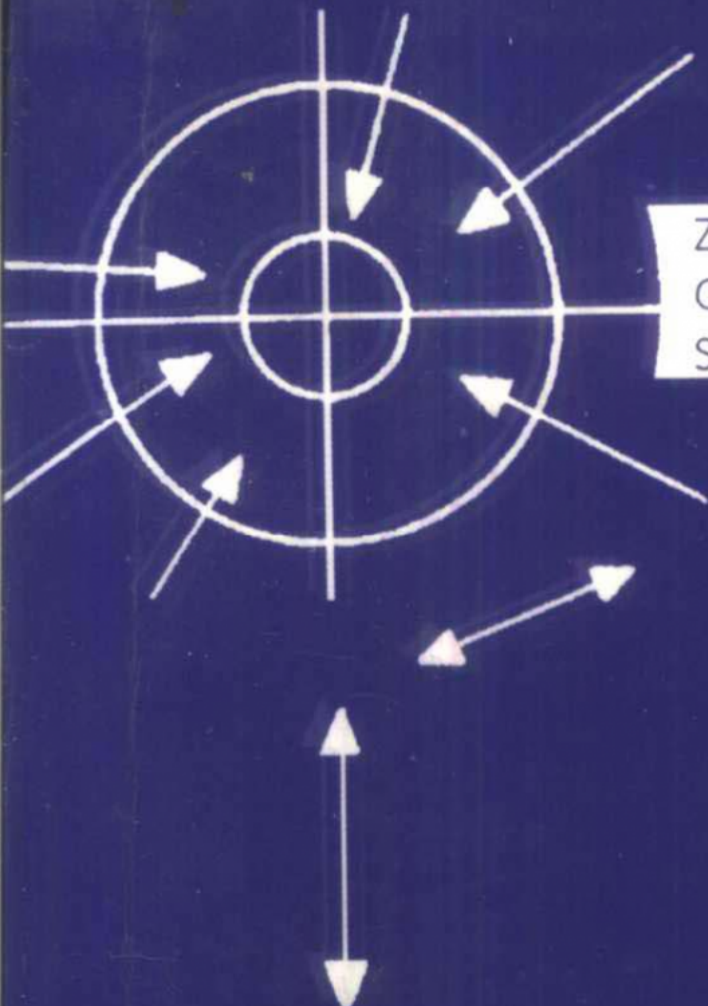

ZHONG XUE SHENG SHU XUE
GAI NIAN DING LU GONG SHI
SHOU CE

●龙文/编

中学生数学
概念定律公式手册

西科学技术出版社

ZHONG XUE SHENG SHU XUE
GAI NIAN DING LU GONG SHI
SHOU CE

● 责任编辑/陈一心
● 装帧设计/谢　颖

ISBN 7-5357-2211-3

9 787535 722119 >

ISBN 7—5357

G · 181　定价

ZHONG XUE SHENG SHU XUE
GAI NIAN DING LU CONG SHI
SHOU CE

●龙　文/编

中学生数学
概念定律公式手册

●湖南科学技术出版社

G5?-73

中学生数学概念定律公式手册

编　　著：龙　文
责任编辑：陈一心
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市展览馆路66号
　　　　　http：//www.hnstp.com
邮购联系：本社服务部　0731－4441720
印　　刷：长沙鸿发印务实业有限公司
　　　　　（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：长沙县高桥镇
邮　　编：410145
出版日期：1999年8月第1版第3次
印　　张：8.5
开　　本：787mm×1092mm　1/64
字　　数：318000
印　　数：15001－23000
书　　号：ISBN 7－5357－2211－3/G·181
定　　价：8.40元

前　言

学好数学，在中考、高考中取得优秀成绩是每个中学生的迫切愿望．为了满足广大中学生学好数学的需要，并为了给广大中学数学教师教学提供方便，我们编写了这本手册．

本手册包括现行中学（初中和高中）数学教学内容体系中的公式、定理和重要的概念等知识，并根据实际需要和有利于读者理解、掌握知识的原则进行了适当的拓宽和加深．条目内容按教材章节分单元编排，便于查阅．各个单元除基本内容外，还介绍了中学阶段必须掌握的重要数学思想方法和解题技巧，同时适当选编了部分典型例题，便于巩固．

本手册适合初、高中学生日常学习和复习迎考使用，对于广大中学数学教师，也是一本内容翔实的教学参考书．

本书在编写过程中，查阅了有关的书刊资料，谨在此表示衷心的感谢．由于时间仓促，水平有限，书中不足之处在所难免，欢迎广大读者提出宝贵意见．

编　者

目　　录

初中数学

第一部分　代　数

第二部分 平面几何

高中数学

第一部分　代　数

第二部分　立体几何

第三部分 平面解析几何

初中数学

第一部分 代 数

第一章 有理数

§1.1 整数与整除

数字 也称“数码”,用来记数的符号.现在世界各国最常用的0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,十个数码是印度—阿拉伯数字,中国常用的数码是:一,二,三,四,五,六,七,八,九,十.

数码 即“数字”.

自然数 1,2,3,4,5,…等数,称为自然数.又称为正整数,“1”是自然数的单位,也是自然数中最小的一个数,自然数的个数是无限的,没有最大的自然数.

基数和序数 用来表示数量多少的自然数叫做基数,如3个人的3;用来表示顺序的自然数叫做序数,如第3个人的3.

整数 正整数、零、负整数统称为整数.

整除 对于任意给定的两个整数a,$b(b\neq 0)$,若存在一个整数q,使得等式$a=bq$成立,则称b整除a,或a

被 b 整除，记作 $b|a$. 若不存在整数 q，使 $a=bq$ 成立，则称 b 不能整除 a，或 a 不能被 b 整除，记作 $b\nmid a$.

约数（因数）和倍数 若整数 a 能被整数 $b(b\neq 0)$ 整除 $(b|a)$，则称 a 为 b 的倍数，b 为 a 的约数（或因数）.

因为整数都是 ± 1 的倍数，所以 ± 1 是任何整数的约数；又因为零是任何非零整数的倍数，所以任何一个非零整数都是零的约数.

整数整除的性质 设 a、b、c、d、…均为整数．

(1)若 $a|b$，则 $(-a)|b$，$a|(-b)$，$(-a)|(-b)$，$|a|\,|\,|b|$；

(2)若 $a|b$，$b|c$，则 $a|c$；

(3)若 $a|b$，$b|a$，则 $|a|=|b|$；

(4)若 $a|b$，则 $a|bc$；

(5)若 $a|b$，$c\neq 0$，则 $ac|bc$；

(6)若 $ac|bc$，（当然有 $c\neq 0$），则 $a|b$；

(7)若 $a|b$，且 $b\neq 0$，则 $|a|\leqslant|b|$；

(8)若 $|a|<|b|$，且 $|b|\,\big|\,|a|$，则 $a=0$；

(9)若 $d|a_1$，$d|a_2$，$d|a_3$，…，$d|a_n$，则

$d|(m_1a_1+m_2a_2+m_3a_3+\cdots+m_na_n)$

（m_1，m_2，m_3，…，m_n 为任意整数）；

(10)若 $d|(a+b)$，且 $d|a$，则 $d|b$；

(11)若 $a_1+a_2+\cdots+a_n=b_1+b_2+\cdots+b_m$ 内有一项不是 d 的倍数，则至少还有一项也不是 d 的倍数；

(12)若 $a_1+a_2+\cdots+a_n=b_1+b_2+\cdots+b_m$，且这 $m+n$ 项中有 $m+n-1$ 项是 d 的倍数，则剩下的一项也是 d 的倍数；

(13)m 个连续整数中，必有一个能被 m 整除；

(14)若 a、b 是两个整数,且 $b\neq0$,则有且仅有两个整数 q、r,使 $a=qb+r(0\leqslant r<|b|)$成立,其中 a 为被除数,b 为除数,r 为余数.显然,当且仅当 $r=0$ 时 $b|a$.

能被 2、5、4、8、25、125 整除的整数

(1)末位数字是偶数的整数能被 2 整除;

(2)末位数字是 0 或 5 的整数能被 5 整除;

(3)末两位数能被 4 或 25 整除的整数能被 4 或 25 整除;

(4)末三位数能被 8 或 125 整除的整数能被 8 或 125 整除.

能被 3、9 整除的整数 各位数字的和能被 3 或 9 整除的整数能被 3 或 9 整除.

能被 7、11、13 整除的整数 将一个整数 A 从末位数字开始向左每三位一小节分开,依次称为第一节,第二节…第 k 节.每一小节的三位数分别称为 $n_1,n_2,\cdots,n_k$.记 $N=n_1-n_2+n_3-n_4+\cdots+(-1)^{k-1}n_k$.若 N 能被 7 或 11 或 13 整除,则整数 A 能被 7 或 11 或 13 整除.

例 1 $A=4924361,N=361-924+4=-559$,

$\because 13|(-559),\therefore 13|4924361$.

例 2 $A=728453,N=453-738=-275$,

$\because 11|(-275),\quad\therefore 11|728453$.

能被 11 整除的整数的另一特征是:偶数位上的数字和与奇数位上数字和之差能被 11 整除.如 758453,因

$(7+8+5)-(2+4+3)=11,\therefore 11|758453$.

质数(素数)和合数 一个大于 1 的整数,如果除了它本身和 1 以外,不能被其他正整数所整除,那么这个数称为质数,质数又称"素数",质数有无限多个,最小的

质数是 2.

一个大于 1 的整数,如果除了它本身和 1 以外,还能被其他正整数整除,那么这个数称为合数. 1 既不是质数也不是合数.

质因数 如果一个正整数 a 有一个因数 b,且 b 又是质数,则称 b 为 a 的质因数.

分解质因数 把一个合数表示成若干个质数的乘积的形式,叫做分解质因数. 如把 18 分解质因数为

$$18=2\times 3\times 3.$$

奇数和偶数 能够被 2 整除的整数叫偶数,不能被 2 整除的整数叫奇数. 偶数的一般表达式是 $n=2k$,奇数的一般表达式是 $n=2k+1$,其中 k 为任一整数.

公约数和最大公约数 设 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是 n 个整数($n\geqslant 2$),若整数 d 是这些数中每一个数的约数,即 $d\mid a_1$, $d\mid a_2,\cdots,d\mid a_n$,则称 d 为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的一个公约数(或公因数). 所有公约数中最大的一个叫做 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的最大公约数. 记作 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)=d$. 如 $(24,30,66)=6$;24,30,66 的公约数有 1、2、3、6.

公倍数和最小公倍数 设 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是 n 个整数($n\geqslant 2$),若整数 m 是这些数中每一个数的倍数,即 $a_1\mid m,a_2\mid m,\cdots,a_n\mid m$,则称 m 为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的一个公倍数. 整数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的所有公倍数中,最小的一个叫做最小公倍数,记作 $[a_1,a_2,\cdots,a_n]=m$.

最小公倍数与最大公约数的关系 设 a、b 是两个正整数,则 $[a,b]\cdot(a,b)=ab$,即两个正整数的最小公倍数与最大公约数的乘积等于这两个数的乘积.

互质 两个整数 a、b 的最大公约数如果是 1,则称 a、b

互质,即若$(a,b)=1$,则 a、b 互质.如果整数 $a_1,a_2,\cdots,a_n(n\geqslant 2)$有$(a_1,a_2,\cdots,a_n)=1$,则称 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 互质,$a_1,a_2,\cdots,a_n$ 叫互质数.

显然,若 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 两两互质,则 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 一定互质,反之不一定成立.如$(6,15,35)=1$,即 6,15,35 是互质的,但它们不是两两互质.

§1.2 有理数及其运算

正数 大于 0 的数叫做正数(正数前面的正号"+"可以省略不写).

负数 小于 0 的数叫做负数.

零 "0"表示正量和负量的分界点,既不是正数也不是负数,它是介于正数与负数之间的唯一的整数.

性质符号 符号 + 与 - 放在一个数前面表示这个数的正、负性时,叫性质符号,+ 叫正号,- 叫负号.

运算符号 表示进行什么运算的符号,如"+"、"-"、"×"、"÷"等,叫做运算符号.

有理数 整数和分数统称有理数.任一有理数都可写成$\dfrac{m}{n}$的形式(m、n 均为整数,$n\neq 0$).有理数集合所含的数可表示

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

非负有理数 正有理数和零的统称.

数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数

轴.

相反数 只有符号不同的两个数,其中一个是另一个的相反数(这两个数叫做互为相反数),数 a 的相反数是 $-a$,0 的相反数是 0. 显然,若 a、b 互为相反数,则 $a+b=0$;反之,若 $a+b=0$,则 a、b 互为相反数.

相反数的几何意义是:数轴上分居原点两旁、到原点等距离的两点所对应的两个数互为相反数.

绝对值 正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0 的绝对值是 0,数 a 的绝对值记作 $|a|$,即

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0)\\ 0 & (a=0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$$

数 a 的绝对值是一个非负数,即 $|a|\geqslant 0$.

数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离.

有理数大小的比较 (1)在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大;(2)任何正数大于 0 和负数;(3)任何负数小于 0 和正数;(4)两个正数中,绝对值较大的数较大;(5)两个负数中,绝对值较大的数反而小.

有理数加法法则

(1)同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加;

(2)绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值;

(3)互为相反数的两个数相加得 0;