



轻巧夺冠

优化训练

全国著名特级高级教师联合编写

华东师大版

九年级数学上

总主编：刘强 美澳国际学校校长
学科主编：明白 北京东城区数学特级教师
中国数学奥林匹克高级教练

北京出版社 北京教育出版社



1. 将训练题按难度分层次设计，加强基础训练，逐级提升，注重能力形成。
2. 题目设计精良，体现实践、综合、创新能力，对高（中）考能力题型设计进行了科学的探索和最新的预测。
3. 答案规范、详备、精炼。有助于读者养成良好的答题习惯，使您在考试中从容应对，万无一失。

《1+1轻巧夺冠·优化训练》(华东师大版)九年级数学(上)

第22章 一元二次方程

第22章

一元二次方程

22.1

一元二次方程



基础巩固题

针对每节基础知识所设计的题目，系统、全面、针对性强，是形成能力的基础，也是考试中占篇幅最大的部分。要防止眼高手低，得分不全，万不可掉以轻心。



课后提高题

针对本节重点、难点以及新旧知识的融会贯通所设计的题目。题目难度中等，是形成能力、**考试取得高分的必经阶梯**。



课外延伸题

本节知识与科技发展、生活实际相联系的信息题、材料题，或是学科内或学科间的综合题。题目难度较大，但却是考试得高分的关键。



中考模拟题

再现本节知识在高考或中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度。知道过去曾经考过什么，只有做到心中有数，方能立于不败之地。



答案详解

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然。能使您养成良好规范的答题习惯。



真情讲练 · 轻巧夺冠



- 优化训练·教师讲评用书
- 优化训练·学生训练用书
- 同步讲解



目 录

第 21 章 分式	1
§ 21.1 整式的除法(A 卷)	1
整式的除法(B 卷)	3
§ 21.2 分式及其基本性质(A 卷)	4
分式及其基本性质(B 卷)	6
§ 21.3 分式的运算(A 卷)	8
分式的运算(B 卷)	10
§ 21.4 可化为一元一次方程的分式方程(A 卷)	12
可化为一元一次方程的分式方程(B 卷)	14
§ 21.5 零指数幂与负整指数幂(A 卷)	16
零指数幂与负整指数幂(B 卷)	18
第 21 章综合检测题(A 卷)	19
第 21 章综合检测题(B 卷)	21
第 22 章 一元二次方程	23
§ 22.1 一元二次方程(A 卷)	23
一元二次方程(B 卷)	25
§ 22.2 一元二次方程的解法(A 卷)	27
一元二次方程的解法(B 卷)	30
§ 22.3 实践与探索(A 卷)	32
实践与探索(B 卷)	34
第 22 章综合检测题(A 卷)	36
第 22 章综合检测题(B 卷)	38
第 23 章 圆	40
§ 23.1 圆的认识(A 卷)	40
圆的认识(B 卷)	43
§ 23.2 与圆有关的位置关系(A 卷)	46
与圆有关的位置关系(B 卷)	49
§ 23.3 圆中的计算问题(A 卷)	51
圆中的计算问题(B 卷)	53
第 23 章综合检测题(A 卷)	55
第 23 章综合检测题(B 卷)	58



第 24 章 图形的全等	61
§ 24.1 ~ 24.2 图形的全等 全等三角形的识别(A 卷)	61
图形的全等 全等三角形的识别(B 卷)	64
§ 24.3 ~ 24.4 命题与证明 尺规作图(A 卷)	66
命题与证明 尺规作图(B 卷)	68
第 24 章 综合检测题(A 卷)	70
第 24 章 综合检测题(B 卷)	72
第 25 章 样本与总体	75
§ 25.1 ~ 25.2 简单的随机抽样 用样本估计总体(A 卷)	75
简单的随机抽样 用样本估计总体(B 卷)	78
§ 25.3 ~ 25.4 概率的含义 概率的预测	81
第 25 章 综合检测题	83
第 1 学期期中测试题	86
第 1 学期期末测试题	89
参考答案	1 ~ 16

第21章

分式

**§ 21.1****整式的除法(A卷)****基础巩固题**

1. 同底数幂的除法法则:

①表达式: _____.

②语言叙述为: _____.

2. 单项式除以单项式的法则: _____.

3. 填空:

① $10^8 \div 10^4 =$ _____.

② $x^5 \div x^2 =$ _____.

③ $(-a)^3 \div (-a) =$ _____.

④ $x^{m+3} \div x =$ _____.

⑤ $(ab)^2 \div a^2 =$ _____.

⑥ $(x+y)^3 \div (x+y) =$ _____.

⑦ $-5x^5yz^2 \div 10x^4y =$ _____.

⑧ $(6 \times 10^9) \div (-2 \times 10^3) =$ _____.

⑨ $(a+b)^{2k} \div (a+b)^k =$ _____.

⑩ $(28a^3 - 14a^2 + 7a) \div 7a =$ _____.

4. 下列计算正确的是()

A. $a^{3n} \div a^n = a^3$

B. $x^3y \div xy^3 = 1$

C. $(-a)^5 \div (-a)^3 = -a^2$

D. $y^n \cdot y \div y^n \cdot y = y^2$

5. 下列计算正确的是()

A. $6a^9 \div 3a^3 = 2a^3$

B. $-4x^3y^2 \div 2x^2y = -2xy$

C. $(x-y)^3 \div (y-x) = (y-x)^2$

D. $a^m \div a^n \div a^p = a^{m-n+p}$

6. 下列运算正确的是()

A. $(10x^3y^4 + 15x^2y^2) \div 5xy^2 = 2x^2y^2 + 3xy$

B. $(9a^2b^4 - 12a^3b^5 - 3b^4) \div (-3b^4) = 3a^2 + 4a^3b$

C. $4(3x^5y^2 + 7x^3y^6z) \div 2x^3y^2 = 6x^2 + 14y^4z$

D. $(-21a^6b^2 + 28a^4b^2) \div (-7a^2b^2) = 3a^3 - 4a^2$

7. 下以下运算正确的是()

A. $(a^2 + b^2) \div (a + b) = a + b$

B. $(a^2 - b^2) \div (a - b) = a - b$

C. $(a^2 + b^2) \div (a + b) = a - b$

D. $(a^2 - b^2) \div (a - b) = a + b$

**强化提高题**

8. 计算:

① $(xy)^5 \div (xy)^3 =$ _____.

② $a^4 \div (-a)^3 =$ _____.

③ $(4 \times 10^{-5}) \div (5 \times 10^{-8}) =$ _____.

④ $(6x^2y^3)^2 \div (3xy^2)^2 =$ _____.

⑤ $7m^3(4m^3n) \div 7m^5 =$ _____.

⑥ $(\frac{6}{5}a^3b^4 - 0.9a^2b^5) \div \frac{3}{5}ab^3 =$ _____.

⑦ $[(2x+y)^2 - y(y+4x) - 8x^3] \div 2x =$ _____.

⑧ $(3a^{n+1} + 6a^{n+2} - 9a^n) \div 3a^{n-1} =$ _____.

9. n 为正整数, 则 $3^2 \cdot (-3)^{2n+1} \div [3^2 \cdot (-3)^{2n}]$ 等于()

A. -3 B. 3

C. -9 D. 9

10. $20a^7b^6c \div (-4a^3b^2) \div ab$ 的结果是()A. $-5a^3b^3c$ B. $-5a^5b^5$ C. $5a^5b^5$ D. $-5a^5b^7$ 11. 化简 $(-2a^2)^3 \cdot b^4 \div 12a^3b^2$ 的结果是()A. $-\frac{1}{6}b^2$ B. $+\frac{2}{3}a^3b^2$ C. $-\frac{1}{6}a^3b^2$ D. $-\frac{2}{3}a^3b^2$



学习札记

12. 化简:

$$\textcircled{1} (-2a^2b^3c)^3 \div (0.8a^3b^6)$$

$$\textcircled{2} (x+y)^6 \div (x+y)^4 - (x-y)^5 \div (x-y)^3$$

$$\textcircled{3} (2 \times 10^4)^3 + (-3 \times 10^6)^2 - (6 \times 10^5)^3 \div (2 \times 10)^3$$

$$\textcircled{4} (3a^{n+1} + 6a^{n+2} - 9a^n) \div 3a^{n-1}$$



课外延伸题

13. 已知多项式 A 能被 $x-1$ 整除, 则方程 $A=0$ 一定有一个根是_____.

14. $a^2 + 2ab + b^2 + 1$ 除以 $a+b$ 得商式_____, 余式_____.

15. 多项式 $A = x^2 - 4xy + 4y^2$, $B = x - 2y$, 则 $A \div B =$ _____.



中考模拟题

16. 已知 $2^m = 3$, $2^n = 5$, 则 $2^{3m-2n} =$ _____.

17. 已知 $a^m \cdot a^n = a^4$, $a^m \div a^n = a^6$, 则 $mn =$ _____.

18. 已知 $10^m = 20$, $10^n = \frac{1}{5}$, 则 $9^m \div 3^{2n} =$ _____.

19. 已知除式是 $2x^2 - 1$, 商式是 $x-2$, 余式是 $x-1$, 则被除式 =_____.

20. 先化简再求值:

$$[5a^4(a^2 - 4a) - (-3a^6)^2 \div (a^2)^3] \div (-2a^2)^2$$

其中 $a = -5$

21. 计算 $2a^2 \cdot a^3 \div a^4 =$ _____.(2004 年安徽)

22. 人们以分贝为单位来表示声音的强弱, 通常说话的声音是 50 分贝, 它表示的强度是 10^5 ; 摩托车发出的声音是 110 分贝, 它表示的声音的强度是 10^{11} , 摩托车的声音强度是说话声音强度的_____倍.(2004 年山西太原)

23. 先化简, 再求值:

$$[2x(x^2y - xy^2) + xy(xy - x^2)] \div x^2y \quad \text{其中 } x = 2008, y = 2004. \quad (\text{2004 年江西赣州})$$

学习札记

§ 21.1

整式的除法(B 卷)

一、填空题(每空3分,共54分)

1. $-x^4 \div (-a)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. $(xyz)^5 \div (xyz)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. $(9a^3b^2c^2 \div 3abc)^2 \div 3a^2b = \underline{\hspace{2cm}}$

4. $(a^2 - 2ab + b^2) \div (a - b) = \underline{\hspace{2cm}}$

5. $x^{n+2} \cdot x^{n-2} \div (x^2)^{n-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. $2^{100} \div 8^{33} = \underline{\hspace{2cm}}$

7. $(-4x^3 + 12x^3y^2 - 8x^4y) \div (-\frac{1}{2}x^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 已知 $8^a = 4, 8^b = 16$, 则 $8^{3a-b} = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 已知 $4^m \cdot 8^{m-1} \div 2^m = 512$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 已知 $A \cdot x^{2n+1} = x^{3n}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$
($x \neq 0$)

11. 已知 $ma^3b^nc \div (-20a^pb^4) = 5abc$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $n = \underline{\hspace{2cm}}$, $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $15a^4b^5c^3 \div [(\underline{\hspace{2cm}}) \div a^2b^2] = 5a^3b$

13. 多项式 A 除以 $3x^2$, 商是 $2x+1$, 余式是 $2x+1$, 则
 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $(3^{n+2} - 27 \times 3^n) \div 3^{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. $(x^2 - 6xy + 9y^2) \div (x - 3y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 地球的体积约为 1.1×10^{12} 立方米, 月球的体积为
 2.2×10^{10} 立方米, 问地球的体积是月球体积的
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍.

二、选择题(每题2分,共8分)

17. 若 $16^3 \div 2^2 = 2^n$, 则 $n = (\quad)$

- A. 10 B. 5 C. 3 D. 6

18. $20a^7b^6c \div (-4a^3b^2) \div ab$ 的结果是()

- A.
- $-5a^3b^3c$
-
- B.
- $-5a^5b^5$
-
- C.
- $5a^5b^5c$
-
- D.
- $-5a^5b^2$

19. $(-3y^{n+1} + 4y^{n+2} - 12y^n) \div (-24y^{n-1})$ 等于
()

- A.
- $-\frac{1}{8}y^2 + \frac{1}{6}y^3 + \frac{1}{2}y$
-
- B.
- $\frac{1}{8}y^2 - \frac{1}{6}y^3 + \frac{1}{2}y$
-
- C.
- $\frac{1}{8}y^{2n} - \frac{1}{6}y^{2n+1} - \frac{1}{2}y^{2n-1}$
-
- D.
- $-\frac{1}{8}y^{2n} + \frac{1}{6}y^{2n+1} - \frac{1}{2}y^{2n-1}$

20. 在等式 $a^{m+n} \div A = a^{m-2}$ 中, A 的值应当是()

- A.
- a^{m+n+2}
-
- B.
- a^{n-2}
-
- C.
- a^{m+n+3}
-
- D.
- a^{n+2}

三、计算题(21~26每题5分,27题8分,共38分)

21. $a^{12} \div (a^8 \times a^2) \cdot a^2$

22. $(-24x^4y^6) \div 12xy^5 \cdot (-\frac{3}{4}x^3y^2)$

23. $(a^{m+1})^3 \div (a^2)^m \cdot a^{2n-m} \div (a^{n-1})^2$ (m, n 为正整数)

24. $(4x^{n+2}y^{n+1})^2 \div [(-xy)^2]^n$ (n 为正整数)

25. $4(a-b)^3 \cdot (a+b)^3 \div 2[(a+b)(a-b)]^2$

26. $(9a^3b^3 - 12a^4b^5) \div 3a^2b - b^2(2a + 3a^2b^2)$

27. 当 $x = \frac{1}{2}, y = 3$ 时, 求代数式 $4x^5y^3 \div [x^4y^3 \div (x^3y^2 \div (x^3y^3 \div 2x^2y^2))]$ 的值.



第21章

分式



§ 21.2

分式及其基本性质(A卷)



基础巩固题

1. 如果 B 中 , 式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式, 其中 A 叫做分式的 , B 叫做分式的 ; 在分式 $\frac{A}{B}$ 中, B .

2. 和 统称有理式.

3. 分式的基本性质: .

4. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{2}{x^2 - 4}$ 没有意义?

5. 填适当的整式:

$$\textcircled{1} \quad -\frac{3c}{2ab} = -\frac{3c \cdot 5a}{2ab \cdot (\underline{\hspace{2cm}})} = -\frac{(\underline{\hspace{2cm}})}{(\underline{\hspace{2cm}})}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1-4x^2}{2x+1} = \frac{(\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})}{(2x+1) \div (\underline{\hspace{2cm}})} = 1-2x.$$

6. 下列式子: $3 \div b = \frac{b}{3}$, $2x \div (x-2) = \frac{2x}{x-2}$, $\frac{x^2-y^2}{y} = x^2-y^2 \div y$, $\frac{m+n}{m-n} = m+n \div m-n$, 其中正确的有()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

7. 有理式: $\frac{4}{a}$, $\frac{x^2+y^2}{\pi}$, $\frac{6}{3x+y}$, $\frac{n-3}{4}$, $\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b$, $\frac{x}{6} - \frac{3}{y}$ 中, 分式有()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

8. 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 下列分式中有意义的是()

- A. $\frac{x^2}{2x+1}$ B. $\frac{2}{|x| - \frac{1}{2}}$
 C. $\frac{x-1}{4x^2-1}$ D. $\frac{2x+1}{2x-1}$



强化提高题

9. 把分式 $\frac{x}{x+y}$ 中的字母 x, y 的值都扩大 10 倍, 则分式的值()

- A. 扩大 10 倍 B. 扩大 20 倍

- C. 不变 D. 是原来的 $\frac{1}{10}$

10. 分式 $\frac{x+3}{(x+3)(x-4)}$ 有意义, 则 x 应满足()

- A. $x \neq -3$ B. $x \neq 4$
 C. $x \neq \pm 3$ D. $x \neq -3$ 且 $x \neq 4$

11. 若 x 满足 $\frac{x}{|x|} = -1$, 则 x 是()

- A. 正数 B. 负数
 C. 非正数 D. 非负数

12. 填空:

$$(1) \frac{3a}{a+6} = \frac{6ab}{(\underline{\hspace{2cm}})}; (b \neq 0)$$

$$(2) 3x-2 = \frac{(\underline{\hspace{2cm}})}{3x+2}; (x \neq -\frac{2}{3})$$

$$(3) \frac{(\underline{\hspace{2cm}})}{x^2-4y^2} = \frac{x}{x+2y};$$

$$(4) \frac{6a^2-2ab}{(\underline{\hspace{2cm}})} = 3a-b.$$

13. 当 x 为何值时, 分式 $\frac{x^2-1}{x-7}$ 有意义?

14. 当 x 为何值时, 下列分式的值为零?

$$(1) \frac{2x-6}{x+3} \quad (2) \frac{|x|-7}{x-7}$$

15. 不改变分式的值, 把下列各式的分子与分母中各项的系数都化为整数.

$$(1) \frac{x}{\frac{3}{4}x - \frac{7}{10}y} \quad (2) \frac{\frac{1}{3}a - 0.5}{2 - \frac{1}{4}a}$$

学习札记

16. 不改变分式的值,使下列分式的分子与分母的最高次项的系数是正数.

$$(1) \frac{4-3x^2}{-5-2x}$$

$$(2) \frac{x^3-3x^2}{27-x^3}$$

$$(3) -\frac{2+3x-x^2}{x^2-1}$$

$$(4) \frac{(4+3x)(2-x^2)}{1-x(3-x)}$$



中考模拟题

20. 若分式 $\frac{|x|-2}{x+2}$ 的值为零,则 x 的值应为()

A. ± 2 B. -2 C. 2 D. 0

21. 如果分式 $\frac{7x}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大 2 倍,则分式的值()

A. 扩大 2 倍 B. 不变
C. 缩小 2 倍 D. 扩大 7 倍

22. 若分式 $\frac{3x+2}{5x-4}$ 的值为 1,则 x 等于()

A. -3 B. 3 C. 1 D. -1

23. 在分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 中,当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式没有意义;当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式的值为零.

24. 若 $A = x + 1$, $B = x - 2$, 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{A}{B}$ 有意义.(2004 年江西赣州)

25. 请你先化简,再选取一个使原式有意义,而你又喜爱的数代入求值.

$$\frac{x^3-x^2}{x^2-x} - \frac{1-x^2}{x+1}. \text{ (2003 年中考题)}$$

26. 观察下列各等式

$$4-2=4\div 2$$

$$\frac{9}{2}-3=\frac{9}{2}\div 3$$

$$(-\frac{1}{2})-\frac{1}{2}=(-\frac{1}{2})\div \frac{1}{2}$$

- (1)以上各等式都有一个共同的特征:某两个实数的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 等于这两个实数的 $\underline{\hspace{2cm}}$,如果等号左边的第一个实数用 x 表示,第二个用 y 表示,等式表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- (2)将以上等式变形,用含 y 的代数式表示 x 为:

$$\underline{\hspace{2cm}}.$$

- (3)请你再找出一组满足以上特征的两个实数,并写成等式的形式: $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2004 年北京西城)



课外延伸题

17. x 取何值时,分式 $\frac{2x+1}{x^2-4x-5}$ 有意义?

18. 分式 $\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}$ 中的 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 当 x 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{4+3x}{x^2+2x+3}$ 的值为负.



§ 21.2

分式及其基本性质(B卷)

学习札记

一、填空题(每空2分,共30分)

1. 分式 $\frac{|x|-3}{x-3}$,在 x _____时,分式有意义,在 x _____时分式值为零.2. 能使分式 $\frac{4-x^2}{|x|-2}$ 的值为零的 x _____.

3. 在下列各题的横线上填上“=”或“≠”号.

(1) $\frac{x}{y} \text{_____} \frac{x^2}{y^2}; (x \neq y, x \neq 0)$

(2) $\frac{a}{b} \text{_____} \frac{a^2}{ab}; (a \neq 0)$

(3) $\frac{xy}{abx} \text{_____} \frac{yz}{ab}; (x \neq 0)$

(4) $\frac{a-b}{a} \text{_____} \frac{a^2-b^2}{a(a+b)} (a \neq -b).$

4. 请在括号中填“+”或“-”号

$$\frac{z}{x-y} = -\frac{(\quad)z}{y-x} = (\quad) \frac{-z}{y-x} = (\quad) \frac{-z}{x-y} = \frac{(\quad)z}{-x+y}$$

5. (1) $\frac{a^2+ab-2b^2}{a^2-b^2} = \frac{(\quad)}{a+b}$

(2) $\frac{2}{4a^2-9} = \frac{(\quad)}{(2a+3)^2(2a-3)}$

6. (1) $\frac{x-3}{(1-x)(1+x)} = \frac{(\quad)}{(x-1)(x+1)}$

(2) $\frac{1+\frac{1}{5}x-0.3y}{1-\frac{1}{3}x+0.5y} = \frac{(\quad)}{10x-15y-30}$

二、选择题(每题2分,共14分)

7. 下列各式中,是分式的是()

A. $a^2 + \frac{1}{2}$ B. $\frac{x+y}{3}$

C. $\frac{3b-1}{2a}$ D. $\frac{a}{\pi}$

8. 使分式 $\frac{x+2}{x^2-4}$ 的值为零的 x 值是()A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 不存在9. 把分式 $\frac{x}{y}$ 中的字母 x 的值扩大为原来的2倍,而 y 缩小到原来的一半,则分式的值是()A. 不变 B. 扩大2倍
C. 扩大4倍 D. 是原来的一半10. 无论 x 取什么值,下列分式中总有意义的是()

A. $\frac{x+1}{x^2}$ B. $\frac{x^2-1}{(x+1)^2}$

C. $\frac{1-x}{x^2+1}$ D. $\frac{x}{x+1}$

11. 下列说法中,正确的是()

A. $x + \frac{y}{3}$ 是分式

B. 在分式中,只要分子的值为零,分式的值就一定为零

C. 分式 $\frac{3x-y}{x+3}$ 也可写成 $3x-y \div x+3$

D. 分式是两个整式的商,它的分子可含也可不含字母,而分母必须含有字母

12. 下列算式成立的是()

A. $\frac{m}{-m-n} = -\frac{m}{m-n}$ B. $\frac{m}{-(m-n)} = \frac{-m}{n-m}$

C. $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = 1$ D. $\frac{a+x}{b+x} = \frac{a}{b}$

13. 使分式 $\frac{3x-1}{x+2}$ 无意义的 x 的值,能使下列分式值为零的是()

A. $\frac{x^2-4}{x+2}$ B. $\frac{x^2-4}{x-2}$

C. $\frac{|x|-2}{x^2-4}$ D. $\frac{|x|-2}{(x+2)^2}$

三、解答题(14题5分,15题10分,16题20分,17,18,19每题5分,20题6分,共56分)

14. 当 $x=-1$ 时,分式 $\frac{x+a}{x-a}$ 的值为零,求 a .

15. 不改变分式的值,把下列分式的分子与分母的各项系数化为整数,且最高次项系数为正数.

(1) $\frac{\frac{3}{4}x+0.25}{\frac{1}{2}x^2-2x}$

(2) $\frac{-\frac{1}{3}x-2}{-\frac{1}{2}x+3}$

学习札记

16. 不改变分式的值,使下列各组里第二个分式的分母和第一个分式的分母相同.

$$(1) \frac{3x-2}{x^2-7x+6}, \frac{3-2x}{-x^2+7x-6}$$

$$(2) \frac{2x}{(x-2)(x+3)}, \frac{x-3}{(2-x)(3+x)}$$

$$(3) \frac{x+1}{2x(x-4)^2}, \frac{3x}{x(4-x)^2}$$

$$(4) \frac{10x}{(x-5)(2x+1)}, \frac{x}{2x+1}$$

18. x 为何值时,分式 $\frac{x^2+2x+1}{x-2}$ 的值为负数?

19. 当 x 为何值时,分式 $\frac{2x+3}{1+3x}$ 的值为 -2?

20. 已知分式 $\frac{|y|-2}{y^2-y-2}$ 的值为零,求 y 的值.

17. 当 x 与 y 满足什么条件时,等式 $\frac{3(x-y)}{5(x-y)} = \frac{3}{5}$ 恒成立?为什么?



第21章

分式



§ 21.3

分式的运算(A卷)



基础巩固题

- 分式乘以分式,用_____做分子,_____做分母;分式除以分式,把_____颠倒位置后,与被除式_____.
- 分式的乘方,即把_____.
- 同分母分式相加减:_____.
- 异分母分式相加减:_____.
- 分式 $\frac{75a^2b^3c}{25b^2cd}$ 的分子与分母中都有字母因式_____,约分后得_____.
- $\textcircled{1} (3xy^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\textcircled{2} (\frac{y}{-2x})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $\textcircled{3} (\frac{-2a}{c^2})^3 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\textcircled{4} (\frac{x^2-2x}{x^3})^n = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a+b}$ 的最简公分母是_____.
- $\frac{3}{x-4}, \frac{24}{x^2-16}$ 的最简公分母是_____.
- 分式 $\frac{a}{6b^2c}, \frac{b}{3a^2c^2}, \frac{c}{4ab}$ 的最简公分母是_____.
- 分式 $\frac{2a}{yz}, \frac{a+b}{a^2+b^2}, \frac{(x+y)^2}{xy-y^2}, \frac{y^2+y-2}{y^2+4y+4}$ 中,最简分式有()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个



强化提高题

- 约简分式 $\frac{c^2-d^2}{-c-d}$ 后得()
A. $c+d$ B. $-c-d$ C. $c-d$ D. $-c+d$
- 若分式 $\frac{3a-9}{a^2-a-6}$ 的值恒为正,则 a 的取值范围是()
A. $a < -2$ B. $a \neq 3$
C. $a > -2$ D. $a > -2$ 且 $a \neq 3$

13. 计算 $\frac{x^2-4}{x^2+2x+1} \div (x+2) \cdot \frac{x^2+3x+2}{x-2}$ 等于()

- A. $-\frac{x+1}{x+2}$ B. $\frac{x+1}{x+2}$
C. $-\frac{x+2}{x+1}$ D. $\frac{x+2}{x+1}$

14. $(-\frac{b^2}{a})^{2n}$ 的值是()

- A. $\frac{b^{2n+2}}{a^{2n}}$ B. $-\frac{b^{2+2n}}{a^{2n}}$
C. $-\frac{b^{2+2n}}{a^{1+2n}}$ D. $\frac{b^{4n}}{a^{2n}}$

15. 计算:

① $\frac{5x-17}{x-5} - \frac{3x-23}{5-x}$

② $\frac{x+y}{x-y+z} + \frac{x+z}{y-x-z} - \frac{y+z}{z+x-y}$

③ $\frac{x^2+2x}{1+x} \div (x - \frac{2}{x+1})$

学习札记

$$\textcircled{4} (xy - 1 - \frac{2}{xy}) \cdot (1 + \frac{1}{xy}) \cdot \frac{x^2y^2}{x^2y^2 + 2xy + 1}$$

17. 计算 $(1 + \frac{y}{x}) \div (1 - \frac{y}{x})$ 的结果是()

- A. $\frac{x+y}{x-y}$
B. $\frac{x-y}{x+y}$
C. 1
D. -1

18. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则 $\frac{5x+xy-5y}{x-xy-y}$ 的值_____.

19. 若 $\frac{x-5}{4-x}$ 的值和 $\frac{4-2x}{x-4}$ 的值相等, 则 x 的值是_____.



中考模拟题

$$\textcircled{5} (\frac{1}{x} - \frac{x-3}{1-x} + \frac{2}{x^2-x}) \div (1 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2})$$

20. 当 $4x = 5y$ ($y \neq 0$), 则 $\frac{x^2-y^2}{y^2}$ 的值等于()

- A. $-\frac{1}{5}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{9}{16}$
D. $-\frac{9}{25}$

21. 若 $1 < x < 2$, 则 $\frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x|}{x} =$ _____.

22. 已知 $3a^2 + ab - 2b^2 = 0$, 求 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - \frac{a^2+b^2}{ab}$ 的值.

$$\textcircled{6} \frac{1}{2a-b} - \frac{1}{2a+b} - \frac{2b}{4a^2-b^2}$$

23. 化简 $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \div \frac{4x}{2-x}$ 的结果是_____.
(2004年湖北黄冈)

24. 计算 $(x-y + \frac{4xy}{x-y})(x+y - \frac{4xy}{x+y})$ 的正确结果是()
(2004年湖北武汉)

- A. $y^2 - x^2$
B. $x^2 - y^2$
C. $x^2 - 4y^2$
D. $4x^2 - y^2$

25. 计算 $\frac{x-2}{4x(x-1)+1} \div \frac{x^2-2x}{2x-1} + \frac{1}{x}$ (2004年四川巴中)

26. 化简 $(\frac{a-1}{a^2-4a+4} - \frac{a+2}{a^2-2a}) \div (\frac{4}{a} - 1)$. (2004年山东泰安)



课外延伸题

16. 如果 $a+b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq 0$, 那么 ab 的值为()

- A. 1
B. 0
C. -1
D. 不能确定



学习札记

§ 21.3

分式的运算(B卷)

一、填空题(每空2分,共24分)

1. 计算:

(1) $-\frac{24a^3b^3c^2}{18a^2b^2c} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $\frac{\frac{3}{2}a^2-\frac{2}{3}b^2}{\frac{3}{10}a^2-\frac{2}{15}b^2} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $(-\frac{x^4}{y^2})^2 \cdot 2x^6y = \underline{\hspace{2cm}}$;

(5) $\frac{5x^3}{2y^2} \cdot \frac{3x}{yz^3} \cdot \frac{4y^3}{15x^5} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(6) $\frac{a+b}{x+2y} + \frac{a-b}{x-2y} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(7) $\frac{a}{m-n} - \frac{b}{n-m} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(8) $\frac{x}{3a^2b} + \frac{a}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 化简 $(x - \frac{1}{x}) \cdot \frac{x}{1-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 化简 $(1 - \frac{y}{x})^3 \cdot (\frac{x}{y-x})^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 当 $x = -8$, $y = \frac{1}{2}$ 时, 分式 $\frac{x^2-4}{xy-x+2y-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则 $\frac{2x+3xy-2y}{x-xy-y}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题(每题2分,共16分)

6. 分式: $\frac{(a^2-b^2)^2}{(a^2+b^2)^2}, \frac{b^{m+1}}{b^{n-2}}, \frac{47a^2}{376b^2}, \frac{3x+2y}{2x+3y}$ 中, 最简分式有()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

7. 若 a, b 和 $b + \frac{1}{a}$ 都不为零, 则 $\frac{a+\frac{1}{b}}{b+\frac{1}{a}}$ 的值为()

- A. $\frac{a}{b}$ B. -1 C. $\frac{b}{a}$ D. 1

8. 化简 $\frac{x^2+1}{x} \cdot \frac{y^2+1}{y} + \frac{x^2-1}{y} \cdot \frac{y^2-1}{x}$ 所得的结果是()

- A. 1 B. $2xy$
C. $\frac{2x}{y} + \frac{2y}{x}$ D. $2xy + \frac{2}{xy}$

9. $m \div (\frac{1}{m} - \frac{1}{n})$ 等于()

- A. $\frac{m^2n}{m-n}$ B. $\frac{m^2n}{n-m}$

C. $m^2 - mn$ D. $mn - m^2$

10. 分式 $\frac{x^2+2xy+y^2-z^2}{x^2+2xz+z^2-y^2}$ ()

A. 不可以约分

B. 可约分得 1

C. 可约分得 $\frac{x-y+z}{x+y-z}$ D. 可约分得 $\frac{x+y-z}{x-y+z}$

11. 当 $(a+1)^2 > 4 - a(1-a)$, 则 $\frac{|a-1|}{a-1}$ 的值是()

- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 无法确定

12. 能使分式 $\frac{5x^2-20x+20}{(x-2)^3}$ 的值为正整数的整数 x 是()

- A. 1 B. 1 或 -3
C. 3 或 7 D. 3

13. 当 $m < 0$ 时, 计算 $\frac{|m^3|-m^2}{m} \div |m|$ 的结果是()

- A. - $m+1$ B. - $m-1$
C. $m+1$ D. $m-1$

三、计算题(每题5分,共30分)

14. $(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2}) \div (\frac{1}{x} - \frac{1}{a})$

15. $\frac{4x+12}{x^2-2x-8} \div (\frac{5}{x+2} - x+2)$

16. $\frac{a^2+2a+1}{a^3-a} \cdot \frac{a}{a+1}$

17. $\frac{3b^2}{5a^2} \div (-2ab^2)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3a}\right) \div \left(\frac{b}{2a^2}\right)^3$

18. $\frac{x}{x-2} - \frac{1+x^2}{x^2-5x+6}$

19. $(a-b) \cdot \frac{a^2}{a^2-b^2} + \frac{b^2}{a+b} + (2a^2b+2ab^2) \div (a^2+b^2+2ab)$

21. 已知 $a^2 + b^2 - 10a - 6b + 34 = 0$, 求 $\frac{a+b}{a-b}$ 的值.

22. 已知 $x = 18, y = -10$,

求 $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{y^2}{x+y} - \frac{x^4y}{x^4-y^4} \div \frac{x^2}{x^2+y^2}$ 的值.

23. 已知 $3x - 4y - z = 0, 2x + y - 8z = 0$,

求 $\frac{x^2+y^2+z^2}{xy+yz+2xz}$ 的值.

学习札记

四、化简题(20题6分, 21~23每题8分, 共30分)

20. 已知 $\frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$, 求分式 $\frac{2x^2-2y^2+5z^2}{xy+yz+zx}$ 的值.



第21章

分式



§ 21.4

可化为一元一次方程的分式方程(A卷)

**基础巩固题**

- _____里含有未知数的方程叫做_____.
- 解分式方程的关键是设法去掉方程中分式部分的_____，把分式方程转化为_____.
- 在方程变形时，有时可能产生不适合_____的根，这种根叫做_____方程的_____根.
- 在分式方程的两边都乘以_____，约去_____，就将分式方程化成了_____方程.
- 解分式方程 $\frac{10}{x^2 - 1} = \frac{3}{x - 1} + \frac{2}{x + 1}$ 得 $x = 1, 1$ 是原方程的_____.
- 方程 $\frac{x}{x-5} = \frac{x-2}{x-6}$ 的解是_____.
- 在下列关于 x 的方程中，是分式方程的是()

 - A. $\frac{x-1}{3a} = 2-x$
 - B. $\frac{m+n}{x} = 2 + \frac{3+n}{x}$
 - C. $\frac{2+x}{5} = 3 + \frac{3+x}{6}$
 - D. $\frac{x}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b}{a} - \frac{x}{b}$

- 在解方程 $\frac{7}{x^2+x} - \frac{3}{x-x^2} = 1 + \frac{7-x^2}{x^2-1}$ 中，几个分母的最简公分母为()

 - A. $(x-x^2)(x^2+x)(x^2-1)$
 - B. $x(x+1)(x-1)$
 - C. $x(x+1)$
 - D. $x(x-1)$

- 方程 $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$ 的根是()

 - A. 1
 - B. -1
 - C. 1或-1
 - D. 无解

- 观察方程 $\frac{x^2-9}{x^2+9} = 0$ 的解的情况是()

 - A. 有两个解
 - B. 唯一解
 - C. 无穷多解
 - D. 无解

- 一项工程，甲独做需30天完成，乙独做比甲多10天，求两人合作需要的天数. 如果设两人合作需 x 天完成，所列方程为()

 - A. $\frac{1}{30} + \frac{1}{40} = x$
 - B. $30 + 40 = x$
 - C. $30 + 40 = \frac{1}{x}$
 - D. $\frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{1}{x}$

**强化提高题**

- 解下列关于 x 的方程：

$$\textcircled{1} \quad \frac{3}{4x-8} = \frac{1}{3x-6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3x-6}{x^2+x-6} = \frac{4x+4}{x^2-3x-4}$$

- 一只船在 A, B 两地间航行，顺流航行所需时间是逆流航行所需时间的 $\frac{4}{5}$ ，已知船在静水中速度为14 km/h，求水流速度.

**课外延伸题**

- 若关于 x 的方程 $\frac{a}{x-3} = \frac{4-x}{x-3} - 2$ 有增根，求 a 的值.
- 甲工人的工作效率是乙工人的 $2\frac{1}{2}$ 倍，他们同时各加工1500个零件，甲比乙提前18 h完工，问他们每人每小时各加工几个零件.



中考模拟题

16. 已知 $x = \frac{1-a}{1+a}$, $y = \frac{3}{2a}$, 用含 x 的代数式表示 y , 并求当 $x=2$ 时, y 的值.

17. 一名同学计划步行 30 km 到 A 地, 因情况变化改骑自行车, 骑车的速度是步行的 1.5 倍时, 才能按要求提前 2 小时到达, 求骑自行车的速度.

19. 阅读材料, 并完成下列问题.

不难求得方程 $x + \frac{2}{x} = 3 + \frac{2}{3}$ 的解是 $x_1 = 3, x_2 = \frac{2}{3}$; $x + \frac{2}{x} = 4 + \frac{2}{4}$ 的解是 $x_1 = 4, x_2 = \frac{2}{4}$; $x + \frac{2}{x} = 5 + \frac{2}{5}$ 的解是 $x_1 = 5, x_2 = \frac{2}{5}$.

(1) 观察上述方程及其解, 可猜想关于 x 的方程 $x + \frac{2}{x} = a + \frac{2}{a}$ 的解是 _____.

(2) 试用求出关于 x 的方程 $x + \frac{2}{x} = a + \frac{2}{a}$ 的解的方法证明你的猜想.

(3) 利用你的猜想的结论, 解关于 x 的方程.

$$\frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = a + \frac{2}{a - 1}. \quad (\text{2004 年福建莆田})$$

学习札记