -2 C. 3 D. -3

8. 若 $P(2, -1)$ 为圆 $\begin{cases} x = 1 + 5\cos\theta \\ y = 5\sin\theta \end{cases} (0 \leq \theta < 2\pi)$ 的弦的中点, 则该弦所在直线的方程是

A. $x - y - 3 = 0$

C. $x + y - 1 = 0$

9. 已知双曲线的中心在坐标原点, 离心率 $e = 2$, 且它的一个顶点与抛物线 $y^2 = -8x$ 的焦点重合, 则此双曲线的方程为

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

C. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

10. 5 人站成一排, 甲、乙两人之间恰有 1 人的不同站法的种数

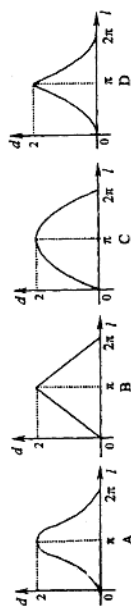
A. 18 B. 24

11. 设正数 x, y 满足 $\log_2(x+y+3) = \log_2 x + \log_2 y$, 则 $x+y$ 的取值范围是

A. $(0, 6]$

C. $[1 + \sqrt{7}, +\infty)$

12. 如图, 设点 A 是单位圆上的一定点, 动点 P 从点 A 出发在圆上按逆时针方向旋转一周, 点 P 所旋转过的弧 $\widehat{AP}$ 的长为 l , 弦 AP 的长为 d , 则函数 $d = f(l)$ 的图像大致是

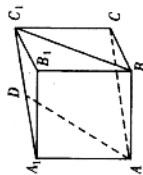


第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题 本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分. 把答案填在题中横线上

13. 函数 $y = \cos^2 x + \sin x \cos x$ 的最小正周期是

14. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = AA_1 = 2$, 点 D 是 A_1C_1 的中点, 则异面直线 AD 和 BC_1 所成角的大小为 _____.



15. 函数 $y = \sqrt{\log_a(x-2)}$ ($0 < a < 1$) 的定义域是 _____.
16. 已知 $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$, 坐标原点 O 在直线 AB 上的射影为点 C , 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} =$ _____.

三、解答题 本大题 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\tan(\pi - \alpha) = \frac{1}{2}$, $\sin \beta = \frac{3}{5}$, $\beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$. 求 $\tan(2\alpha - \beta)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

一位射击选手 100 发子弹的射击结果统计如下:

环数	10 环	9 环	8 环	7 环	6 环	5 环以下 (含 5 环)
频数	20	35	25	13	5	2

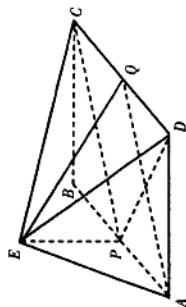
试根据以上统计数据估算:

- (I) 该选手一次射击命中 8 环以上(含 8 环)的概率;
- (II) 该选手射击 2 发子弹取得 19 环以上(含 19 环)的成绩的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2BC$, P, Q 分别为线段 AB, CD 的中点, $EP \perp$ 平面 $ABCD$.

- (I) 求证: $AQ \parallel$ 平面 CEP ;
 (II) 求证: 平面 $AEQ \perp$ 平面 DEP ;
 (III) 若 $EP = AP$, 求二面角 $Q - AE - P$ 的大小.



20. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + (a-1)n$ ($a \in \mathbf{R}$). 设集合 $A = \{(a_n, \frac{S_n}{n}) \mid n \in \mathbf{N}_+\}$,

$$B = \{(x, y) \mid \frac{1}{4}x^2 - y^2 = 1, x, y \in \mathbf{R}\}.$$

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (II) 若以集合 A 中的元素作为点的坐标, 则这些点是否都在同一条直线上? 并说明理由;
 (III) “ $A \cap B$ 至多只有一个元素”是否正确? 如果正确, 请给予证明; 如果不正确, 请举例说明.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{3x}{x^2 + x + 1} (x > 0)$.

(I) 试确定函数 $f(x)$ 的单调区间, 并证明你的结论;

(II) 若 $x_1 \geq 1, x_2 \geq 1$, 证明: $|f(x_1) - f(x_2)| < 1$.

22. (本小题满分 14 分)

已知点 P 与定点 $F(1, 0)$ 的距离和它到定直线 $l: x = 4$ 的距离的比是 $1:2$.

(I) 求点 P 的轨迹 C 的方程;

(II) 过点 F 的直线交曲线 C 于 A, B 两点, A, B 在 l 上的射影分别为 M, N . 求证 AN 与 BM 的公共点在 x 轴上.

数 学

参考公式

- 如果事件 A, B 互斥, 那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$;
 如果事件 A, B 相互独立, 那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$;
 如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P , 那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$.

一、选择题 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 有且只有一项是符合题目要求的

1. (文) $\sin 600^\circ =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- (理) 设 $z = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, 则 z^2 等于 ()
 A. $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ B. $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ C. $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ D. $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$
2. 设 $A = \{x | x \geq 2\}$, $B = \{x | x-1 \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $[2, 4]$ B. $(-\infty, -2]$ C. $[-2, 4]$ D. $[-2, +\infty)$
3. 若 $|a| = 2\sin 15^\circ$, $|b| = 4\cos 15^\circ$, a 与 b 的夹角为 30° , 则 $a \cdot b$ 的值为 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2}$
4. $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则 $a\cos C + c\cos A$ 的值为 ()
 A. b B. $\frac{b+c}{2}$ C. $2\cos B$ D. $2\sin B$

5. 一个容量为 20 的样本数据, 分组后, 组距与频数如下:

组距	(10, 20]	(20, 30]	(30, 40]	(40, 50]	(50, 60]	(60, 70]
频数	2	3	4	5	4	2

- 则样本在 $(10, 50]$ 上的频率为 ()
 A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{7}{10}$
6. 当 $x \in \mathbb{R}$ 时, 令 $f(x)$ 为 $\sin x$ 与 $\cos x$ 中的较大或相等者, 设 $a \leq f(x) \leq b$, 则 $a+b$ 等于 ()

- A. 0 B. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$

7. (文) 函数 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$ 在区间 $[0, 1]$ 上是 ()

- A. 单调递增的函数
 B. 单调递减的函数
 C. 先减后增的函数
 D. 先增后减的函数
- (理) 设 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, 又 $m, n \in \mathbb{R}$, $m < n$, 则下列正确的判断是 ()

- A. 若 $f(m)f(n) < 0$, 则 $f(x) = 0$ 在 m, n 之间只有一个实根
 B. 若 $f(m)f(n) > 0$, 则 $f(x) = 0$ 在 m, n 之间至少有一个实根
 C. 若 $f(x) = 0$ 在 m, n 之间至少有一个实根, 则 $f(m)f(n) < 0$
 D. 若 $f(m)f(n) > 0$, 则 $f(x) = 0$ 在 m, n 之间也可能有实根
8. 有 80 个数, 其中一半是奇数, 一半是偶数, 从中任取两数, 则所取的两数和为偶数的概率为 ()

- A. $\frac{39}{79}$ B. $\frac{1}{80}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{41}{81}$

9. 对于 $x \in [0, 1]$ 的一切值, $a+2b > 0$ 是使 $ax+b > 0$ 恒成立的 ()
 A. 充要条件
 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件
 D. 既不充分也不必要条件

10. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 从 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}\}$ 中任取 3 个不同的数, 使这三个数仍成等差数列, 则这样不同的等差数列最多有 ()
 A. 90 个
 B. 120 个
 C. 180 个
 D. 200 个

11. 已知函数 $y = f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 满足 $f(x+1) = f(x-1)$, 且 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = x^2$, 则 $y = f(x)$ 与 $y = \log x$ 的图像的交点个数为 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 给出下列命题:

- (1) 若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin x < x < \tan x$
 (2) 若 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, 则 $\sin x > x > \tan x$
 (3) 设 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 若 $A > B > C$, 则 $\sin A > \sin B > \sin C$
 (4) 设 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 若 $\sin A > \sin B > \sin C$, 则 $A > B > C$

其中, 正确命题的个数是

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二、填空题 本大题有 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 请将答案填写在题中的横线上

13. $(1+2x)^{10}$ 的展开式的第 4 项是

14. 某客运公司确定客票价格的方法是: 如果行程不超过 100 km, 票价是 0.5 元/km, 如果超过 100 km, 超过 100 km 部分按 0.4 元/km 定价, 则客运票价 y 元与行程公里数 x km 之间的函数关系式是

15. (文) 在边长为 4 的正 $\triangle ABC$ 中, $\vec{AB} \cdot \vec{BC} =$

(理)在 $\triangle ABC$ 中,若 $\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{3} = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}}{2} = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}}{1}$,则 $\cos A$ 等于_____.

16. (文)设 P 是曲线 $y = x^2 - 1$ 上的动点, O 为坐标原点, 当 $|\overrightarrow{OP}|^2$ 取得最小值时, 点 P 的坐标为_____.

(理)已知 $f(x)$ 是可导的偶函数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1)}{2x} = -2$, 则曲线 $y = f(x)$ 在 $(-1, 2)$ 处的切线方程是_____.

三、解答题 本大题有 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 12 分)

已知命题 $p: x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根; 命题 $q: 4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根. 若命题 p 与命题 q 有且只有一个为真, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 已知 $a_3 = 11$, $S_6 = 153$,

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $a_n = \log_5 b_n$, 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列, 并求其前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

已知 A, B 是 $\triangle ABC$ 的两个内角.

(I) 若 $A, B \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 求证 $\tan A \tan B > 1$;

(II) 若 A, B 满足 $\sqrt{3} \cos A = \cos(2B - A)$, 求 $\tan(B - A) \tan B$ 的值.

20. (本小题满分 12 分)

A 袋中有 1 张 10 元 1 张 5 元的钱币, B 袋中有 2 张 10 元 1 张 5 元的钱币, 从 A 袋中任取一张钱币与 B 袋任取一张钱币互换, 这样的互换进行了一次.

(文) 求

(I) A 袋中 10 元钱币恰是一张的概率;

(II) A 袋中 10 元钱币至少是一张的概率.

(理) 求

(I) A 袋中 10 元钱币恰是一张的概率;

(II) 设 A 袋中的期望金额为 a 元, 写出金额元数的分布列, 并求 a .

21. (本小题满分 12 分)

已知: $y = f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$, 且满足: $f(-1) = f(1) = 0$, 并对任意的 $u, v \in [-1, 1]$, 都有 $|f(u) - f(v)| \leq |u - v|$.

(I) 判断函数 $p(x) = x^2 - 1$ 是否满足题设条件?

(II) 判断函数 $g(x) = \begin{cases} 1+x, & x \in [-1, 0] \\ 1-x, & x \in [0, 1] \end{cases}$ 是否满足题设条件?

22. (本小题满分 14 分)

已知点 $P(t, y)$ 在函数 $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ($x \neq -1$) 的图像上, 且有 $t^2 - c^2at + 4c^2 = 0$ ($c \neq 0$).

(I) 求证: $|ac| \geq 4$;

(II) 求证: 在 $[-1, +\infty)$ 上, $f(x)$ 单调递增.

(III) (理科科做) 求证: $f(|a|) + f(|c|) > 1$.

数 学

第 I 卷

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.

参考公式:

如果事件 A, B 互斥, 那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

如果事件 A, B 相互独立, 那么

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P , 那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2,$$

其中 R 表示球的半径.

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

其中 R 表示球的半径.

一、选择题 本卷共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的

1. (文) 若集合 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $M \subseteq \{0, 2, 4, 6, 8\}$, 则集合 M 的元素最多只能有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(理) 若 $\frac{1-i}{1+i}, a = i$, 则 a 等于 ()

A. i B. $-i$ C. 1 D. -1

2. (文) 如果 $a \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin a = \frac{4}{5}$, 那么 $\sin(a + \frac{\pi}{4}) - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos a =$ ()

A. $\frac{2}{5}\sqrt{2}$ B. $-\frac{2}{5}\sqrt{2}$ C. $\frac{4}{5}\sqrt{2}$ D. $-\frac{4}{5}\sqrt{2}$

(理) 已知函数 $f(x) = -x \sin(-x)$, $g(x) = x \cos x$, 当 $x_0 \in (-\frac{3\pi}{2}, -\pi)$ 时, 以下结论正确的是 ()

A. $f(x_0) < 0, g(x_0) > 0$ B. $f(x_0) > 0, g(x_0) < 0$
C. $f(x_0) > 0, g(x_0) > 0$ D. $f(x_0) < 0, g(x_0) < 0$

3. (文) $(2x + \frac{1}{x})^6$ 展开式中常数项为 ()

A. 15 B. 20 C. 120 D. 160

(理) 平面向量 $i = (0, 1), j = (a, a+b)$, 且 $i // j, j^2 - i^2 = 2$, 则 b^2 等于 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. (文) AD 是等腰三角形 ABC 底边上的高, 如果 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = c$, 那么 $\overrightarrow{AD} =$ ()

A. $c - a$ B. $c + a$ C. $\frac{c}{2} + \frac{a}{2}$ D. $\frac{c}{2} - \frac{a}{2}$

(理) 经过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点作直线交抛物线于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 若 $x_1 + x_2 = 5$, 则线段 AB 的长等于 ()

A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

5. (文) 某市电视台为调查节目收视率, 想从全市 5 个区按人口数用分层抽样的方法抽取一个容量为 n 的样本, 已知 5 个区人口数之比为 2:3:5:2:6, 如果最多的一个区抽出的个体数是 90, 那么这个样本的容量等于 ()

A. 240 B. 270 C. 300 D. 330

(理) 如果 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 那么 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ ()

A. $\frac{4}{5}\sqrt{2}$ B. $-\frac{4}{5}\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{5}\sqrt{2}$ D. $-\frac{3}{5}\sqrt{2}$

6. (文) 函数 $y = \frac{x-1}{x+1} (x \neq -1)$ 的反函数是 ()

A. $y = \frac{x-1}{x+1} (x \neq -1)$ B. $y = \frac{x+1}{x-1} (x \neq 1)$

C. $y = \frac{1+x}{1-x} (x \neq 1)$ D. $y = \frac{1-x}{1+x} (x \neq -1)$

(理) 如果不等式 $|b-a| < 1$ 成立的充分而非必要条件是 $\frac{1}{2} < b < \frac{3}{2}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$ C. $a < \frac{1}{2}$ 或 $a > \frac{3}{2}$ D. $a \leq \frac{1}{2}$ 或 $a \geq \frac{3}{2}$

7. (文) 已知函数 $f(x) = -x \sin(-x), g(x) = x \cos x$, 当 $x_0 \in (-\frac{3\pi}{2}, -\pi)$ 时, 以下结论正确的是 ()

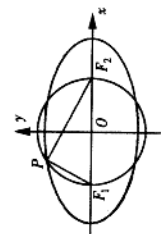
A. $f(x_0) < 0, g(x_0) > 0$ B. $f(x_0) > 0, g(x_0) < 0$
C. $f(x_0) > 0, g(x_0) > 0$ D. $f(x_0) < 0, g(x_0) < 0$

(理) 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + a}{x^2 - x - 2} = \frac{5}{3}$, 则 a 的值可以是 ()

A. 2 B. -2 C. 6 D. -6

8. (文) 若平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 且直线 $l \perp \alpha$, 直线 $m \perp \beta$, 则 ()

A. $m // \alpha$ B. $l // m$ C. $m \perp \alpha$ D. $l \perp m$



(理)如图, F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, P 是以 F_1, F_2 为直径的圆与该椭圆的一个交点, 且 $\angle PF_1F_2 = 2\angle PF_2F_1$, 则这个椭圆的离心率是

- A. $\sqrt{3}-1$
B. $\sqrt{3}+1$
C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

9. (文)能够使得圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 的圆心到直线 $2x + y + c = 0$ 的距离等于 3 的 c 的一个值为

- A. $\sqrt{5}$
B. $3\sqrt{5}$
C. 2
D. 3
(理)设 l, m, n 是三条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 下面有四个命题:
①若 $l \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel \alpha$;
②若 $l \parallel n, m \parallel n$, 则 $l \parallel m$;
③若 $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$, 则 $l \perp \beta$;
④若 $l \perp \alpha, m \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp m$.

- 其中正确的命题是
A. ①②
B. ②③
C. ②④
D. ③④
(文)“ $a > 2$ ”是“直线 $ax - (a-1)x + 1 = 0$ 垂直”的
A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

(理)有 15 名学生(其中有 3 人是班干部)要到 3 个单位去参加社会实践活动, 要求每个单位去 5 个学生(其中必须有一个是班干部), 则不同的安排方案共有
A. $A_3^3 \cdot A_5^5 \cdot C_2^2 \cdot C_5^5$ 种
B. $A_3^3 \cdot A_5^5 \cdot C_2^2 \cdot C_5^5$ 种
C. $C_3^3 \cdot C_5^5 \cdot C_2^2 \cdot C_5^5$ 种
D. $C_3^3 \cdot C_5^5 + C_2^2 \cdot C_5^5$ 种
11. (文)同 8(理)

(理)已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + 4y - 16 \leq 0 \end{cases}$, 且 $z = ax + y$ 的最大值为 7, 则 a 的值是

- A. 1
B. -1
C. $\frac{7}{5}$
D. $-\frac{7}{5}$

12. (文)已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + 4y - 16 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 4x + y$ 的最大值为

- A. 16
B. 19
C. 20
D. 31
(理)同 9(文)

第 II 卷

二、填空题 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上
13. (文) A 是抛物线 $y^2 = 2px$ 上一点, 如果点 A 的横坐标是 3, 且点 A 到抛物线焦点的距离是

6, 那么 $p =$

(理)若数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2^{n+1} - 1 (n \in \mathbb{N}^+)$, 则该数列的通项公式 $a_n =$

14. (文)同 13(理)

(理)过定点 $P(0, 1)$, 且与抛物线 $y^2 = 2x$ 只有一个公共点的直线方程为

15. 已知同一平面上不共线的三个向量 a, b, c 两两所成的角均相等, 且 $|a| = 1, |b| = 2, |c| = 3$, 则 $|2a + b + c| =$

16. (文)将边长为 1 的正方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 翻折, 使顶点

B 和 D 的距离为 1, 此时点 D 和平面 ABC 的距离为

(理)如图, 三棱锥 $D_1 - ACB_1$ 的顶点正好是棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的顶点, 在三棱锥中放入一个球, 当球的体积最大时, 其半径为

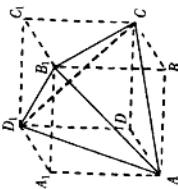
三、解答题 本大题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 12 分)

设 $f(x) = A \sin x \cos x + B \sin^2 x + C \cos^2 x$, 且 $f(0) = 1, f(\frac{\pi}{2}) = f(\frac{\pi}{4}) = 3$.

(I) 求 A, B, C 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的最小值.



18. (本小题满分 12 分)

甲、乙两名篮球运动员练习投篮，两人进球的概率分别为 0.7 与 0.8.

(I) 如果每人投篮一次，求甲、乙两人至少有一人进球的概率；

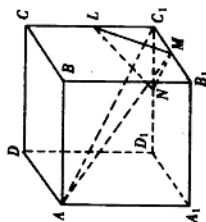
(II) 如果每人投篮三次，求甲投进 2 球且乙投进 1 球的概率.

20. (本小题满分 12 分)

如图， $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 1 的正方体，点 M, N, L 分别是 B_1C_1, D_1C_1, C_1C 三条棱的中点.

(I) 求证： $AC_1 \perp$ 平面 MNL ；

(II) 求 AM 和平面 MNL 所成的角.



19. (本小题满分 12 分)

(文) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数，且 $a_2 = 6, a_3 + a_4 = 72$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，证明 $S_n \cdot S_{n+2} < S_{n+1}^2$.

(理) 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的各项均为正数，且对 $n \in \mathbb{N}^+$ ，有 a_n, b_n^2, a_{n+1} 成等差数列， $b_n^2, a_{n+1}, b_{n+1}^2$ 成等比数列.

(I) 证明数列 $\{b_n\}$ 是等差数列；

(II) 如果 $a_1 = 1, a_2 = 3$ ，记数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 S_n ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n - 3)$ 的值.