



日本国高考题解选译

1979

数学_上

河南人民出版社



日本国高考理解选集

第一卷

国文

第二卷

数学

第三卷

理科

第四卷



1 9 7 9

日本国高考题解选译

数 学

(上)

张楚宾 编译
陈国刚

河南人民出版社

内 容 提 要

本书是一九七九年日本国旺文社出版的《全国大学入学考试问题正解》中数学部分的选译本。

原书收入了百余所日本国大学的全部数学考题，其内容范围较我国中学数学教学大纲更为广泛。为了适应我国中学教学的实际情况，本书从中选译了一百五十五所大学的部分考题。

本书主要供中学师生学习参考，也可供理工科大学低年级学生参考。

责任编辑 温 光

1 9 7 9

日本国高考题解选译

数 学

(上、下两册)

张楚宾 陈国刚编译

河南人民出版社出版

河南第一新华印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米32开 31.5印张 619千字

1981年5月第1版 1981年5月第1次印刷

印数：1—10,000册

统一书号7105·136 定价2.30元

目 录

全国统考（第一次考试）	1
（补考）	7
北海道大学（理Ⅰ・医学部）	15
（理Ⅱ、Ⅲ・水产学部）	19
（文Ⅱ学部）	23
北海道教育大学	26
室兰工业大学	31
小樽商科大学（数学ⅠB）	40
（数学Ⅱ）	43
带广畜产大学	49
旭川医科大学	55
北见工业大学	60
弘前大学（教育・数学・物理・医科专业）	64
岩手大学（工学部）	72
（教育学部）	75
东北大学（理・工・医・农学部）	79
（教育学部）	86

秋田大学 (医学部)	89
(矿山学部)	94
山形大学 (教育学 · 医学 · 理学 · 工业部)	98
宫城教育大学 (数学系)	108
福島大学	113
茨城大学 (教育学 · 理学 · 工学 · 农学部)	116
筑波大学 (自然 · 生物 · 社会工作 · 情报 · 基础工业)	123
宇都宫大学 (教育 · 农业学部)	128
群馬大学 (医学部)	132
(教育 · 工学部)	136
千葉大学 (医药 · 工学部)	141
(教育 · 理学部)	145
埼玉大学 (教育 · 经济学部)	151
(理 · 工学部)	152
东京大学 (文科)	159
(理科)	165
东京医科大学	173
东京学艺大学	177
东京农工大学 (农学部)	181
(工学部)	186
东京工业大学	192
东京商船大学	196
东京水产大学	200
茶水女子大学 (数学部)	206

电气通信大学	212
一桥大学	221
横滨国立大学 (工学部)	229
(经济・经营管理学部)	236
新潟大学 (理・工学部)	240
(教育・农学部)	244
长冈科技大学	248
富山大学 (理学・数学部)	251
富山医科药科大学	259
金泽大学	265
山梨大学	270
福井大学 (工学部)	278
信州大学 (理・医学部)	283
(工学部)	287
岐阜大学 (农业・教育学部)	291
静岡大学 (理・工学部)	295
滨松医科大学	297
爱知教育大学	302
名古屋大学 (理・工・农・医学部)	306
名古屋工业大学	308
豊桥科技大学	312
三重大学 (医・工・农学部)	317
滋贺大学	322
滋贺医科大学	327

京都大学 (理・医・工・农学部)	333
(文・教・法・经济学部)	343
京都教育大学	348
京都工艺纤维大学	352
大阪大学	357
大阪教育大学	365
神戸大学	371
神戸商船大学	376
奈良教育大学	381
奈良女子大学	386
和歌山大学	391
鸟取大学 (医・工・农学部)	395
(教育・农林学部)	400
岛根大学 (数学学部)	404
冈山大学 (数学ⅠB)	408
(数学ⅠB・Ⅱ)	413
广岛大学 (理・工学部)	418
(法・经・水畜产・教育学部)	425
山口大学 (理・医・工学部)	428
德岛大学	43 ⁵
香川大学	441
爱媛大学	446
高知大学 (理学部)	454
高知医科大学	460

福岡教育大学	465
九州大学 (理・工・農・經・醫學部)	469
(教育・法律・經營管理學部)	474
九州藝術工科大学	477
九州工業大學	481
佐賀大學	488
長崎大學	492
熊本大學	499
大分醫科大學	504
大分大學 (教育學部)	509
宮崎大學 (教育學部)	514
宮崎醫科大學	521
鹿兒島大學	527
琉球大學	532
 札幌醫科大學	 538
東京都立大學 (理・工學部)	540
(人文・法律・經濟學部)	546
橫濱市立大學 (理・醫學部)	549
(商學部)	554
岐阜藥科大學	559
名古屋市立大學 (經濟學部)	561
京都府立醫科大學	563
大阪市立大學 (經濟・生活學部)	575

(理・工・医学部)	579
大阪府立大学(农业・经济・综合学部)	585
(工学部)	589
神戸商科大学(经济・经营学部)	592
姫路工业大学	599
奈良县立医科大学	602
北九州大学(商学部)	609
防卫医科大学	611
防卫大学校(第一部分)	615
(第二部分)	620
北海道学园大学	630
北海道工业大学	636
岩手医科大学	639
东北工业大学	642
足利工业大学	649
自治医科大学(第一次考试)	655
(第二次考试)	658
城西大学	666
千叶工业大学	671
青山学院大学(经济学部)	676
(理工学部)	678
工学院大学(电气・电子・情报专业)	684
芝浦工业大学	690

上智大学(理工学部Ⅰ—机械、电气、电子专业)	697
(理工学部Ⅱ—数学、物理、化学专业)	702
学习院大学(经济学部)	708
(理学部)	710
庆应义塾大学(法学部)	713
(商学部)	717
(医学部)	718
成蹊大学	723
玉川大学	728
中央大学(理工学部)	732
(经济学部)	736
(商学部)	739
津田塾大学	743
东海大学(工学部)	747
(理学部)	754
东京医科大学	760
东京女子大学	767
东京药科大学	772
东京理科大学(理学部)	779
(药学部)	787
(工学部)	792
东邦大学(药学部)	797
东洋大学	801
日本大学(理工学部)	806

(文理学部)	807
(医学部)	810
日本医科大学	814
日本女子大学	818
法政大学 (工学部)	823
武藏工业大学	826
明治大学 (工学部)	832
立教大学 (理学部)	836
明星大学 (理工学部)	841
早稻田大学 (商学部)	845
(政治经济学部)	850
(教育学部理科)	853
(理工学部)	863
几德工业大学	875
神奈川大学 (工学部)	881
关东学院大学	887
鹤见大学	891
金泽工业大学	893
福井工业大学	898
京都产业大学	900
爱知工业大学	903
大同工业大学	909
中部工业大学	912
名古屋保健卫生大学	914

名城大学	917
同志社大学 (工学部)	920
(法学部)	923
立命馆大学 (理工学部)	928
(经济学部)	931
大阪工业大学	935
大阪产业大学	940
大阪电气通讯大学	943
关西大学 (工学部)	946
(经济学部)	950
近畿大学 (理工学部)	954
(医学部)	958
关西学院大学 (经济学部)	962
(理学部)	964
甲南大学 (理学部)	967
神戸学院大学 (药学部)	975
神戸女子药科大学	979
岡山理科大学	983
长崎综合科学大学	989

全 国 统 考

第 一 次 考 试

【试 题】

1. (1) 把二次函数 $y = 25x^2 - ax + 11$ (a 是常数) 表示为 $y = (5x - b)^2 + 2$ (b 是正数), 这时, $a = ?$ $b = ?$

当 x 为何值时, 这个函数取最小值? 其最小值是多少?

(2) 求出抛物线 $y = x^2 - 2x + 16$ 的对称轴方程和顶点坐标.

2. 从 1 到 20 的自然数中, 选取互相不同的三个数的组合.

(1) 全是偶数组成的组有多少个?

(2) 不包括 3 的倍数的组有多少个?

(3) 至少含一个 3 的倍数的组有多少个?

(4) 正好只含一个 3 的倍数的组有多少个?

3. 试证: 点 P 在 $\triangle OAB$ 内部 (不包含周界) 的必要与充分条件是 $\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$, $a > 0$, $b > 0$, $a + b < 1$.

4. 设 a 、 b 为自然数, 如果 $a^5 b^5$ 是 24 位数, $\frac{a^5}{b^5}$ 的整数部

分是16位数。

(1) $10^m \leq a^5 b^5 < 10^{m+1}$, $10^n \leq \frac{a^5}{b^5} \leq 10^{n+1}$, 求 m 和 n 。

(2) $a^3 b^3$ 是几位数?

(3) a 、 b 各是几位数?

5. 内接于半径为 2 的圆的三角形 ABC , 三边之比是 $BC:CA:AB=7:5:3$ 。

(1) $\cos A = ?$ $\sin A = ?$

(2) $BC = ?$

(3) $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = ?$

【解 答】

1. 解 (二次函数)

(1) 由题意, $(5x-b)^2 + 2$ 与 $25x^2 - ax + 11$ 恒等, 即 $25x^2 - 10bx + b^2 + 2 \equiv 25x^2 - ax + 11$, 于是

$$10b = a, \quad b^2 + 2 = 11.$$

但 $b > 0$, 解上式, 得

$$b = 3, \quad a = 30.$$

又, 因为 $a = 30$, 故二次函数为

$$y = 25x^2 - 30x + 11 = (5x - 3)^2 + 2.$$

所以, 当 $x = \frac{3}{5}$ 时, y 取最小值 2。

(2) $y = x^2 - 2x + 16 = (x - 1)^2 + 15$, 所以, 这个抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, 其顶点是 $(1, 15)$ 。

2. 解 (组合)

(1) 从1到20的偶数是2, 4, 6, 8, ..., 18, 20, 共计有10个. 从这10个偶数中选3个的组合是 $C_{10}^3 = 120$.

(2) 从1到20中, 3的倍数是3, 6, 9, 12, 15, 18, 合计有6个. 所以, 完全不包括3的倍数的组合是 $C_{14}^3 = 364$.

(3) “至少含一个3的倍数”是(2)的对立事件*, 所以, 其组合数是 $C_{20}^3 - 364 = 776$.

(4) 从3的倍数(共6个)中选1, 从20个自然数剩下的14个数中选2个, 二者配合, 其组合数是 $C_6^1 \times C_{14}^2 = 546$.

3. 解(矢量)

(1) 必要性的证明.

设 P 在 $\triangle OAB$ 内部, 把线段 OP 延长交 AB 边于 Q , 并设 $\overrightarrow{OP} : \overrightarrow{OQ} = S : 1$ (注意 $\overrightarrow{OP}$ 与 $\overrightarrow{OQ}$ 同方向), 则 $0 < S < 1$, 所以

$$\overrightarrow{OP} = S\overrightarrow{OQ}. \quad \text{①}$$

又, 设 $\overrightarrow{AQ} : \overrightarrow{AB} = t : 1$, 则由分比定理, $\frac{\overrightarrow{AQ}}{\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AQ}} = \frac{t}{1-t}$

* 如果事件 A 与事件 B 之和是必然事件, 而且 A 、 B 互斥, 则称 A 与 B 互为对立事件, 或称余事件. 从1到20的自然数中, 选取互不相同的三个数的组合有 C_{20}^3 种, 这三个数中, “不含3的倍数”与“至少含一个3的倍数”, 二者必居其一, 即二者组合数之和为 C_{20}^3 .

以后, 我们将会看到在“概率”中, 也有对立事件(或叫余事件)的概念. 由于必然事件的概率是1, 所以在概率中, 当 A 事件与 B 事件互为对立事件时, 则 A 事件的概率和 B 事件的概率之和为1. 例如, 掷一颗骰子, 出现3点的概率是 $\frac{1}{6}$, 而不出现3点是出现3点的对立事件, 因此, 不出现3点的概率是

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

即 $\frac{\overrightarrow{AQ}}{\overrightarrow{QB}} = \frac{t}{1-t}$, 所以

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OQ} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{OA} + \frac{t}{1-t} \overrightarrow{QB} \\ &= \overrightarrow{OA} + \frac{t}{1-t} (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OQ}),\end{aligned}$$

$$\therefore \overrightarrow{OQ} = (1-t) \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}. \quad (2)$$

由①式和②式, 得

$$\overrightarrow{OP} = S(1-t) \overrightarrow{OA} + St \overrightarrow{OB} = (S-St) \overrightarrow{OA} + St \overrightarrow{OB}.$$

所以, 令 $S-St=a$, $St=b$, 则

$$\overrightarrow{OP} = a \overrightarrow{OA} + b \overrightarrow{OB}.$$

在这里, $a=S(1-t)>0$ (因 $1-t>0$), $b=St>0$, $a+b=S<1$.

(2) 充分性的证明.

因 $\overrightarrow{OP} = a \overrightarrow{OA} + b \overrightarrow{OB}$, $a>0$, $b>0$, $a+b<1$. 如果把线段 AB 内分成 $b:a$ 的点为 R , 则 $\overrightarrow{AR}:\overrightarrow{RB}=b:a$, 但是 $\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{OR}-\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{RB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OR}$, 因此, $\frac{\overrightarrow{OR}-\overrightarrow{OA}}{\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OR}} = \frac{b}{a}$, 于是

$$a \overrightarrow{OA} + b \overrightarrow{OB} = (a+b) \overrightarrow{OR}.$$

$$\therefore \overrightarrow{OP} = (a+b) \overrightarrow{OR}.$$

因 $0<a+b<1$, 所以, 点 P 在线段 OR 上, 即点 P 是 $\triangle OAB$