高中毕业班

各科综合练习

理科部分

北京海淀区教师进修学校　编

北京师范大学出版社

高中毕业班各科综合练习

（理 科 部 分）

北京市海淀区教师进修学校　编

北 京 师 范 大 学 出 版 社

高中毕业班各科综合练习

（理 科 部 分）

北京市海淀区教师进修学校　编

*

北京师范大学出版社出版

新华书店重庆发行所发行

重 庆 新 华 印 刷 厂 印 刷

*

开本：787×1092 1/32　印张：6.5　字数：138千

1985年11月第1版　　　1985年11月第1次印刷

印数：1—80,000

统一书号：7243-407　　定价：0.92元

前 言

这一套高中毕业班的练习题，是我们在总结多年教学经验的基础上而编写的。练习题中语文、政治、英语是文理科共同使用的，理科有数学、物理、化学、生物；文科有历史、地理、数学。练习题分为四次至五次使用：第一学期两次，第二学期两次。编写练习题的指导思想，仍然是“加强基础，提高能力，发展智力”，既遵照大纲精神紧扣教材内容，又注重训练提高各种能力。各学科练习题都有不同的侧重点，在各学科练习题前均有说明。限于我们的水平，各科练习一定有不当之处，敬请读者批评指正。

北京市海淀区教师进修学校

高三第一学期期中理科数学练习

（A组）

一、填空（每小题5分，共25分）

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+2n}{n-1}-n+\dfrac{5}{2^n}\right)=$ ____

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+4+8+\cdots+2^n}{5+10+20+\cdots+5\cdot 2^{n-1}}=$ ____

3. 若 $xC_x^{x-3}+P_x^3=4C_{x+1}^3$，则 $x=$ ____

4. 从数2310的质因数中，每次取两个质因数相除，构成的商，一共有________个。

5. $\left(\sqrt[3]{X}-\dfrac{1}{2\sqrt[3]{X}}\right)^7$的展开式里，不含$x$的项是____。

二、（15分）已知第一个数列$\{a_n\}$中，$a_1=5$，$a_n=\dfrac{1}{2}a_{n-1}$（$n\geqslant2$），第二个数列$\{b_n\}$中，$b_1=3$，$b_n=b_{n-1}+a_{n-1}$（$n\geqslant2$），求用n表示b_n的等式及数列$\{b_n\}$的极限。

三、（15分）有四个男同学，三个女同学到某工厂去实习。该厂可供实习的工作岗位有九个，每个岗位最多可供一人实习，其中三个岗位只适于男同学，两个岗位只适于女同学，另外四

个岗位则男女都可实习，问有几种分配方式。

四、(15分)已知$(x+y)^n$的第2，3,4项的值分别为240，720，1080，求x，y，n。

五、(13分) 已知$\dfrac{\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}{\operatorname{tg}\alpha}+\dfrac{\sin^2 x}{\sin^2\alpha}=1$，求证$\operatorname{tg}\alpha$，$\operatorname{tg}x$，$\operatorname{tg}\beta$成等比数列。

六、(13分)三棱锥底面是正三角形，其一侧面垂直于底面，另外二侧面与底面的交角都等于α，求各侧棱与底面的夹角。

七、(12分)已知四边形一组对边的平方和等于另一组对边的平方和，求证：这四边形的两条对角线互相垂直。

八、(12分)已知复数$z=x+yi$在复平面上，求满足$\left|z-\dfrac{3}{2}\right|=\left|z-\left(\dfrac{5}{2}+iy\right)\right|$的点$P(x, y)$的轨迹方程，画出图形，并在轨迹上求一点$P$，使$P$点距离原点最近。

参考答案及评分标准

一、填空 (每小题5分，共25分)

1．3　　2．$\dfrac{2}{5}$　　3．4　　4．$\left(P_5^2\right)20$　　5．$\dfrac{35}{16}$

二、(15分)

解：$\because$ $a_n=\dfrac{1}{2}a_{n-1}$，$(n\geqslant 2)$。

$\therefore$ $\{a_n\}$是公比$q=\dfrac{1}{2}$的等比数列。 （3分）

又$\because$ $a_1=5$，

$\therefore$ $a_n=a_1\cdot q^{n-1}=5\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ （6分）

$\therefore$ $b_1=3$，$b_n=b_{n-1}+a_{n-1}(n\geqslant 2)$，

$$b_n=b_{n-1}+5\cdot\frac{1}{2^{n-2}}$$

$$b_{n-1}=b_{n-2}+5\cdot\frac{1}{2^{n-3}}$$

$$\vdots$$

$$b_2=b_1+5$$

相加得 $b_n=b_1+5\left(1+\dfrac{1}{2}+\cdots+\dfrac{1}{2^{n-2}}\right)$ （10分）

$$=3+5\cdot\frac{1-\dfrac{1}{2^{n-1}}}{1-\dfrac{1}{2}}$$

$$=3+10\cdot\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$ （13分）

$\therefore$ $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left[3+10\left(1-\dfrac{1}{2^{n-1}}\right)\right]=13$ （15分）

三、（15分）

解：（1）只适于女同学的两个岗位没有分配实习生，三个女同学被分配在男女都可实习的岗位上，所以是$C_2^0\cdot C_4^2\cdot C_4^4$

（2）只适于女同学的两个岗位分配了一个女同学实习，另两个女同学分配在男女都可以实习的岗位上，所以是

$$C_2^1\cdot C_4^2\cdot C_5^4$$

（3）只适于女同学的两个岗位都有女同学实习，另一女同学分配在男女都可实习的岗位上，有

$$C_2^2\cdot C_4^1\cdot C_4^4$$

所以总共有分配方式

$$C_2^0 \cdot C_4^3 \cdot C_4^4 + C_2^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^4 + C_2^2 \cdot C_4^1 \cdot C_6^4 = 124\text{(种)}\quad\text{(15分)}$$

四、(15分)

解：∵ 第2，3，4项分别为 $C_n^1 yx^{n-1}, C_n^2 y^2x^{n-2}, C_n^3 y^3x^{n-3}$

$$\therefore\ \text{依题意，有}\begin{cases} C_n^1 yx^{n-1} = 240, & ① \\ C_n^2 y^2x^{n-2} = 720, & ② \\ C_n^3 y^3x^{n-3} = 1080. & ③\text{(6分)} \end{cases}$$

由于①，②，③的右端均非零，

①÷②，得 $$\frac{C_n^1 x}{C_n^2 y} = \frac{1}{3} \quad ④$$

②÷③，得 $$\frac{C_n^2 x}{C_n^3 y} = \frac{2}{3} \quad ⑤$$

④÷⑤，得 $\dfrac{C_n^1 \cdot C_n^3}{C_n^2 \cdot C_n^2} = \dfrac{1}{2}$

解得 $n = 5$ (10分)

代入④，得 $\dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3}$ ⑥

代入① 得 $5x^4y = 240$ ⑦

⑥×⑦，得 $5x^5 = 160$

解得 $x = 2$ (14分)

代入⑥，得 $y = 3$

答：$x = 2$，$y = 3$，$n = 5$。 (15分)

五、(13分)

证：由已知得

$$\sin^2 x = \sin^2\alpha\left(1 - \frac{\mathrm{tg}(\alpha - \beta)}{\mathrm{tg}\alpha}\right)$$

$$=\sin^2\alpha\frac{\operatorname{tg}\alpha-\dfrac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$=\sin^2\alpha\frac{\operatorname{tg}\beta(\operatorname{tg}^2\alpha+1)}{\operatorname{tg}\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}$$

$$=\frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$ （7分）

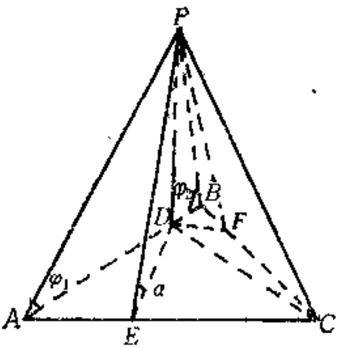
$\cos^2x=1-\sin^2x$

$$=\frac{1}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$ （11分）

故　$\operatorname{tg}^2x=\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta$ （12分）

即$\operatorname{tg}\alpha$，$\operatorname{tg}x$，$\operatorname{tg}\beta$成等比数列． （13分）

六、（13分）



解：已知三棱锥$P—ABC$，底面$\triangle ABC$是正三角形，侧面$PAB\perp$底面ABC，侧面PBC，侧面PAC都与底面成α角，作$PD\perp AB$，则$PD\perp$底面ABC（2分），作$PE\perp AC$，$PF\perp BC$，则$\angle PED$，$\angle PFD$，分别是侧面与底面所成二面角的平面角，所以$\angle PED=\alpha$，$\angle PFD=\alpha$ （4分）

各侧棱与底面所成的角分别为 $\varphi_1=\angle PAD$，$\varphi_2=\angle PBD$，$\varphi_2=\angle PCD$． （6分）

∵　$PD\perp$底面，∴　$PD\perp DE$，$PD\perp DF$

∵　$\angle PED=\alpha$，$\angle PFD=\alpha$，∴　$DE=DF$ （8分）

∵　$DE\perp AC$，$DE\perp BC$，∴　$AD=DB$

$PA=PB$，　　$\varphi_1=\varphi_2$ （9分）

设$\triangle ABC$的边长为a，　则$CD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$DE=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，$AD=\frac{1}{2}a$

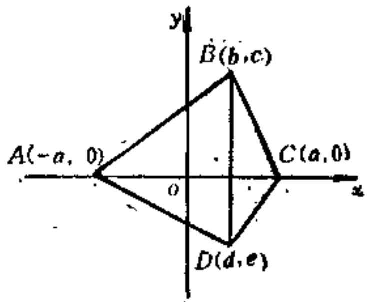
（10分）

$PD=\frac{\sqrt{3}}{4}a\cdot \mathrm{tg}\alpha$ （11分）

所以$\mathrm{tg}\varphi_1=\frac{PD}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{tg}\alpha$ $\mathrm{tg}\varphi_2=\frac{PD}{CD}=\frac{1}{2}\mathrm{tg}\alpha$ （12分）

即$\varphi_1=\varphi_2=\mathrm{arc\ tg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{tg}\alpha\right)$ $\varphi_3=\mathrm{arc\ tg}\left(\frac{1}{2}\mathrm{tg}\alpha\right)$ （13分）

七、（12分）



已知四边形$ABCD$中

$AB^2+CD^2=BC^2+AD^2$

求证：$AC\perp BD$

证明：以四边形$ABCD$的对角线AC为x轴、AC的中点为原点。 （2分）

并设各顶点坐标为$A(-a,0)$，$B(b,c)$，$C(a,0)$，$D(d,e)$ （4分）

则 $AB^2=(a+b)^2+C^2$，

$CD^2=(a-d)^2+e^2$ $BC^2=(b-a)^2+c^2$，

$AD^2=(a+d)^2+e^2$ （6分）

由题设得 $(a+b)^2+(a-d)^2=(b-a)^2+(a+d)^2$ （8分）

即 $ab=ad$

$\because$ $a\neq 0$ $\therefore$ $b=d$ （10分）

因而过BD的直线与x轴垂直，即$AC\perp BD$。 （12分）

八、（12分）

解：$P(x,y)$满足$\left|z-\frac{3}{2}\right|=\left|z-\left(\frac{5}{2}+iy\right)\right|$，所以是到定点$\left(\frac{3}{2},0\right)$和定直线$x=\frac{5}{2}$等距的点，它们构成以$(2,0)$为顶点，$x$轴

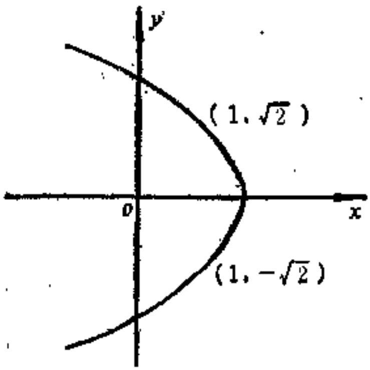
为对称轴，开口向左的抛物线，即$y^2=-2(x-2)$ （6分）

轨迹上的点到原点的距离为

$$d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2-2(x-2)}=\sqrt{(x-1)^2+3} \quad （8分）$$

所以当$x=1$时d有极小值$\sqrt{3}$，此时P点的坐标为$P(1, \pm\sqrt{2})$。

（12分）



（10分）

以上各题如用其他方法解对，同样给分。

高三第一学期期末
理科数学练习

说明：1. A、B、C三组题全用的，考试时间150分钟；仅用A、B两组的，130分钟，仅用A组的，100分钟。

2. A组题侧重基础知识，B组侧重灵活能

力，C组考察阅读能力及能力迁移水平，三组独立给分，各占100分。

(A)

一、填空：（每小题 4 分）

1．设$A=\{x|x^2-16<0\}$，　$B=\{x|x^2-4x+3\geq 0\}$，$I=R$，则$\overline{A\cap B}=$________________________

2．函数$y=\sqrt{2^x-1}$的定义域是__________

3．比较大小：$\log_{|\sin\alpha|}|\cos\alpha|$ ——0，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$。

4．已知$f(x)=x^3$，$x\in(-1,\ 0]$，画出$y=f^{-1}(x)$的图象。

5．$\triangle ABC$的三内角A，B，C满足$\frac{\cos A}{\sin B}=\frac{\cos B}{\sin A}$，则$\triangle ABC$是________________三角形。

6．计算：$|2+\sqrt{5}\,i\,|^2-(2+\sqrt{5}\,i)^2=$________

7．$\sin\left[\arccos\left(-\frac{4}{5}\right)\right]=$____

8．如果$\lg x+\lg x^2+\cdots+\lg x^n=n^2+n$，则$x=$____

9．方程$x^2+(m-3)x+m=0$的两根都是正数，则$m=$________

10．$(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^{10}$的展开式中，$x^2$项的系数是________。

二、1．（8 分）证明：在$(1,\ +\infty)$上，$f(x)=x^2-2x+3$是增函数。

2．（6 分）a、$b\in R^+$，求证：$a(b^2+1)+ab^2+a\geq 4ab$。

3.（8分）8个不同元素，排成前后两排，每排4个元素，其中某两个元素要排在前排，某一个元素要排在后排，有多少种排法？

4.（8分）求证：两曲线$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的交点在一个半长轴为$\frac{\sqrt{2}\,ab}{\sqrt{a^2-b^2}}$，半短轴为$\frac{\sqrt{2}\,ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$的椭圆上。

5.（10分）在直角三角形ABC中，C是斜边，r是内切圆半径，求证：（1）$r=\frac{c}{\operatorname{ctg}\frac{A}{2}+\operatorname{ctg}\left(45°-\frac{A}{2}\right)}$；

（2）$r\leqslant\frac{c}{2}(\sqrt{2}-1)$。

三、1.（10分）复数$z_1=1$、$z_2=5+2i$、$z_3=2i$分别在复平面内对应A、B、C三点，求：（1）$\angle BAC$的度数；（2）$\triangle ABC$的面积。

2.（10分）正四棱锥$V—ABCD$，底面边长与侧棱长的比为$\sqrt{3}:\sqrt{2}$，过BD作截面与VA平行，证明此截面与底面夹角为30°。

(B)

一、选择题（每小题中仅有一个答案正确，选对给10分，选错扣2分，不选0分）

1．函数$f(x)=\begin{cases}\sin 3x, & \left(x\geq\frac{\pi}{6}\right),\\ \cos(\pi-x), & \left(x<\frac{\pi}{6}\right)\end{cases}$ 的单调递增区间

是：____

(A) $\left[\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3}k\pi,\ \frac{5}{6}\pi+\frac{2}{3}k\pi\right] \cup \left[-(k+1)\cdot 2\pi,\ -(2k+1)\pi\right]\cup\left[0,\ \frac{\pi}{6}\right]$，$(k\in Z)$

(B) $\left[-\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}n\pi,\ \frac{\pi}{6}+\frac{2n\pi}{3}\right]\cup\left[-2n\pi,-(2n-1)\pi\right]\cup\left[0,\ \frac{\pi}{6}\right]$，$(n\in Z)$.

(C) $\left[-\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}n\pi,\ \frac{\pi}{6}+\frac{2n\pi}{3}\right]\cup\left[-2n\pi,-(2n-1)\pi\right]\cup\left[0,\ \frac{\pi}{6}\right]$ $(n\in N)$

(D) $\left[\frac{\pi}{2}+\frac{2(n-1)\pi}{3},\ \frac{5\pi}{6}+\frac{2(n-1)\pi}{3}\right]\cup\left[2\pi-2(n-1)\pi,\ -\pi-2(n-1)\pi\right]\cup\left[0,\ \frac{\pi}{6}\right]$，$(n\in N)$

(E) $\left[-\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}k\pi,\ \frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}k\pi\right]\cup\left[2k\pi,\ -(2k-1)\pi\right]\cup\left[0,\ \frac{\pi}{6}\right)$，$(k\in Z)$

2. 棱长为a的正方体$ABCD—A_1B_1C_1D_1$中，AC_1是对角线，则所有与AC_1垂直的平面被正方体截在体内的截面面积中最大的是：

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$　　　(B) $\frac{3}{4}\sqrt{3}a^2$

(C) $\sqrt{3}a^2$　　(D) $\sqrt{2}a^2$

(E) a^2

3. 命题："关于x的复系数二次方程$ax^2+bx+c=0$有二不等实根的充要条件是$b^2-4ac>0$"是______

(A) 真命题.　(B) 假命题，但把"充要条件"改为"充分而不必要"就是真命题.　(C) 假命题，但把"充要条件"改为"不充分又不必要"就是真命题。　(D) 假命题，但把"充要条件"改为"必要而不充分"就是真命题.

(E) 假命题，"b^2-4ac"不能做为"方程有不等二实根"的任何条件.

二、(35分)α、β都为锐角，且$\alpha>\beta$，求证：$\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta>\alpha-\beta>\sin\alpha-\sin\beta$.

三、(35分)已知$f(x)=ax^2+(2a-1)x-3$在区间$\left[-\frac{3}{2},2\right]$上的最大值为1，求$a$的值.

(C)

先阅读下面这段文字，再解答后面的问题：

模型赛车的跑道是由分装在两种包装里的零件组成的。第一种包里有4根直板和2根180°的曲线形板；第二种包里有6根直板，6根180°曲线形板和4根90°曲线形板，用这两种零件包装，可以配成A、B、C三种成套零件，第一种包一个就是A种成套零件，第一种和第二种各一包配成B种成套零件，第一种三包和第二种两包配成C种成套零件，直板每块值10元，180°曲线形板每块值20元，90°曲线形板每块值14元。现在的问题是，每种成套零件值多少钱？

首先，我们把上面的数据写成矩阵

$$\begin{array}{r|ccc|} & \text{直板} & 180^\circ & 90^\circ \\ \text{第一种包} & 4 & 2 & 0 \\ \text{第二种包} & 6 & 6 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|cc|} & \text{第一种包} & \text{第二种包} \\ A & 1 & 0 \\ B & 1 & 1 \\ C & 3 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} & \text{直板} & 180^\circ & 90^\circ \\ \text{单价} & \big(\,10 & 20 & 14\,\big) \end{array}$$

为了求得A、B、C三种成套零件的价钱，我们把三个矩阵作如下乘法：

$$\begin{array}{r|cc|} & \text{第一种包} & \text{第二种包} \\ A & 1 & 0 \\ B & 1 & 1 \\ C & 3 & 2 \end{array} \times \begin{array}{r|ccc|} & \text{直板} & 180^\circ & 90^\circ \\ \text{第一种包} & 4 & 2 & 0 \\ \text{第二种包} & 6 & 6 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|c|} & \text{单价} \\ \text{直板} & 10 \\ \times 180^\circ & 20 \\ 90^\circ & 14 \end{array} \begin{array}{r|ccc|} & \text{直板} & 180^\circ & 90^\circ \\ A & 4 & 2 & 0 \\ =B & 10 & 8 & 4 \\ C & 24 & 18 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|c|} & \text{单价} \\ \text{直板} & 10 \\ \times 180^\circ & 20 \\ 90^\circ & 14 \end{array} \begin{array}{r|c|} & \text{单价} \\ A & 80 \\ =B & 316 \\ C & 712 \end{array}$$