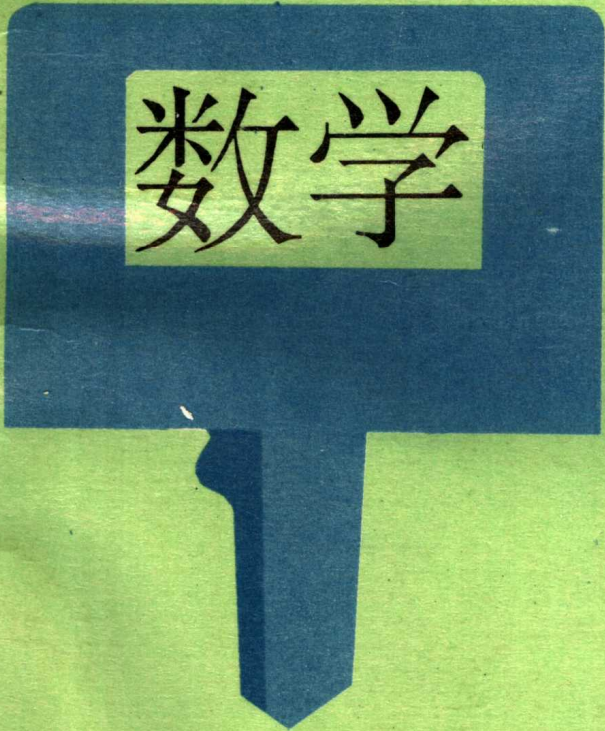


知识 · 技巧 · 能力

初中重点难点综析



数学

开 明 出 版 社

初中数学 重点难点综析

乔家瑞 主编

开明出版社

京新登字第 104 号

主 编 乔家瑞 赵永明
副 主 编 赵士民 焦向英 裘大彭
编 委 王丽华 王树森 齐平昌 乔家瑞
周誉嵩 胡云琬 赵士民 赵大鵬
赵永明 范瑞祥 郭义达 焦向英
裘大彭 裘伯川
常委编委 赵永明

初中数学
重点难点综析
乔家瑞 编
袁佩林 冯士腾

*

开明出版社出版

(北京海淀区车公庄路 19 号)

新华书店经销 北京师范学院印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 15.75 字数: 338 千

1992 年 7 月第一版 1992 年 7 月第一次印刷

印数: 1—22000 册 定价: 6.70 元

ISBN7—80077—280—2/G·204

前 言

我们的目的是：让学生“会学”，会学！

本书编写时充分考虑了教育改革的发展趋向：应试教育转向素质教育，即将施行的一纲八本的教材建设，升学考试制度向会考加升学考试的演变……研究新旧教学计划及教学大纲的异同；研究了历年中、高考范围的变更情况及发展趋势；分析了中、高考及教学中普遍存在的问题。

我们认为基础教育的目标是素质教育。素质教育是为四化建设培养多层次建设人才的需要，是教育的根本。素质教育是比应试教育要求更高的教育目标。一纲八本及考试制度的改革是四化建设人才培养的保障，有利于学生的全面发展和合理分流后潜能的发挥。

编写本书的目的不仅仅是让学生“学会”，更主要的是让学生“会学”，会学！

编写本书的宗旨是：在教学改革形势多变的情况下，以提高学生的能力素质为基础，以教学大纲为纲，放眼未来，立足基础知识，把握重点，突破难点，重在传授学习方法、研究方法，使学生跳出题海，以形成利用基础知识进行科学思维，应对千变万化、错综复杂的情况的能力，即要使具有较强的发展潜力和能力。

因此，我们在编写本书时：一、以培养、提高学生的能力为

主导思想,处处注意传授学习方法、研究方法,以便学生从“学会”走向“会学”,掌握开启知识宝库的金钥匙。二、从初、高中本学科的整体知识出发,立足全局,分章编写,纵横联系,合中有分,分中有合,以帮助学生构成立体知识网络。三、精选例题,以典型例题及近年中,高考试题为例进行题意分析、思路分析、正误对比,以达到举一反三,从错误中吸取经验教训,最终冲出题海,培养出“以不变应万变”的能力。“理想的书籍是智慧的钥匙。”我们希望本书能使学生“学会”并“会学”。为此,我们也作了一番努力,但效果如何还有待于时间考验。希望读者提出宝贵意见,对不妥之处予以指正,以便修订再版。

编 者

目 录

第一编 代数

第一章 有理数	(1)
一、基本知识概述	(1)
二、重点知识分析	(9)
三、难点知识分析.....	(16)
四、重点和难点知识综合运用分析.....	(25)
五、提示与答案.....	(29)
第二章 整式的加减	(31)
一、基本知识概述.....	(31)
二、重点知识分析.....	(33)
三、难点知识分析.....	(38)
四、重点和难点知识综合运用分析.....	(42)
五、提示与答案.....	(49)
第三章 一元一次方程	(51)
一、基本知识概述.....	(51)
二、重点知识分析.....	(54)
三、难点知识分析.....	(62)
四、重点和难点知识综合运用分析.....	(69)
五、提示与答案.....	(75)
第四章 二元一次方程组	(76)

一、基本知识概述	(76)
二、重点知识分析	(79)
三、难点知识分析	(86)
四、重点和难点知识综合运用分析	(90)
五、提示与答案	(94)
第五章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(96)
一、基本知识概述	(96)
二、重点知识分析	(102)
三、难点知识分析	(109)
四、重点和难点知识综合运用分析	(112)
五、提示与答案	(118)
第六章 整式的乘除	(120)
一、基本知识概述	(120)
二、重点知识分析	(127)
三、难点知识分析	(136)
四、重点和难点知识综合运用分析	(140)
五、提示与答案	(145)
第七章 因式分解	(146)
一、基本知识概述	(146)
二、重点知识分析	(149)
三、难点知识分析	(157)
四、重点和难点知识综合运用分析	(161)
五、提示与答案	(167)
第八章 分式	(169)
一、基本知识概述	(169)
二、重点知识分析	(171)

三、难点知识分析	(182)
四、重点和难点知识综合运用分析	(187)
五、提示与答案	(195)
第九章 数的开方	(197)
一、基本知识概述	(197)
二、重点知识分析	(202)
三、难点知识分析	(206)
四、重点和难点知识综合运用分析	(210)
五、提示与答案	(212)
第十章 二次根式	(213)
一、基本知识概述	(213)
二、重点知识分析	(219)
三、难点知识分析	(224)
四、重点和难点知识综合运用分析	(227)
五、提示与答案	(232)
第十一章 一元二次方程	(233)
一、基本知识概述	(233)
二、重点知识分析	(240)
三、难点知识分析	(249)
四、重点和难点知识综合运用分析	(252)
五、提示与答案	(257)
第十二章 指数	(260)
一、基本知识概述	(260)
二、重点知识分析	(264)
三、难点知识分析	(269)
四、重点和难点知识综合运用分析	(272)

五、提示与答案	(277)
第十三章 函数及其图像	(279)
一、基本知识概述	(279)
二、重点知识分析	(286)
三、难点知识分析	(292)
四、重点和难点知识综合运用分析	(296)
五、提示与答案	(303)
第十四章 统计初步	(306)
一、基本知识概述	(306)
二、重点知识分析	(309)
三、提示与答案	(318)
第十五章 解三角形	(320)
一、基本知识概述	(320)
二、重点知识分析	(326)
三、难点知识分析	(333)
四、重点和难点知识综合运用分析	(337)
五、提示与答案	(343)

第二编 平面几何

第一章 直线、相交线与平行线	(346)
一、基本知识概述	(346)
二、重点知识分析	(350)
三、难点知识分析	(355)
四、重点和难点知识综合运用分析	(361)

五、提示与答案	(364)
第二章 三角形	(367)
一、基本知识概述	(367)
二、重点知识分析	(373)
三、难点知识分析	(380)
四、重点和难点知识综合运用分析	(385)
五、提示与答案	(392)
第三章 四边形	(394)
一、基本知识概述	(394)
二、重点知识分析	(397)
三、难点知识分析	(404)
四、重点和难点知识综合运用分析	(412)
五、提示与答案	(422)
第四章 相似形	(423)
一、基本知识概述	(423)
二、重点知识分析	(425)
三、难点知识分析	(434)
四、重点和难点知识综合运用分析	(441)
五、提示与答案	(456)
第五章 圆	(458)
一、基本知识概述	(458)
二、重点知识分析	(467)
三、难点知识分析	(474)
四、重点和难点知识综合运用分析	(477)
五、提示与答案	(488)

第一编 代数

第一章 有理数

一、基本知识概述

1. 教学目标

(1)理解负数、相反数、绝对值等概念,能把有理数正确分类,会用数轴上的点表示有理数.

(2)能熟练地比较有理数的大小.

(3)能熟练地进行有理数的加、减、乘、除、乘方运算,并能使用运算律简化运算.

(4)初步理解有关近似数的概念,会查平方表和立方表.

(5)初步了解数的概念的发展是客观实际的需要,并从加法和减法、乘法和除法的关系了解相互转化的思想.

2. 主要知识点及其内在联系

本章内容分为两部分:

(1)首先通过实例,说明在现实世界中许多具有相反意

义的量,而算术里的数只能表示量的大小,不能同时表示量的相反意义.为了区别具有相反意义的量,必须引进负数,从而把数的范围扩充到有理数.然后通过对数轴、相反数的认识,引入了有理数的绝对值概念,以及有理数大小比较的法则,从而为学习有理数运算作好充分准备.

(2)全面研究了有理数的加法、减法、乘法、除法、乘方的运算法则,同时还介绍了有理数的加法和乘法的运算定律,以简化有理数运算.

为了学好本章内容,必须及时地建立有理数概念.在建立有理数概念时,借助于数轴这个工具是十分有益的,这样就比较容易理解相反数、绝对值等重要概念和建立有理数大小比较法则.而上述概念和法则是学习本章不可缺少的基础知识.下面将这些知识点加以详细分析、比较:

①正数和负数

例1 把下列各数填在相应的集合中:

$$\frac{3}{5}, 0, 4\frac{2}{7}, -20, 15, -0.72, -0.\dot{1}\dot{6}.$$

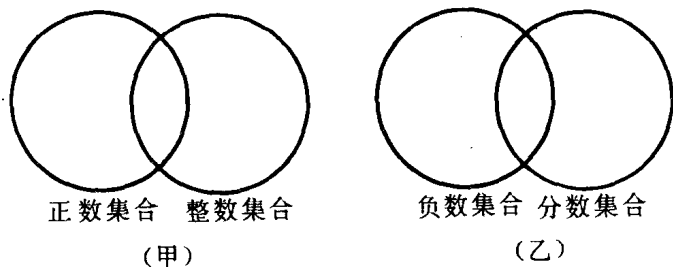


图 1-1-1

分析 有的有理数既属于正数集合又属于整数集合,如

15; 有的有理数既属于负数集合又属于分数集合, 如 -0.72 和 $-0.\dot{1}6$, 这样的数应填在两个集合的相交部分.

解 (略).

例 2 判断正误:

- (1) 正数和负数统称为有理数.
- (2) 正数中有最小者(); 正整数中有最小者().
- (3) 负数中有最大者(); 负整数中有最大者().
- (4) 正有理数和零总称为非负有理数().

分析 有理数包括正整数、零、负整数、正分数和负分数. 显然说有理数非正即负是错误的. 要特别注意零的特殊意义, 它既不是正数也不是负数, 但零是整数. 所以正整数中有最小者 1, 负整数中有最大者 -1 , 而正数没有最小者, 负数没有最大者.

解 (1) $\times$ (2) $\times$; $\checkmark$; (3) $\times$; $\checkmark$; (4) $\checkmark$.

② 相反数和倒数

例 1 判断正误:

- (1) 符号不同的两个数叫相反数().
- (2) 一个数的相反数一定是负数().
- (3) 任何一个有理数都有相反数().
- (4) 如果两个数互为相反数, 那么这两个数的和等于零().
- (5) -7 是相反数().

分析 要准确地掌握相反数的概念“只有符号不同的两个数叫相反数”, 显然它揭示了两个有理数的关系, 其中“只有”两个字非常重要, 如果丢掉了这个条件, 那么 -7 和 $+5$ 也就互为相反数了, 这显然是错误的, 并且一个数不能称为相反

数,而应该说 -7 和 $+7$ 互为相反数,这才指的是两个数的关系.定义中附加的“零的相反数是零”是定义的补充,是定义的不可缺少的组成部分,从这个意义看,“一个数的相反数一定是负数”也是错误的.

解 (1) $\times$; (2) $\times$; (3) $\checkmark$; (4) $\checkmark$; (5) $\times$.

例2 用同一个数轴上的点表示下列各数:

(1) $4\frac{1}{2}$ 的相反数; (2) $-1\frac{1}{4}$ 的倒数;

(3) $-\frac{2}{3}$ 的相反数的倒数; (4) $\frac{3}{5}$ 的倒数的相反数.

分析 数轴是一个重要的概念,它是由原点、正方向和单位长度三个要素构成的,三者缺一不可.只有具备了这三个要素的直线才是数轴.通过数轴说明相反数、绝对值等概念既形象又直观.

解 (1) $4\frac{1}{2}$ 的相反数是 $-4\frac{1}{2}(A)$;

(2) $-\frac{1}{4}$ 的倒数是 $-\frac{4}{5}(B)$;

(3) $-\frac{2}{3}$ 的相反数的倒数是 $\frac{3}{2}(C)$;

(4) $\frac{3}{5}$ 的倒数的相反数是 $-\frac{5}{3}(D)$.

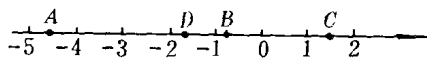


图 1-1-2

例3 写出下列各数的相反数和倒数,并总结:

(1)哪些有理数的相反数比它本身大?

(2)哪些有理数的倒数比它本身大?

原数	-3	-2	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	2	3	$\frac{2}{5}$
原数的 相反数													
原数的 倒数													

分析 考虑与相反数有关的问题时,往往把有理数分成正有理数、零和负有理数三种情况分别讨论.

考虑与倒数有关的问题时,往往把有理数分成小于-1;等于-1;大于-1且小于1,并且不等于0;等于1;大于1五种情况分别讨论.

解 (1)负数的相反数比这个负数本身大;

(2)小于1的正数或小于-1的负数的倒数比它本身大.

③绝对值

例1 填空:

(1)1992的绝对值等于_____,绝对值等于1992的正数是_____,绝对值等于1992的负数是_____,绝对值等于1992的有理数是_____.

(2)绝对值小于 $3\frac{1}{10}$ 的整数有_____个,它们是_____.

(3)绝对值大于1.5而小于3.9的整数有_____.

(4)在-12和3之间(包括-12和3),且绝对值大于7的整数有_____.

分析 求一个数的绝对值,可以根据“一个正数的绝对值

是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。”直接求出，答案是唯一的，并且一定是一个非负数。但求一个数使它的绝对值等于某一个正数，答案不一定是唯一的，要注意它的双值性。

解 (1) 1992; 1992; -1992; ± 1992 .

(2) $\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$, 共 7 个.

(3) $\pm 3, \pm 2$.

(4) -8, -9, -10, -11, -12.

例 2 判断正误:

(1) 正数的绝对值等于它本身(); 如果一个数的绝对值等于它本身, 那么这个数一定是正数().

(2) 一个数的绝对值一定不是负数(); 一个数的绝对值一定是正数().

(3) 如果两个数相等, 那么这两个数的绝对值相等(); 如果两个数的绝对值相等, 那么这两个数相等().

解 (1) $\checkmark$; $\times$. “零的绝对值是零”也应包括在“等于本身”之中.

(2) $\checkmark$; $\times$. 不应忽略零的绝对值是零而不是正数.

(3) $\checkmark$; $\times$. 两个数的绝对值相等时, 这两个数的大小关系应有两种可能: 一是两数相等; 二是这两数互为相反数.

④有理数大小的比较

例 1 比较 -0.42 和 $-\frac{3}{7}$ 的大小.

分析 比较两个负数的大小时, 可先比较这两个负数的绝对值的大小, 再根据“两个负数, 绝对值大的反而小”得出结论.

$$\text{解法一} \because |-0.42| = 0.42 = \frac{21}{50} = \frac{147}{350},$$

$$|-\frac{3}{7}| = \frac{3}{7} = \frac{150}{350},$$

$$\text{又} \because \frac{147}{350} < \frac{150}{350},$$

$$\therefore -0.42 > -\frac{3}{7}.$$

$$\text{解法二} \because |-0.42| = \frac{21}{50}, |-\frac{3}{7}| = \frac{3}{7} = \frac{21}{49},$$

$$\therefore \frac{21}{50} < \frac{21}{49},$$

$$\therefore -0.42 > -\frac{3}{7}.$$

$$\text{解法三} \because |-0.42| = 0.42, |-\frac{3}{7}| = \frac{3}{7} = 0.428571\cdots,$$

$$\text{又} \because 0.42 < 0.428571\cdots,$$

$$\therefore -0.42 > -\frac{3}{7}.$$

例2 比较 $-\frac{17}{25}$, $-\frac{7}{10}$ 和 $-\frac{2}{3}$ 的大小.

$$\text{解} \because |-\frac{17}{25}| = \frac{17}{25} = \frac{68}{100} = 0.68, |-\frac{7}{10}| = 0.7, |-\frac{2}{3}| = 0.666\cdots,$$

$$\text{且 } 0.666\cdots < 0.68 < 0.7,$$

$$\therefore -\frac{2}{3} > -\frac{17}{25} > -\frac{7}{10}.$$

反馈题

1. 填空:

(1) 在 $-7.2, -5, -1, -\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2}, 1, 3, 4\frac{1}{3}$ 中, 有相反数