高中理科公式定理概念

Gao zhong li ke gong shi ding li gai nian

Likegongshi

随身酷

浙江教育出版社

高中理科公式定理概念随身酷

丛书主编　蒋金山　倪根荣
本册主编　蒋金山
本册编写　蒋金山　舒林军
　　　　　高　凡

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中理科公式定理概念随身酷/蒋金山,舒林军,高凡编著.
—杭州:浙江教育出版社,2005.7(2006.3重印)
ISBN 7-5338-5742-9

Ⅰ.高… Ⅱ.①蒋… ②舒… ③高… Ⅲ.①理科(教育)-公式-高中-教学参考资料②理科(教育)-定理-高中-教学参考资料③理科(教育)-概念-高中-教学参考资料 Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第010954号

责任编辑 沈明华 邵建胜(特约) **责任校对** 雷 坚
封面设计 孙轶华(特约) **责任出版** 倪振强

高中理科公式定理概念随身酷

蒋金山等编写

浙江教育出版社出版发行
(杭州市天目山路40号 邮编310013)
网址:www.zjeph.com
富阳美术印刷有限公司印刷

*

开本787×1092 1/64 印张2.375 字数110660
2005年7月第1版
2006年3月第2次印刷
本次印数:00001-20000本

ISBN 7-5338-5742-9/G·5712

定价:3.50元

编写说明

为帮助临考学生作最后的冲刺，我们着力编写了《高考备考随身酷》丛书。本丛书按语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史、地理8个学科分类，每学科1册；外加《高中理科公式定理概念随身酷》一共9册。

本丛书以《高考考试大纲》为依据、以高中各学科的教材为基础、以高考复习重点为主要内容编写。对于已经过系统复习的学生来说，本丛书主要用以梳理知识和加强记忆。另外，考虑到学生不同学习方式的需求，我们采用了“口袋本”的形式，以便学生能随时随地地学习。故名“随身酷”。

丛书主编蒋金山、倪根荣，本册主编蒋金山，参加编写的有蒋金山、舒林军、高凡。

编者

2005年7月

目　录

数　学

物　理

化　学

生 物

随身酷·公式定理概念

数　学

一、函数与不等式

(一) 概念

▌集合——集合是数学中的一个不定义的概念，某些指定的对象的全体就形成一个集合，简称集。

▌元素——集合中的每一个对象叫做这个集合的元素。

▌card(A)——集合 A 中的元素个数记为 card(A)。如：集合 $A=\{a,b,c\}$，则 card(A) = 3。

▌有限集——含有有限个元素的集合叫做有限集。

▌无限集——含有无限个元素的集合叫做无限集。

▌空集——不含任何元素的集合叫做空集，记作 ϕ。

▌子集——对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，就说集合 A 是集合 B 的子集。记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作"集合 A 包含于集合 B"或"集合 B 包含集合 A"。

▌真子集——对于集合 A、B，如果 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$（或 $B\supsetneqq A$），读作"A 真包含于 B"或"B 真包含 A"。

▌全集——如果一个集合含有所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集。

▌补集——已知全集 U，集合 $A\subseteq U$，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 U 中的补集，记作 C_UA，读作"A 补"。

▌交集——由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的交集，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"。

▌并集——由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的并集，记作 $A\cup B$，读作"A 并 B"。

▌一元二次不等式——含有一个未知数并且未知数的最高次数是 2 的不等式，叫做一元二次不等式。

▌命题——可以判断真假的语句叫做命题。

▌逻辑联结词——"或""且""非" 这些词叫做逻辑联结词，可以分别用"∨"、"∧"、"┐"表示。

▌简单命题——不含逻辑联结词的命题叫做简单命题。

▌复合命题——由简单命题与逻辑联结词构成的命题，叫做复合命题，用小写的拉丁字母 $p,q,r,s,\cdots$ 来表示命题。

▌原命题与逆命题——在两个命题中，如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论，且第一个命题的结论是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题；如果把其中一个命题叫做原命题，那么另一个叫做原命题的逆命题。

▌原命题与否命题——在两个命题中，一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定，这样的两个命题叫做互否命题。把其中一个命题叫做原命题，另一个就叫做原命题的否命题。

▌原命题与逆否命题——在两个命题中，一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定，这样的两个命题叫做互为逆否命题。把其中的一个命题叫做原命题，另一个就叫做原命题的逆否命题。

▌充分条件——如果已知 $p\Rightarrow q$，那么 p 是 q 的充分条件。

▌必要条件——如果已知 $p\Rightarrow q$，那么 q 是 p 的必要条件。

▌充要条件——如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，那么 p 是 q 的充要条件。

▌映射——设 A、B 是两个集合，如果按照某种对应法则

f,对于集合 A 中任何一个元素,在集合 B 中都有唯一的元素和它对应,这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的映射,记作 $f:A \to B$。

▌象与原象——如果给定一个从集合 A 到集合 B 的映射,那么,和 A 中的元素 a 对应的 B 中的元素 b 叫做 a 的象,a 叫做 b 的原象。

▌一一映射——设 A、B 是两个集合,$f:A \to B$ 是从集合 A 到集合 B 的映射,如果在这种映射的作用下,对于集合 A 中的不同元素在集合 B 中有不同的象,而且 B 中的每一个元素都有原象,那么这个映射就叫做 A 到 B 的一一映射。

▌函数——设 A、B 是非空的数集,如果按某个确定的对应关系 f,使对于集合 A 中的任意一个数 x,在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应,那么就称 $f:A \to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数,记作 $y=f(x)$,$x \in A$。其中,x 叫做自变量,x 的取值范围 A 叫做函数的定义域,与 x 的值相对应的 y 的值叫做函数值,函数值的集合 $\{f(x) \mid x \in A\}$ 叫做函数的值域。

▌函数的三要素——定义域、值域和对应法则是函数的三要素。

▌复合函数——如果 y 是 u 的函数,记作 $y=f(u)$,而 u 又是 x 的函数,记作 $u=g(x)$,那么,y 关于 x 的函数 $y=f[g(x)]$ 叫做函数 f 和 g 的复合函数,u 是中间变量。

▌反函数——如果给定函数 $y=f(x)$ 的映射 $f:A \to B$ 是 $f(x)$ 的定义域 A 到值域 B 上的一一映射,那么,这个映射的逆映射 $f^{-1}:B \to A$ 所确定的函数 $x=f^{-1}(y)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数。在习惯上,一般用 x 表示自变量,用 y 表示函数,所以 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 通常表示为 $y=f^{-1}(x)$。其中,函数 $y=f(x)$ 的定义域是它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域;函数 $y=f(x)$ 的值域是它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域。互为反函数的函数

图象关于直线 $y=x$ 对称；并且若它们各自的定义域上有单调性，则单调性一致。

■ 增函数——设函数 $f(x)$ 的定义域为 I，如果对于属于定义域 I 内的某个区间的任意两个自变量的值 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数。

■ 减函数——设函数 $f(x)$ 的定义域为 I，如果对于属于定义域 I 内的某个区间的任意两个自变量的值 x_1、x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是减函数。

■ 奇函数——对于函数 $f(x)$，如果对于函数定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数。它的定义域关于原点对称，并且在关于原点对称的两区间上的单调性相同。

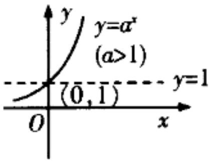
■ 偶函数——对于函数 $f(x)$，如果对于函数定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数。它的定义域关于原点对称，并且在关于原点对称的两区间上的单调性相反。

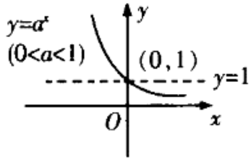
■ 周期性——对于函数 $y=f(x)$，如果存在一个不为零的常数 T，使得当 x 取定义域内的每一个值时，$f(x+T)=f(x)$ 都成立，那么就把函数 $y=f(x)$ 叫做周期函数，不为零的常数 T 叫做这个函数的周期。

■ 根式——一般地，如果有 $x^n=a$，那么 x 叫做 a 的 n 次方根，其中 n 为大于 1 的整数，即 $x=\sqrt[n]{a}$ 叫做根式，这里 n 叫做根指数，a 叫做被开方数。

■ 指数函数——函数 $y=a^x(a>0$，且 $a\neq 1)$ 叫做指数函数。其中 x 是自变量，函数的定义域是实数集 $\mathbf{R}$，值域是 $(0,+\infty)$，过点 $(0,1)$，且当 $a>1$ 时，在 $\mathbf{R}$ 上是增函数；当

$0 < a < 1$时，在$\mathbf{R}$上是减函数。它的图象如下图所示。

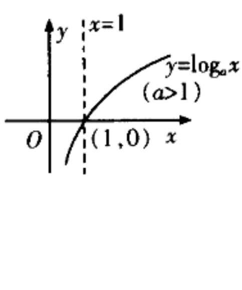


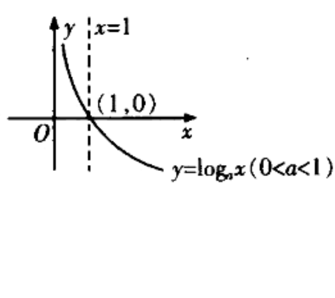


▌对数——如果 $a^b = N$ $(a > 0$ 且 $a \neq 1)$，那么 b 叫做以 a 为底的 N 的对数，记作 $\log_a N = b$，其中 a 叫做底数，N 叫做真数，式子 $\log_a N$ 叫做对数式。负数和零没有对数；1 的对数等于零，即 $\log_a 1 = 0$；底数的对数等于 1，即 $\log_a a = 1$。

▌常用对数和自然对数——以 10 为底的对数叫做常用对数，为了简便，N 的常用对数记作 $\lg N$。以无理数 $e = 2.71828\cdots$ 为底的对数叫做自然对数，$\log_e N$ 通常记作 $\ln N$，根据对数换底公式，可以得到自然对数与常用对数之间的关系：$\dfrac{\ln N}{\lg N} = \dfrac{1}{\lg e} = 2.303\cdots$

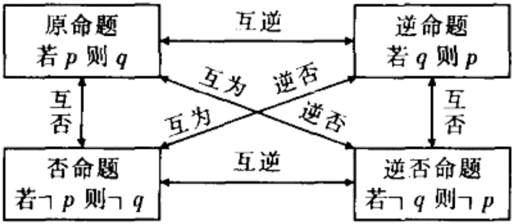
▌对数函数——指数函数 $y = a^x$ $(a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的反函数 $y = \log_a x$ $(a > 0$ 且 $a \neq 1)$，叫做对数函数。它的定义域是$(0, +\infty)$；值域是 $\mathbf{R}$；过点$(1, 0)$；当 $a > 1$ 时，在$(0, +\infty)$上是增函数；当 $0 < a < 1$ 时，在$(0, +\infty)$上是减函数。对数函数的图象如下图所示。





（二）定理公式

1. 四种命题之间的关系



2. 奇函数图象定理

奇函数的图象关于原点成中心对称图形；反过来，如果一个函数的图象关于原点成中心对称图形，那么这个函数是奇函数。

3. 偶函数图象定理

偶函数的图象关于 y 轴成轴对称图形；反过来，如果一个函数的图象关于 y 轴成轴对称图形，那么这个函数是偶函数。

4. 等幂律

$A \cap A = A$，$A \cup A = A$。

5. 同一律

(1) $A \cap U = A$，$A \cup U = U$；

(2) $A \cap \phi = \phi$，$A \cup \phi = A$。

6. 互补律

(1) $A \cap C_U A = \phi$，$A \cup C_U A = U$；

(2) $C_U(C_U A) = A$，$C_U U = \phi$，$C_U \phi = U$。

7. 交换律

$A \cap B = B \cap A$，$A \cup B = B \cup A$。

8. 结合律

(1) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$；

(2) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$。

9. 分配律

(1) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$;

(2) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$。

10. 吸收律

(1) $A\cap(A\cup B)=A$;

(2) $A\cup(A\cap B)=A$。

11. 反演律(摩根律)

(1) $C_U(A\cap B)=C_UA\cup C_UB$;

(2) $C_U(A\cup B)=C_UA\cap C_UB$。

12. 有限集元素个数的计算公式

(1) $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$;

(2) $\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(A\cap C)-\mathrm{card}(B\cap C)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$。

13. 对数公式

当 $M>0$、$N>0$、$a>0$ 且 $a\neq 1$,有:

$\log_a(MN)=\log_aM+\log_aN$;$\log_a\frac{M}{N}=\log_aM-\log_aN$;$\log_aM^n=n\log_aM$。

14. 对数恒等式和换底公式

(1) $a^{\log_a N}=N$ ($a>0$ 且 $a\neq 1,N>0$);

(2) $\log_aN=\frac{\log_bN}{\log_ba}(a>0,a\neq 1,b>0,b\neq 1)$;

(3) $\log_ab=\frac{1}{\log_ba}(a>0,a\neq 1,b>0,b\neq 1)$;

(4) $\log_{a^m}b^n=\frac{n}{m}\log_ab(a>0,a\neq 1,b>0)$。

15. 基本不等式

(1) $a>b\Leftrightarrow a-b>0,a=b\Leftrightarrow a-b=0$;

$a<b\Leftrightarrow a-b<0,a>b\Leftrightarrow b<a$;

(2) $a>b, b>c \Rightarrow a>c$;

(3) $a>b \Rightarrow a+c>b+c$;

推论:$a>b, c>d \Rightarrow a+c>b+d$;

(4) $a>b, c>0 \Rightarrow ac>bc$;$a>b, c<0 \Rightarrow ac<bc$;

推论 1:$a>b>0, c>d>0 \Rightarrow ac>bd$;

推论 2:$a>b>0 \Rightarrow a^n>b^n$ ($n \in \mathbf{Z}$ 且 $n>1$);

(5) $a>b>0 \Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$ ($n \in \mathbf{Z}$ 且 $n>1$)。

16. 两个重要不等式

(1) 如果a、$b\in\mathbf{R}$,那么$a^2+b^2 \geqslant 2ab$(当且仅当$a=b$时,取"=");

推论 1:如果 a、b、$c\in\mathbf{R}$,那么 $a^2+b^2+c^2 \geqslant ab+bc+ca$(当且仅当 $a=b=c$ 时,取"=");

推论 2:如果 a、b、$c\in\mathbf{R}^+$,那么 $a^3+b^3+c^3 \geqslant 3abc$(当且仅当 $a=b=c$ 时,取"=");

(2) 若 $a>0, b>0$,则 $\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}} \leqslant \sqrt{ab} \leqslant \dfrac{a+b}{2} \leqslant \sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$(当且仅当 $a=b$ 时,取"=");

若 $a>0, b>0, c>0$, 则 $\dfrac{3}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}} \leqslant \sqrt[3]{abc} \leqslant \dfrac{a+b+c}{3} \leqslant \sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}}$ (当且仅当$a=b=c$时,取"=")。

17. 均值不等式

如果 a、$b\in\mathbf{R}^+$,那么$\dfrac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$ (当且仅当 $a=b$ 时,取"=")。$\dfrac{a+b}{2}$为 a、b 的算术平均数,$\sqrt{ab}$为 a、b 的几何平均

数,即两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数。

推论 1:$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2$($a$、$b$ 同号不为零,当且仅当 $a=b$ 时,取“=”)。

推论 2:如果 a_i 为正实数,$i=1,2,\cdots,n$,且 $n\in\mathbf{N}_+$,$n>1$,则 $\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\geqslant\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$(当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时,取“=”)。

18. 平方平均不等式

$\left(\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\right)^2\leqslant\frac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2}{n}$($a_1,a_2,\cdots,a_n\in\mathbf{R}$,当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时,取“=”)。

19. 柯西不等式

$(a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n)^2\leqslant(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)\cdot(b_1^2+b_2^2+\cdots+b_n^2)$($a_i$、$b_i\in\mathbf{R}$,$i=1,2,\cdots,n$,当且仅当 $\frac{b_1}{a_1}=\frac{b_2}{a_2}=\cdots=\frac{b_n}{a_n}$ 时,取“=”)。

20. 绝对值不等式

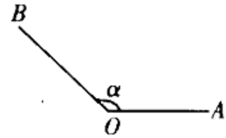
(1) $|ab|=|a||b|$,$\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$;

(2) $|a|-|b|\leqslant\big||a|-|b|\big|\leqslant|a+b|\leqslant|a|+|b|$,$|a|-|b|\leqslant\big||a|-|b|\big|\leqslant|a-b|\leqslant|a|+|b|$;

(3) $|a_1+a_2+\cdots+a_n|\leqslant|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$。

二、三角函数、向量与复数

(一) 概念



▌任意角——一条射线由原来的位置 OA 绕着它的端点 O 旋转到另一位置 OB 就形成任意角 α(如右图),旋转开始时的射线 OA 叫做角 α 的始边,旋转终止时的射线 OB 叫做角 α 的终边,射线的端点 O 叫做角 α 的顶点。

▌正角、负角和零角——按逆时针方向旋转所形成的角叫做正角,按顺时针方向旋转所形成的角叫做负角,一条射线没有作任何旋转时,这时形成的角叫做零角。

▌象限角——角的顶点与坐标原点重合,角的始边在 x 轴正半轴上,角的终边在第几象限,就把这个角叫做第几象限的角。

▌轴线角——终边落在坐标轴上的角,叫做轴线角,它不属于任何象限。

▌终边相同的角——角 α 以及与角 α 终边相同的所有角的集合叫做终边相同的角,可表示为 $\{\beta \mid \beta = k \times 360^\circ + \alpha, k \in \mathbf{Z}\}$。

▌弧度制——长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角,用弧度作单位来度量角的制度叫做弧度制,规定:正角的弧度数为正数,负角的弧度数为负数,零角的弧度数为零。

▌向量——既有大小又有方向的量叫做向量。

▌向量的模——即向量 $\overrightarrow{AB}$ 的大小,记作 $|\overrightarrow{AB}|$。若 $A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$,则 $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$;若 $\boldsymbol{a} = (x, y)$,则 $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$。

▌零向量——长度为0的向量,记作$\mathbf{0}$,$|\mathbf{0}|=0$。

▌单位向量——长度等于一个单位长度的向量。与向量$\boldsymbol{a}$方向相同的单位向量$\boldsymbol{a}_0=\dfrac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}=\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$。

▌平行向量——方向相同或相反的两个向量叫做平行向量,规定$\mathbf{0}$与任一向量平行,记作$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$,$\mathbf{0}/\!/\boldsymbol{a}$。由于平行向量都可以平移到同一条直线上,因此平行向量也叫共线向量。

▌标量——仅有大小而不计方向的量叫做标量,又叫做纯量。

▌相反向量——两个大小相等、方向相反的向量叫做互为相反向量。

▌相等向量——长度相等且方向相同的两个向量叫做相等向量,记作$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,零向量都相等。判断两个向量相等的常用方法是证明平行四边形。

▌实数与向量的积——实数λ与向量$\boldsymbol{a}$的积是一个向量,记作$\lambda\boldsymbol{a}$或$\lambda(x,y)$,规定如下:

(1) $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$;

(2) 当$\lambda>0$时,$\lambda\boldsymbol{a}$的方向与$\boldsymbol{a}$的方向相同;当$\lambda<0$时,$\lambda\boldsymbol{a}$的方向与$\boldsymbol{a}$的方向相反;当$\lambda=0$时,$\lambda\boldsymbol{a}=\mathbf{0}$;

(3) 设λ、μ为实数,那么$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$;$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$;$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$。

▌向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角——已知两个非零向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$,作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,则$\angle AOB=\theta$ $(0°\leqslant\theta\leqslant180°)$叫做向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角。则:

(1) 当$\theta=0°$时,$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$同向;

(2) 当$\theta=180°$时,$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$反向;

(3) 当$\theta=90°$时,$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$垂直,记作$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$。