

GAOKAO C

ONG TIXING JIETI JINGDIAN 1000LI

高考常用题型 解题经典 1000例

刘国材

编著

修订版

- 名师精撰
- 权威导向
- 揭示规律
- 应试宝典

数学



大连理工大学出版社

DALIAN LIGONG DAXUE CHUBANSHE

高考常用题型解题经典 1000 例

数 学

(修订版)

刘国材 编者

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考常用题型解题经典1000例:数学(修订版)/刘国材
编著. —大连:大连理工大学出版社,1998.7

ISBN 7-5611-1273-4

I. 高… II. 刘… III. 数学课-高中-解题-升学参考资料
N. G632.479

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第06082号

《高考常用题型解题经典1000例》

编委会

主 编 希 扬

副主编 刘国材 吴万用

编 委 刘国材 吴万用 郎伟岸 王 岚

任雪平 鲁燕城 杜德林

大连理工大学出版社出版发行

(大连市凌水河 邮政编码 116024)

沈阳新华印刷厂印刷

开本:880×1230毫米 1/32 字数:480千字 印张:11.75

1997年6月第1版

1998年7月第3次印刷

1998年7月第2版

印数:80001—150000册

责任编辑:于明珍

责任校对:东 敏

封面设计:孙宝福

定价:13.80元

修订版前言

《高考常用题型解题经典 1000 例》是按新教材、新大纲，遵循教、学、练、考的整体思路，旨在培养高考学生学科悟性和综合能力素质（特别是解题的发散思维能力）而编写的一套名师导学题典。本丛书自 1997 年 8 月出版，很快就畅销华夏大地，深得读者厚爱；长期在教学第一线工作的许多教师也赞誉在“教参”如林、良莠不齐的文教书市场中，“1000 例”可谓是真正的“精品”；各种发行渠道中的批发商和经销商也都看好“1000 例”，在购销中以常规的或非常规的方式纷纷“出手”。

归结起来，本丛书之所以畅销，之所以受到各方面的青睐，盖源于它的五大特色：

——紧扣最新教纲、考纲，精心编选、设计经典常用题型，为考生提供系统、全面、科学的知识网络和复习精要；

——体现 90 年代以来高考改革的最新特点，把握最新考试命题趋势，题型选择新颖、典型、精当，使考生准确把握“考什么”和必须“会什么”；

——针对重点、难点和知识点，提炼、设计最新考点和题型，使考生在精读典型例题中触类旁通，达到综合能力素质和应试技能的完满统一和提高；

——抓住知识点，提示重点、难点，精析解题思路和得分点，使考生在多题型的习练中掌握常用题型解题规律与技巧，举一反三，活用知识，具备用综合能力素质应考的本领；

——导向权威,汇集众多特级教师和高级教师多年在教学第一线积累的丰富教学经验和10年高考命题、解题思路之精粹,使考生在复习备考中得到名师点拨,变苦读为巧读,变知识为能力,在“寸时寸金”的高考冲刺过程中,通过对高考决胜题型在知识和能力上的整体掌握,以尽可能小的时间代价取得最佳应考“效益”,金榜题名势在必得。

本次根据国家教委1998年关于推进素质教育的最新精神,并在广泛吸收广大读者和教师意见和建议基础上完成的这个修订版,使本丛书从基本内容选择、经典常用题型设计到知识点、重点、难点及解题思路精析等重要方面更趋完善,特别是通过对新题型的补充和对一些老题型的替换,使本丛书上述的五大特色更为鲜明。

我们期望本丛书在激烈的市场竞争中继续走向成功,因而也更企盼广大读者在对它的关爱之中对其提出更多、更好的意见和建议,使之书如其名,真正成为文教书林中的“经典”和“名牌”。

出版者

1998年7月

前 言

近年来编者在工作之余一直笔耕不辍,时有拙编推出。其中为高中学生编写的参考书也有两三册,这些书面市之后都受到了广大读者的欢迎。这次应朋友之邀,执笔本套丛书的数学分册。笔者除注意保留了此前出版的拙编的优点之外,又注意了本书在一些方面的新的突破。所有这些形成了本书的特点:

1. 重点突出,导向良好

编者在为本书选题时采取了高起点的举措,即入选本书的习题多为“中等题”和“难题”。对入选本书的“难题”,编者特别注意了对其难度的控制,使之符合当前高考命题的趋势,以有助于读者学习或复习备考时走出某些误区。

2. 新颖习题比例较高,信息量大

入选本书的“经典”习题,以其来源不同可划分为两类:一类是近年高考试卷中的试题,这些精选的高考试题业经实验检验,命题十分成功。显然此类习题不仅对读者理解《考试说明》很有帮助,而且它们对今后高考命题也很有影响。因此,这一类问题中所含的高考的信息量大,而且可信;另一类是来自各种参考资料、高考模拟试卷。这些习题的编拟,凝聚着不少同行的心血。入选本书中的此类问题都经过了笔者的课堂教学检验,择优而取之。

由于执笔本书时,编者正在辽宁省实验中学高三年级任教,因此有条件吸收教学过程中来自学生的各种意见,使得编者编写本书时,对其中的某些问题的议论、作解显得较为生动。尤其是对部分选择题、填空题所给出的解法(这在一般同类书中,往往只给结果,而不给出分析、解答的过程),不少是来自学生的。读者不难发现,这些解法中,实不乏精彩之处。

另外,编者编选习题时,往往特别属意于那些能考查数学思想的问题,因此读者使用本书或可时有耳目一新的感觉,这一点也正是编者所

期待的。

辽宁省实验中学的张志鹏、张纯志和成建卓三位同志审阅了本书的部分原稿,补写了部分题解,特此致谢!

本书文字量较大,符号、数字尤多,极易出现疏误,悬望广大读者指正。

刘国材

1997年6月于沈阳

目 录

修订版前言

前 言

第一部分 代 数	1
一、幂函数、指数函数和对数函数	1
(一) 高考回顾	1
(二) 典型例题(1~85)	3
1. 选择题(1~27)	3
2. 填空题(28~64)	11
3. 解答题(65~85)	19
二、三角函数	30
(一) 高考回顾	30
(二) 典型例题(86~150)	31
1. 选择题(86~115)	31
2. 填空题(116~145)	41
3. 解答题(146~150)	48
三、两角和与差的三角函数	50
(一) 高考回顾	50
(二) 典型例题(151~260)	51
1. 选择题(151~182)	51
2. 填空题(183~210)	62
3. 解答题(211~260)	70

四、反三角函数和简单的三角方程	90
(一) 高考回顾	90
(二) 典型例题(261~316)	91
1. 选择题(261~291)	91
2. 填空题(292~316)	100
五、不等式	106
(一) 高考回顾	106
(二) 典型例题(317~394)	107
1. 选择题(317~340)	107
2. 填空题(341~357)	114
3. 解答题(358~394)	118
六、数列、极限和数学归纳法	137
(一) 高考回顾	137
(二) 典型例题(395~477)	139
1. 选择题(395~411)	139
2. 填空题(412~429)	144
3. 解答题(430~477)	149
七、复数	175
(一) 高考回顾	175
(二) 典型例题(478~546)	176
1. 选择题(478~494)	176
2. 填空题(495~508)	181
3. 解答题(509~546)	184
八、排列、组合和二项式定理	203
(一) 高考回顾	203
(二) 典型例题(547~597)	204

1. 选择题(547~571)	204
2. 填空题(572~597)	211
第二部分 立体几何	216
一、直线和平面	216
(一) 高考回顾	216
(二) 典型例题(598~673)	217
1. 选择题(598~632)	217
2. 填空题(633~655)	228
3. 解答题(656~673)	234
二、多面体和旋转体	243
(一) 高考回顾	243
(二) 典型例题(674~802)	245
1. 选择题(674~728)	245
2. 填空题(729~778)	263
3. 解答题(779~802)	272
第三部分 平面解析几何	288
一、直线	288
(一) 高考回顾	288
(二) 典型例题(803~841)	289
1. 选择题(803~819)	289
2. 填空题(820~833)	295
3. 解答题(834~841)	297
二、圆锥曲线	301
(一) 高考回顾	301
(二) 典型例题(842~968)	303
1. 选择题(842~883)	303

2. 填空题(884~925)	315
3. 解答题(926~968)	322
三、参数方程和极坐标	351
(一) 高考回顾	351
(二) 典型例题(969~1000)	353
1. 选择题(969~986)	353
2. 填空题(987~1000)	358

第一部分 代 数

一、幂函数、指数函数和对数函数

(一) 高考回顾

近年高考试卷中,与集合、函数内容有关的试题有选择题,也有填空题,每卷中此类试题约有3~4个,累积约占15分左右。出现较多的有集合问题、反函数问题和函数的奇、偶性问题以及函数的图像等。它们多为“容易题”或“中等题”,下面的两道试题就是与函数的奇、偶性有关的试题:

定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和,如果 $f(x) = \lg(10^x + 1)$, $x \in (-\infty, +\infty)$,那么() (1994年高考试题)。

(A) $g(x) = x$

$$h(x) = \lg(10^x + 10^{-x} + 2)$$

(B) $g(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x + 1) + x]$

$$h(x) = \frac{1}{2}[\lg(10^x + 1) - x]$$

(C) $g(x) = \frac{x}{2}$

$$h(x) = \lg(10^x + 1) - \frac{x}{2}$$

(D) $g(x) = -\frac{x}{2}$

$$h(x) = \lg(10^x + 1) + \frac{x}{2}$$

设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $f(x+2) = -f(x)$,当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$,则 $f(7.5)$ 等于() (1996年高考试题)。

(A) 0.5

(B) -0.5

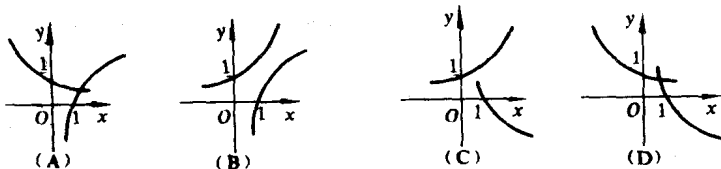
(C) 1.5

(D) - 1.5

对于这两道试题,考生欲得到正确答案,决非易事,尤其是前者难度较大(见后文第24题)。

考查函数图像的试题有:

当 $a > 1$ 时,在同一坐标系中,函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图像是()
(1996 年高考试题)。



在解答题所考查的知识中涉及集合、函数知识的也不乏其例:

某地为促进淡水鱼养殖业的发展,将价格控制在适当范围内,决定对淡水鱼养殖提供政府补贴.设淡水鱼的市场价格为 x 元/千克,政府补贴为 t 元/千克.根据市场调查,当 $8 \leq x \leq 14$ 时,淡水鱼的市场日供应量 P 千克与市场日需求量 Q 千克近似地满足关系:

$$P = 1000(x + t - 8) \quad (x \geq 8, t \geq 0),$$

$$Q = 500 \sqrt{40 - (x - 8)^2} \quad (8 \leq x \leq 14).$$

当 $P = Q$ 时市场价格称为市场平衡价格:

(1) 将市场平衡价格表示为政府补贴的函数,并求出函数的定义域;

(2) 为使市场平衡价格不高于每千克 10 元,政府补贴至少为每千克多元少
(1995 年高考试题)?

这是一道“难题”,考生对解答此类联系实际的问题较为生疏,本题的第(1)问就涉及函数的概念。

测试运用所学数学知识和方法解决问题的能力,是数学科考试的宗旨之一.在 1994 年和 1996 年的高考试卷中也都有一道联系实际的数学试题,这几个试题都与函数有关,1994 年和 1996 年的试题分别是:

在测量某物理量的过程中,因仪器和观察的误差,使得 n 次测量分别得到 $a_1, a_2, \dots, a_n$, 共 n 个数据,我们规定所测量物理量的“最佳近似值” a 是这样一个量:与其他近似值比较, a 与各数据的差的平方和最小,依此规定,从 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 推出的 a = _____。

某地现有耕地 10 000 公顷,规划 10 年后粮食单产比现在增加 22%,人均粮食占有量比现在提高 10%。如果人口年增长率为 1%,那么耕地平均每年至多只能减少多少公顷(精确到 1 公顷)?

$$\left(\text{粮食单产} = \frac{\text{总产量}}{\text{耕地面积}}, \text{人均粮食占有量} = \frac{\text{总产量}}{\text{总人口数}} \right)$$

对于解答 1994 年的联系实际的问题,考生虽然不算陌生,然而解答结果很不好,平均得分只有 1.06 分,难度系数为 0.35;对于 1995 年的试题,很多考生反复审题,都难以弄清题意。可能是由于 1995 年的高考实践,使得 1996 年的试题,相对于前两年试卷中的联系实际的问题就显得容易多了。

(二) 典型例题(1 ~ 85)

1. 选择题(1 ~ 27)

【1】设全集是实数集 $R, M = \{x | x \leq 1 + \sqrt{2}, x \in R\}, N = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $\overline{M} \cap N$ 等于()。

- (A) {4} (B) {3, 4} (C) {2, 3, 4} (D) {1, 2, 3, 4}

分析: 先求集合 $\overline{M}$, 易得 $\overline{M} = \{x | x > 1 + \sqrt{2}, x \in R\}$, 在集合 N 中, 只有两个元素是集合 $\overline{M}$ 中的元素。

解: 选(B)。

【2】设 I 是全集, 集合 P, Q 满足 $P \subset Q$, 则下面的结论中错误的是()。

- (A) $P \cup Q = Q$
 (B) $\overline{P} \cup Q = I$
 (C) $P \cap \overline{Q} = \emptyset$
 (D) $\overline{P} \cap \overline{Q} = \overline{P}$

解: 选(D)。

【3】若函数 $f(x) = 4^x + 5$, 则 $f^{-1}(x+1)$ 的定义域是()。

- (A) $(5, +\infty)$
 (B) $(4, +\infty)$
 (C) $(-\infty, 5)$
 (D) $(-\infty, 4)$

分析: 设 $y = f(x)$, 得 $y - 5 = 4^x, x = \log_4(y - 5), y = \log_4(x - 5)$, 即 $f^{-1}(x) = \log_4(x - 5), f^{-1}(x+1) = \log_4(x - 4)$ 。

解: 选(B)。

【4】函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的定义域为 $(0, 3)$, 则值域为()。

(A) $\left(\frac{10}{3}, +\infty\right)$

(B) $\left[2, \frac{10}{3}\right)$

(C) $\left(2, \frac{10}{3}\right)$

(D) $[2, +\infty)$

分析: 当 $x=1$ 时, $y=2$, 则(A) (C) 不正确; 当 $x=\frac{1}{4}$ 时, $y=4\frac{1}{4} > \frac{10}{3}$,

则(B) 不正确。

解: 选(D)。

【5】函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ($x \in (0, 8]$) 的值域是()。

(A) $[-3, +\infty)$

(B) $[3, +\infty)$

(C) $(-\infty, -3]$

(D) $(-\infty, 3]$

分析: 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 在定义域上是单调减函数, 当 $x=8$ 时, 取最小值 $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$, 则(B) (C) (D) 都不正确。

解: 选(A)。

【6】三个数 $6^{0.7}$, 0.7^6 , $\log_{0.7} 6$ 的大小顺序是()。

(A) $0.7^6 < \log_{0.7} 6 < 6^{0.7}$

(B) $0.7^6 < 6^{0.7} < \log_{0.7} 6$

(C) $\log_{0.7} 6 < 6^{0.7} < 0.7^6$

(D) $\log_{0.7} 6 < 0.7^6 < 6^{0.7}$

分析: 因为 $6^{0.7} > 1$, $0 < 0.7^6 < 1$, 而 $\log_{0.7} 6 = \frac{\lg 6}{\lg 0.7} < 0$, 得三个数的大小顺序是 $\log_{0.7} 6 < 0.7^6 < 6^{0.7}$ 。

解: 选(D)。

【7】如果 $\log_a 9 < \log_b 9 < 0$, 则 a, b 满足()。

(A) $a > b > 1$

(B) $b > a > 1$

(C) $0 < b < a < 1$

(D) $0 < a < b < 1$

分析: 令 $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{9}$, 则 $\log_a 9 = -2$, $\log_b 9 = -1$, 满足条件 $\log_a 9 < \log_b 9 < 0$ 。显然 $0 < \frac{1}{9} < \frac{1}{3} < 1$ 。

解: 选(C)。

【8】若 $x > y > 1$, $0 < a < 1$, 则下面不正确的结论是()。

(A) $x^{-a} < y^{-a}$

(B) $a^x < a^y$

(C) $a^{-x} < a^{-y}$

(D) $\log_a x < \log_a y$

分析: 显然选项(B) (C) 中必有一个是不正确的, 而若(B) 不正确, 则(D) 也不正确, 这与本题为单选题矛盾, 则只能是(C) 不正确。另外, 也可用赋值法。令 $a = \frac{1}{2}, x = 4, y = 2$, 这一组数值完全符合条件。可知选项(C) 是不正确的, 这是由于 $a^{-x} = (\frac{1}{2})^{-4} = 16, a^{-y} = \frac{1}{2} = 4$ 。

解: 选(C)。

【9】设 $f(x) = |\lg x|$, 若 $0 < a < b < c$, 且 $f(a) > f(c) > f(b)$, 则下列关系中正确的是()。

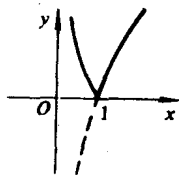
(A) $ac + 1 < a + c$

(B) $ac + 1 > a + c$

(C) $ac + 1 = a + c$

(D) $ac > 1$

分析: 借助函数 $f(x)$ 的简图, 令 $a = \frac{1}{100}, b = 1, c = 10$, 则 $f(a) = 2; f(b) = 0, f(c) = 1$, 满足条件。由于 $a = \frac{1}{10}$, 则(D) 不正确, 由 $ac + 1 = \frac{11}{10}, a + c = 10\frac{1}{100}$, 显然有 $ac + 1 < a + c$ 。



解: 选(A)。

【10】函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(15 + 2x - x^2)$ 的单调递减区间是()。

(A) $[1, +\infty]$

(B) $(-\infty, 1]$

(C) $(-3, 1]$

(D) $[1, 5)$

分析: 本题所求的递减区间与函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 15$ 的单调递增区间有关, 但两者却不同, 因为还要注意到函数 y 的定义域, 即 $f(x) > 0$ 。由 $f(x) > 0$, 得 $x^2 - 2x - 15 < 0, -3 < x < 5$; 又 $f(x) = -(x-1)^2 + 16$, 它的单调递增区间为 $(-\infty, 1]$ 。选项(C) 正确。

解: 选(C)。

【11】如果函数 $f(x)$ 的图像与函数 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(3x - x^2)$ 的单调递减区间是()。

(A) $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

(B) $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$

(C) $\left[\frac{3}{2}, 3\right)$

(D) $\left(0, \frac{3}{2}\right]$

分析: 得 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}x$, 则 $f(3x - x^2) = \log_{\frac{1}{2}}(3x - x^2)$. 由 $-x^2 + 3x = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4}$, 得真数在区间 $(-\infty, \frac{3}{2}]$ 上单调递增, 又注意到定义域, 应有 $3x - x^2 > 0$, 得 $x \in (0, 3)$. 综合前述, 得 $0 < x \leq \frac{3}{2}$.

解: 选(D).

【12】将 $y = 2^x$ 的图像

(A) 先向左平行移动 1 个单位

(B) 先向右平行移动 1 个单位

(C) 先向上平行移动 1 个单位

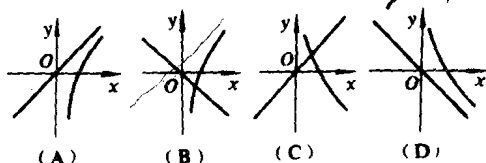
(D) 先向下平行移动 1 个单位

再做关于直线 $y = x$ 对称的图像, 可得函数 $y = \log_2(x + 1)$ 的图像, 则正确的是().

分析: 函数 $y = \log_2(x + 1)$ 的图像过点 $(0, 0)$, 因此函数 $y = 2^x$ 的图像平行移动之后应也经过原点 $(0, 0)$, 而曲线 $y = 2^x$ 过点 $(0, 1)$, 平行移动后欲过点 $(0, 0)$, 只须向下平行移动 1 个单位即可.

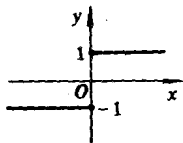
解: 选(D).

【13】当 $a > 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 和 $y = (1 - a)x$ 的图像只能是().



解: 选(B).

【14】函数 $y = f(x)$ 的图像如图所示, 则此函数的表达式为().



(A) $y = \frac{|x| - x}{x} - 1$

(B) $y = \frac{-|x| + x}{x} - 1$