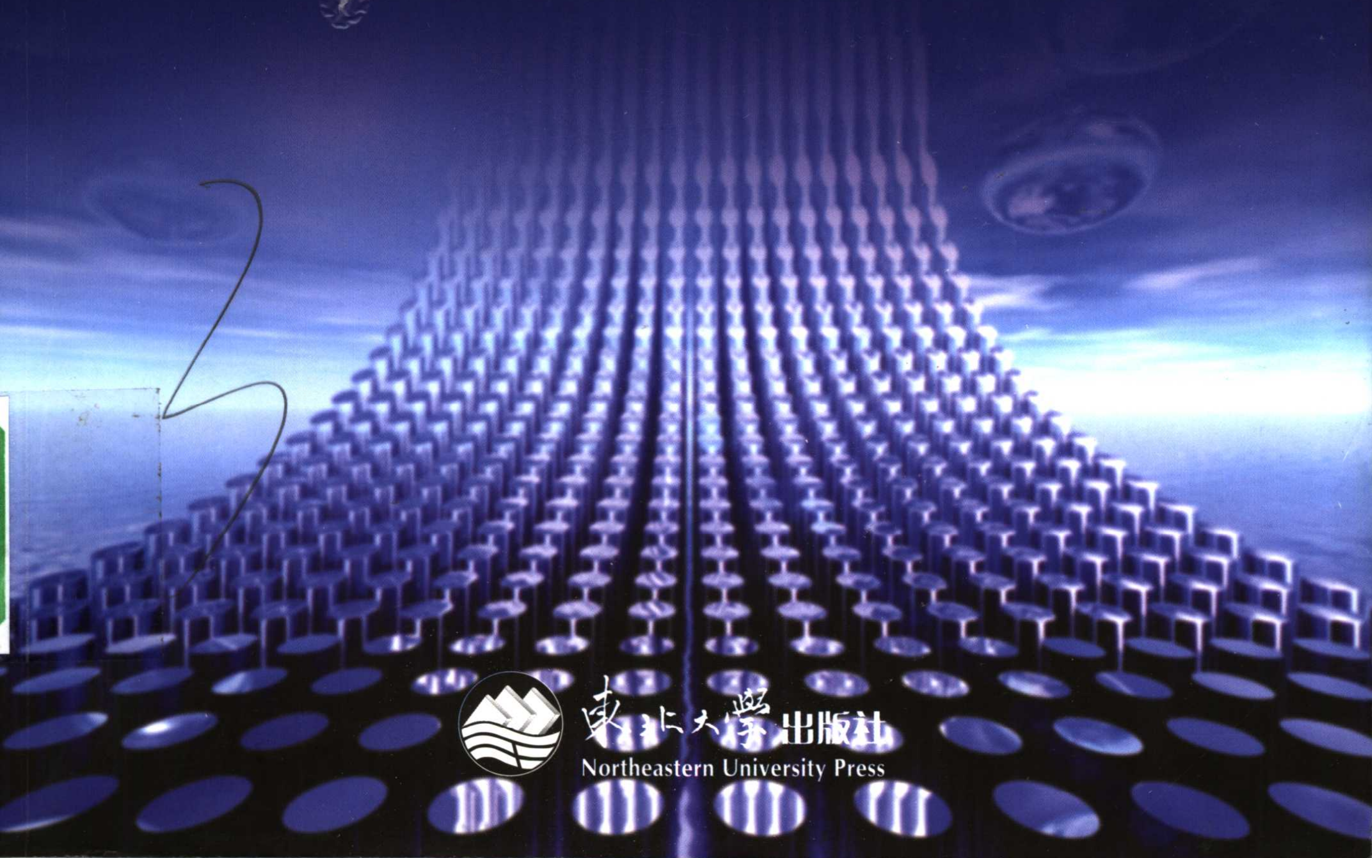
力学与电磁学

姜廷玺　宋根宗　编著

MECHANICS AND ELECTROMAGNETISM



東北大學出版社
Northeastern University Press

东北大学资助

力学与电磁学

姜廷玺　宋根宗　编著

东北大学出版社
·沈　阳·

图书在版编目（CIP）

力学与电磁学 / 姜廷玺，宋根宗编著 .— 沈阳 ：东北大学出版社，2006.1
ISBN 7-81102-232-X

Ⅰ. 力… Ⅱ. ①姜… ②宋… Ⅲ. 力学-高等学校-教材 ② 电磁学-高等学校-教材
Ⅳ. ①O3 ②O441

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 002087 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部） 83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部） 83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：//www.neupress.com
印 刷 者：沈阳农业大学印刷厂
发 行 者：东北大学出版社
幅面尺寸：184mm×260mm
印　　张：19.5
字　　数：499 千字
出版时间：2006 年 1 月第 1 版
印刷时间：2006 年 1 月第 1 次印刷
责任编辑：冯淑琴　　　责任校对：海　波
封面设计：唐敏智　　　责任出版：杨华宁

定　　价：30.00 元

前　　言

无论科学技术发展到何种程度，力学与电磁学都仍将是物理学乃至整个自然科学的基本组成部分，这是毫无疑问的.

力学与电磁学是理工科大学生的重要基础课. 本书力图在不涉及理论物理的前提下对力学与电磁学中最基本的规律给出严谨而简洁的阐述. 为此，书中广泛运用了矢量运算. 多数教材将矢量运算的介绍在书后的附录中给出，然而学生是很少去看附录的. 本书将其放在第0章，作为正式内容向学生讲授，可以收到一劳永逸的效果.

本书是作者多年教学经验和教学研究的结晶，书中对很多问题的观点和证法是其他教材中没有提到或没有讲透的. 大致有如下几处：

给出了求切向加速度的点乘法.

给出了求抛体落地点问题的地面方程概念.

对能量守恒定律在宇宙发展过程中是否严格成立提出了自己的见解.

以新的方式处理刚体转动定律的推导.

用矢量运算给出了几种保守力做功的简明推导.

给出了刚体内力永不做功的严格证明.

强调了功的定义中“位移”应是“受力作用的质点的位移”而不是“作用点的位移”.

用简单明晰的方式给出了机械波多普勒效应的普遍表达式，并指出通用教材中对“连线”的理解是错误的.

强调指出相对论中的动钟变慢效应是一系统中的一只钟与另一系统中两只钟相比较的结果，明确指出动钟变慢与电磁波多普勒效应的区别. 这个问题在关于相对论的习题中多年来一直是含混不清的.

讨论了均匀带电圆盘圆心处的电场强度是 $E=0$ 还是 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 的问题.

给出了导体静电平衡时电荷分布的几条重要结论.

给出了最大磁通原理.

定量讨论了“洛仑兹力是安培力的微观本质，但洛仑兹力不做功而安培力却做功”的佯谬.

给出了动生电动势的普遍推导.

给出了安培力做功的普遍而简洁的推导.

为了不增加课程负担，有些内容安排在附录中，供有兴趣的读者参考.

本书适用于理科各专业及师范类物理系本科生，也可供相应的教师参考. 对应课时为80～88学时.

由于作者水平所限，错误之处在所难免，望读者批评指正.

编著者

2006.1.4

目　　录

没有数学，科学是难以想象的，因为数学给科学以定量特征和预言能力.

[美]K.W.FORD:《经典和近代物理学》(1974)

物理学是一门定量的科学，需要用数学来表达它的概念.……对于自然科学家和工程师来说，数学是一个工具，其重要性次于对物理概念的理解.

[美]M.Alonso, E.J.Finn:《大学物理学基础》

运用矢量方法能够以十分简明、精辟的方式来讨论物理现象.将物理定律运用到具体情况时，其结果显然不应依赖于我们所选择的坐标系的种类及坐标原点的位置.矢量的应用使我们得出的结果与所选用的坐标系的特点无关.因此，可以确信，不管我们选择哪个最方便的坐标系来描述某个特定的问题，物理定律都可以得到正确表达，而且，由于使用矢量符号，即使十分复杂的结果也可以用非常简练的方式来表述.

把……基本物理关系用更为雄辩的矢量符号来记录，这种记法之所以有用，不仅是由于它会使方程看起来比较简单，而且它也能在无需参考任何一个随意选取的坐标系的情况下最清楚地表明方程的物理内容.

[美]R.P.费曼:《费曼物理学讲义》

第 0 章　矢量运算初步

0.1　矢量及其加减法

0.1.1　标量与矢量

1. 标量

定义：只用数字及单位即可完全确定的物理量称为标量.

标量可正可负，其运算遵从代数运算法则.

物理学中常见的标量有温度、质量、密度和能量等.

纯数也可以看成标量.

2. 矢量

定义：用数字及单位与在空间中的一定方向才能确定其性质，并遵从平行四边形法则的物理量称为矢量.

物理学中常见的矢量有位移、速度、加速度、力等.

3. 矢量的表示

矢量通常用如下几种符号表示：

粗体外文字母，例如 $\boldsymbol{A}$，常用于印刷材料中；

带箭头的斜体字母，例如 $\vec{A}$或 $\vec{A}$，常用于手书材料中；

带箭头的两个并排字母，例如$\overrightarrow{PQ}$，表示该矢量为起于 P 点而止于 Q 点的有向线段.

在图解上矢量可表为有特定指向的线段，其长度表示矢量的大小，其箭头方向表示矢量的方向.（见图 0-1）

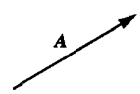


图 0-1　矢量

4. 矢量的模及单位矢量

矢量的数值（连同单位）称为矢量的大小或模，记为

$$|\boldsymbol{A}|, |\vec{A}|, |\vec{A}| \quad 或 \quad A;或 \quad |\overrightarrow{PQ}| \quad 及 \quad \overline{PQ}$$

与矢量 $\boldsymbol{A}$ 方向相同、大小为 1（无单位）的矢量称为 $\boldsymbol{A}$ 方向的单位矢量，记为 $\boldsymbol{e}_A$，$\vec{e}_A$，$\vec{e}_A$ 或$\frac{\boldsymbol{A}}{A}$，$\frac{\vec{A}}{A}$等.

显然，一个矢量可以表示为其模与单位矢量的乘积

$$\boldsymbol{A} = A\boldsymbol{e}_A \tag{0-1}$$

5. 相等矢量及相反矢量

若两个矢量的模相等且方向相同，则称这两个矢量为相等矢量.

若两个矢量的模相等而方向相反，则称这两个矢量为相反矢量. 矢量 $\boldsymbol{A}$ 的相反矢量记为

$-\boldsymbol{A}$.

在图解上，相反矢量用两个等长反向的线段来表示.

0.1.2　矢量的合成——加减法

1. 矢量的加法

定义：由同一起点分别画出表示矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的有向线段，以这两个线段为邻边构成平行四边形，则由该起点画出的对角线就称为 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的合矢量.

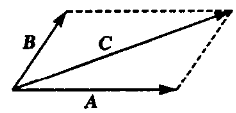


图 0-2　平行四边形法则

已知两个矢量，求其合矢量，称为矢量的合成或加法. 矢量合成所遵循的法则称为平行四边形法则(见图 0-2). 与标量求和的代数和不同，矢量求和又称为几何和.

用符号表示：

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C} \tag{0-2}$$

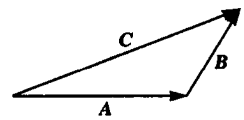


图 0-3　三角形法则

实际上，先画出矢量 $\boldsymbol{A}$，再以 $\boldsymbol{A}$ 的终点为起点画出矢量 $\boldsymbol{B}$，则由 $\boldsymbol{A}$ 的起点到 $\boldsymbol{B}$ 的终点的有向线段也表示 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的合矢量. 这种方法是平行四边形法则的简化，称为三角形法则.(见图 0-3)

对于多个矢量求和，可将三角形法则推广为折线法则：

将矢量 $\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2, \cdots, \boldsymbol{A}_n$ 按任意次序排列，以前一个矢量的终点为下一个矢量的起点依次画出上述几个矢量，构成一个折线. 由第一个矢量的起点指向最后一个矢量终点的有向线段(称为封闭线)就表示上述 n 个矢量的合矢量.

图 0-4 表示

$$\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{A}_3+\boldsymbol{A}_4+\boldsymbol{A}_5=\boldsymbol{A}$$

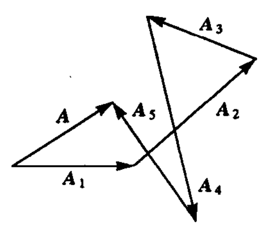


图 0-4　折线法则

即使对于不在同一平面上的各矢量，求合矢量的折线法则也适用.

很容易证明，矢量的加法遵守

(1) 交换律：$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}$　　(0-3)

(2) 结合律：$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}$　　(0-4)

2. 矢量的减法

若　$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$

则　$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{C}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}+(-\boldsymbol{B})$　　(0-5)

由此可见，矢量 $\boldsymbol{C}$ 减去矢量 $\boldsymbol{B}$，就等于矢量 $\boldsymbol{C}$ 与矢量 $\boldsymbol{B}$ 的相反矢量 $-\boldsymbol{B}$ 相加. 于是，矢量减法可化为矢量加法.(图 0-5)

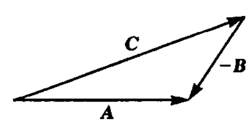


图 0-5　矢量减法

0.1.3　矢量的分解

由一已知矢量求其所由合成的那些矢量，称为矢量的分解. 显然，若对于矢量的分解不附加任何限制，则分解的结果是不确定的. 对分解所加的限制，往往取决于物理问题本身的对称性. 最常用的分解方法是 0.3 中的正交分解法.

0.2 矢量的乘法

0.2.1 标量乘以矢量

1. 定义

定义：标量 m 与矢量 $\boldsymbol{A}$ 的乘积(记为 $m\boldsymbol{A}$)是一个矢量，其模为 $|m\boldsymbol{A}|=|m||\boldsymbol{A}|=|m|A$，其方向视 m 的正负而定：

若 $m>0$，则 $m\boldsymbol{A}\uparrow\uparrow\boldsymbol{A}$；

若 $m<0$，则 $m\boldsymbol{A}\uparrow\downarrow\boldsymbol{A}$.

2. 性质

(1) 分配律：
$$m(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=m\boldsymbol{A}+m\boldsymbol{B} \tag{0-6}$$

(2) 结合律：
$$m(n\boldsymbol{A})=(mn)\boldsymbol{A} \tag{0-7}$$

0.2.2 两个矢量的点乘

1. 定义

定义：矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的点乘(记为 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$)是一个标量，其值等于这两个矢量的模相乘，再乘以两矢量之间夹角的余弦. 即
$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB\cos(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) \tag{0-8}$$

点乘也称为标量积或内积.

2. 性质

(1) 交换律：
$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A} \tag{0-9}$$

(2) 分配律：
$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C} \tag{0-10}$$

从而：
$$\left(\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{A}_i\right)\cdot\left(\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{B}_j\right)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{A}_i\cdot\boldsymbol{B}_j \tag{0-11}$$

(3)
$$m\boldsymbol{A}\cdot n\boldsymbol{B}=mn(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}) \tag{0-12}$$

(4)
$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}=AA\cos(\boldsymbol{A},\boldsymbol{A})=A^2\cos0=A^2 \tag{0-13}$$

一个矢量的模方等于该矢量与其自身的点乘.

(5) 由定义，
$$\cos(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=\frac{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}}{AB} \tag{0-14}$$

由此式可求二矢量之间的夹角.

特例：若 $AB\neq0$ 但 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=0$，则 $\cos(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=0$，$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=\frac{\pi}{2}$. 即：两个非零矢量相垂直的充要条件是 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=0$.

0.2.3 两个矢量的叉乘

1. 定义

定义：矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的叉乘(记为 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$)是一个矢量，其模等于这两个矢量的模相乘，再乘以两矢量之间夹角的正弦. 即
$$|\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}|=AB\sin(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) \tag{0-15}$$

其方向由右手螺旋决定.

所谓右手螺旋是指：右手四指并拢，与拇指在手掌平面内互相垂直，令四指以拇指为轴由矢量 $\boldsymbol{A}$ 沿小于 π 的角度转向矢量 $\boldsymbol{B}$，此时拇指指向即表示 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 的方向.

叉乘也称为矢量积或外积.

2. 性质

(1) 反交换律：
$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} = -\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A} \tag{0-16}$$

(2) 分配律：
$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C} \tag{0-17}$$

从而：
$$\left(\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{A}_i\right)\times\left(\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{B}_j\right) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{A}_i\times\boldsymbol{B}_j \tag{0-18}$$

(3)
$$m\boldsymbol{A}\times n\boldsymbol{B} = mn(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) \tag{0-19}$$

(4) 由定义，
$$\sin(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = \frac{|\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}|}{AB}$$

若 $AB\neq 0$ 但 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=0$，则 $\sin(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=0$，$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=0$ 或 π. 即：两个非零矢量相平行的充要条件是 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=0$.

矢量叉乘的几何意义：$|\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}|$ 表示以 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 为邻边所构成的平行四边形的面积.

0.2.4　三个矢量的乘积及其性质

1. 混合积 $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$

混合积 $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$ 是一个标量，其数值的绝对值等于以上述三个矢量为邻边所构成的平行六面体的体积.

混合积的性质为
$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) \tag{0-20}$$
即：三个矢量经循环置换（不是对换）后，混合积的值不变.

2. 双重矢积 $\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$

双重矢积 $\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})$ 是一个矢量，其运算性质为
$$\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}) \tag{0-21}$$
或 $(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{C} = -\boldsymbol{C}\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{C}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A})-\boldsymbol{A}(\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{B})$

即：以两边两矢量的点乘作为中间一矢量的系数，从所得矢量中减去括号中的另一矢量，后者的系数为其余两个矢量的点乘.

需要指出，由于矢量乘法概念具有点乘与叉乘的二元性，所以矢量的除法没有意义.

0.3　笛卡儿坐标系中的矢量代数

上面所讨论的矢量运算法则对于坐标系的任意选择都是普遍适用的. 这也正是矢量运算的威力之所在. 但在有些问题中，将上述运算在一定的坐标系内进行，会使运算过程简化，运算结果的物理意义更加清楚. 这里只介绍最常用的笛卡儿坐标系中的矢量代数运算.

0.3.1　笛卡儿坐标系中的单位矢量

笛卡儿坐标系中 x，y，z 三个坐标轴方向的单位矢量分别记为 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$（见图 0-6）.