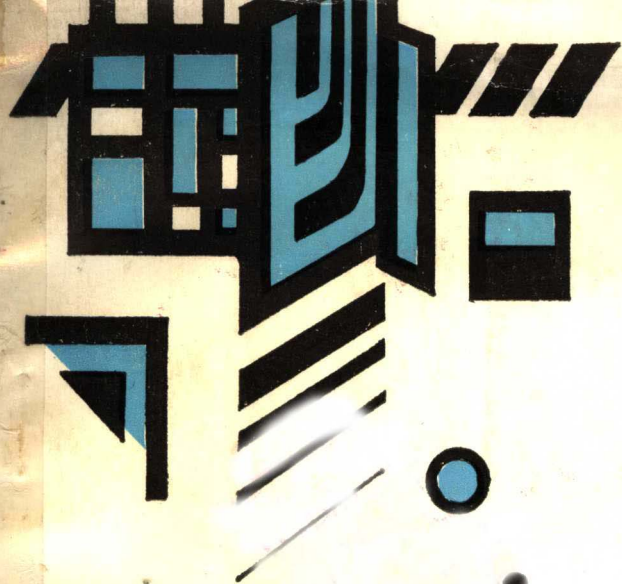




数学与未来

刘德铭 编著

科学性
预见性

趣味性
启发性

使你爱不释手
帮你驰骋想象

数学与未来

数 学 与 未 来

刘德铭 编著

责任编辑：董树岩

湖南教育出版社出版发行（长沙市展览馆路8号）
湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

1987年6月第1版 1987年6月第1次印刷

字数：130,000 印张：7 印数：1—5,500

ISBN 7—5355—0266—0/G·266

统一书号：7284·959 定价：1.40元

见 面 的 话

1984年秋，我们分赴全国各地作调查，从专家、学者那里，从老师和学生那里，从青年干部和青年职工那里，获取了有关读者需求的大量信息。作为信息的反馈，我们播下了这套《面向现代化》丛书的种子。

经过一年多的努力，随着现代化建设的雄伟步伐，它象一株刚出土的新芽，与广大读者见面了。我们谨以此献给一切立志献身现代化、献身未来的青少年朋友们。倘若他们能从这套书中获取点滴营养，从而提高建设现代化的能力，增强面对未来、开创未来的信心，这就是对我们最大的鼓励，我们将感到无限欣慰。

这套丛书包括现代新理论、新学科、新能源、新材料、新工艺以及有关新创造、新发明、新制作等方面的内容。社会科学和自然科学都在日新月异地向前发展，新理论、新学科在层出不穷地诞生，我们将竭尽全力，捕捉崭新的科技、理论信息，使这套丛书常出常新。

我们认为，具有科学性、预见性、启发性、趣味性，并做到深入浅出、雅俗共赏，应当是这套丛书必须具备的基本特征。为此，作者和编者，殚精竭虑，付出了辛勤的劳动，也取得了令人可喜的成果。我们愿意借此机会，向他们表示热诚的祝贺和衷心的感谢。

既是新芽，就有新芽的特性：一方面，不免显得

娇嫩；但另一方面，它又充满了生机。这套丛书也是如此。我们坚信，有作者的辛勤耕耘，有专家、学者和读者的精心浇灌，它一定会迅速成长起来。

人们见面时总要打个招呼，初次见面，还往往作些自我介绍，在这套丛书出版的时候，我们说了上面这些，作为见面的话。

湖南教育出版社

四川教育出版社

1985年12月

目 录

前言	1
人类改造世界的重要工具	3
什么是数学?	3
数学发展的历史给我们的启迪	5
数学模型与现实	12
经典数学的发展历史	16
1900年巴黎世界数学大会	16
数论——古老而又充满生机的数学	22
解方程的理论	32
代数学中的一次革命	34
近世代数的出现使古老的代数面目全非	39
一位对代数发展有影响的女数学家	43
电子计算机对代数学产生了巨大影响	46
泛函分析——分析、几何与代数的巧妙结合	50
橡皮几何学	60
奇妙的组合拓扑学	68
讨论偶然性现象的数学	72
数学原来是统一的整体	88
数学之为用大矣哉	95
什么是应用数学?	95
描述事物运动状态的微分方程	99
用动态系统的理论揭开更多的自然奥秘	107
来自“数学游戏”的组合数学	115
把数学方法应用到社会科学中去	140
运筹学中最重要分支——数学规划	147
对策论能告诉你在矛盾冲突中采取什么策略?	157

许多数学家获得诺贝尔经济学奖金	162
新兴的生物数学	164
计算机使数学发生巨大的变化	175
谈谈数学家、数学学派和数学趋势	183
现实需要数学和数学家	183
一些著名的数学学派	189
数学家是怎样的人?	198
菲尔兹奖及其获得者	202
数学的趋势	208
中国的数学	214

前 言

数学的起源可以追溯到远古时代，数学的发展史是和人类科学技术的发展史互相交织在一起的。追踪数学的发展，我们可以看到科学技术的巨大进步。沿着这条路来观察数学发展的趋势，既能得到有益的启示，也能够想象未来的世界。在本书中，向读者介绍了数学的一些重要的分支和它们与科学技术的关系，同时希望能从这个角度说明数学和未来世界的关系。

数学有自己的特点，内容较抽象，采用许多奇怪的符号，有一大堆定义和定理，论证严密，语言严谨，有时晦涩难懂，常使人望而生畏。在本书中，我们尽可能避免一些复杂难懂的数学推导。但是为了说明问题，写了一些有趣的数学问题和例题，一些能够启迪思维但又不太难的趣题。对一些现代的数学分支中的概念，主要从历史发展的角度和介绍数学思想方法的角度来写的。

数学的发展和数学家的工作分不开，所以本书还介绍数学家的特点和他们的工作，并希望能从中说明数学家对未来世界的责任。

数学是通向未来世界奥秘大门的钥匙，数学又是科学的语言，同时也是规划与建设未来世界的工具。了解到这一点，就可以知道数学与未来世界的关系了。

在编写这本书时，曾引用了《数学译林》杂志中的一些材料，特此向有关文章的作者、译者表示感谢。由于水平所限，错误在所难免，希望能得到读者的批评指正。

作 者

1986年6月

人类改造世界的重要工具

什么是数学？

在这个世界上，任何人都不可能不和数字打交道，也不可能不遇到各种形状的几何图形。同学们在学校中要学习各种数学课程：算术、代数、几何……，大学的数学系还要讲授许多专门的数学课程，这些课程面目各异，差别很大。许多数学论文十分抽象难懂，有谁能说清楚数学是什么？数学家是干什么的？

什么是数学？人们可以根据自己对数学的理解作出不同的回答。在历史上，人们曾给出数以百计的关于数学的定义或对数学的描述。Mathematics is the Queen of Science——数学是科学的女王。这是说数学十分有用，天文、物理、化学都离不开数学，但这种描述并没有说清数学的本质。古希腊数学家毕达哥拉斯认为“万物皆数”，他领导的学派有一句格言是“数统治宇宙”，这里说的数是指自然数。最引人注目并受到抨击的是英国数理哲学家罗素（Bertrand Russell

1872—1970)关于数学的描述。他说:“纯粹数学完全包含这样的推断,如果某命题对于某些事物是真的,那么另外的某命题对于那些事物就是真的,它根本不讨论第一个命题是否确实是真的,也不管所假定的那些事物是否真的,……如果我们的假设是关于一般事物而不是某些特殊事物的话,我们的事物就构成了数学。”接着,他又说了一段话:“这样,数学便可定义为这样一种学科,我并不知道其中说的是什么,也不知道所说的是不是真的。”罗素从数学体系的严谨性、逻辑性出发提出这种定义。罗素是数学中逻辑学派的代表人物,他强调数学是一种逻辑结构,从而把数学和其他科学技术割裂开来,而不谈数学来源于实践,不考虑数学需要接受实践的检验。

数学的拉丁文是mathematica,希腊文是μαθηματική,它来源于μαθημα,是科学或知识的意思。古希腊哲学家亚里斯多德说:“数学是量的科学”,这是一个古老而朴素的定义,它比较正确的说明了数学的实质。恩格斯在《自然辩证法》中指出:“数学是数量的科学”。在《反杜林论》中,他又说:“纯粹数学的对象是现实世界空间形式和量的关系”。所以,我们可把数学定义为:数学是研究现实世界的量的关系与空间形式的科学。当然,“量”应该理解成广义的,同样“空间”也是广义的。随着时代的进步和数学的发展,量和空间的含义会有许多新内容。本书中将会谈到各种广义的量和空间。

数学发展的历史给我们的启迪

数学的历史一直可以追溯到人类文明史的开创时期，在漫长的历史时期中，数学发展的历史能给我们许多启迪。

如果没有数的概念，无法想象人类怎样进行思维，也不可能建成今天的人类社会。人类对于数的认识可追溯到上古时代。古书《周易·系辞》说：“上古结绳而治，后世圣人，易之以契”。这种结绳记事的方法在许多国家的原始社会中都使用过。在认识数的基础上又发展了各种进位制：十进位制、十二进位制、十六进位制、六十进位制等等。另一方面，人类很早就认识并熟悉了各种几何图形。在出土的古代陶制器皿上，就绘有各种几何图纹。规和矩的记载也很早，《史记》卷二夏本纪中说：夏禹治水时“左规矩，右准绳”。山东嘉祥县汉武梁祠石室造像（公元129—147年）为“伏羲氏手执矩，女娲氏手执规”。这里规是圆规，矩是木匠师傅用的直角尺。

上面这些史料说明数学的研究起源于人类生产、生活的需要。古代的数学——算术、几何学、三角学、代数学的许多问题都与实践有关，和生产、生活有关。在中学课本中便可读到这种实例。在数学中数值计算很重要，耐普尔发明对数，其目的是为了简化乘法计算。对数算法的实质是用加法运算代替乘法运算。随着科学的发展，对数以及自然对数的底 e 却变成发展近

代分析的重要工具。又如无穷级数原本是作为计算工具而引进数学的，然而后来它成了数学中最重要概念之一。数值分析是系统的讨论各种算法、分析误差、研究收敛速度、比较各种算法的应用范围等等。在1945年第一台电子计算机制造成功之后，数学又发生了很大变化，这是指数学在风格上的变化。在20世纪50年代以前，大多数数学家常常讨论解的存在性——即解是否存在？唯一性——即解若存在，它是否唯一？稳定性——即问题的条件有微小变化时，解是否也只有微小变化？而现代数学家在计算机出现之后，受到求数值解的需求的激励，对构造性算法及可算性等问题进行了深入的研究。

微积分以及在它的基础上发展起来的数学分析或函数论是近代数学的基石之一。微积分的起源是想对古代物理学家、天文学家如伽利略、哥白尼、开普勒等人所观测到的各种力学和天文学现象给予定量分析。伽



图1 牛顿像

利略发现自由落体走过的距离和下降的时间的平方成正比，开普勒为计算酒桶和其他一些曲面体的体积进行了积分的最早探索。后来牛顿（Issac Newton 1642—1727）提出万有引力定律，并给出数学的描述。在这个过程中，他使用了“流数计算”——即现在的

导数计算,所有这些结果都写在他的不朽著作《数学原理》中。该书中的概念很快为科学界接受,成为研究地球周围自然环境物理性态的基本原理。在牛顿以后的150年间,微积分取得引人注目的进展。微积分的许多概念往往来自物理,并且许多著名的数学家同时又是力学家或天文学家。欧拉 (Euler Léonard, 1707—1783)、丹·伯努利(Bernoullis, Daniel, 1700—1782)不仅对数学作出重要贡献,他们还研究气体和液体的力学性质。拉格朗日 (Joseph, Louis Lagrange 1736—1813) 解释月球为何自转,并永远以同一面对地球,以及木星有四个卫星,他应用了数学中的变分原理,建立了优美而和谐的力学体系。拉普拉斯 (Pierr, Simon, Laplace, 1749—1827) 也是数学家兼天文学家,提出过星云假说,讨论过土星光环、地球形状、三体问题以及行星摄动等问题。高斯 (Carl Friedrich, Gauss, 1777—1855) 被誉为数学王子。他也是天文学家,经过长期的天文观测,创立了行星椭圆轨道法,利用它发现了谷神星等一系列小行星。黎曼 (Georg, Friedrich, Bernhard Riemann 1826—1866) 是高斯晚年的学生,他在流体力学方面很有贡献,同时又是复变函数论基础的奠基者。福里哀 (Fourier, Joseph; 1768—1830) 研究固体的热传导,他发现 $\sin x$, $\cos x$, $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\dots$, $\sin nx$, $\cos nx$, $\dots$ 虽然有不同的周期,若再乘上不同的系数,便代表不同周期与振幅的波动函数,它们的线性组合可表示相当复杂的周期现象,并用于解释许多与振动有关的自然现象。

他建立了福里哀级数的理论，现在已发展成“调和分析”。1822年他出版的《热的分析理论》被认为是数学理论应用于物理的典范。

20世纪的物理已经和数学完全交织在一起。伟大的物理学家爱因斯坦提出的广义相对论引起物理学的革命，但它的数学基础却是黎曼几何。反过来，受到广义相对论的刺激，又提出现代微分几何中的许多思想；包括流形、切空间以及复几何等。关于量子力学，1925年物理学家海森堡发现矩阵恰好是他需要用来描写原子结构概念的工具，并提出矩阵力学。斯图姆-刘维尔微分方程描述他的原子结构即波动力学，后来发现这两个理论是等价的。1927年，冯·诺伊曼(John, von Neumann, 1903—1957)采用希尔伯特空间的线性算子统一了上述理论。

图论是现代十分活跃的数学分支，最早的图论问题是哥尼斯堡七桥问题(1735年)。但对图论最早的贡献是由克希荷夫于1847年研究电路网络以及凯莱在1857年研究有机化学时作出的。所谓图，是由有限个点组成的一个图形，其中有些点用边连接，这些边往往都是有向的。经过许多数学家的辛勤劳动，现在图论已在物理、化学、心理学、经济学等方面有了广泛的应用。例如印刷电路的设计就要应用图论的方法。

上面举的例子说明数学与实践有密切关系，所有基本的、重要的、深刻的数学概念及重要结果几乎都来源于客观世界，来源于生产、生活的需要。同时也可看到数学是认识世界的重要工具。

我国《周易·系辞》上说：“易有太极，是生两仪，两仪生四象，四象生八卦”。说明万物均由数生成。希腊的毕达哥拉斯学派也认为万物都是数。当他们发现勾股定理（我国也称为商高定理，发现的时间比希腊人早500多年）时，其欣喜之情不可言状。传说他们宰杀了一百头牲畜来祭缪斯——希腊神话中掌管文艺、科学的女神，用以酬谢神的默示。电视片《唐老鸭漫游数学世界》充分描述了这个数派的数学世界。希腊哲学家柏拉图非常重视几何，传说在他的学园门口写着“不懂几何者不得入！”数学之所以被人重视，就是因为数学概念和方法可用来说明客观世界，揭示自然界的奥秘。微积分之所以能在17世纪蓬勃发展，就在于它能说明事物运动的过程。当年批评微积分最为积极的爱尔兰主教贝克莱也承认：“流数术是一把万能的钥匙，借助于它，近代数学家打开了几何以至大自然的秘密。”也正是由于数学的这些成就，鼓舞了大批数学家的勇敢探索精神。达朗贝尔(D'Alembert, Jean Le Rond, 1717—1783)有一句名言表达了那时数学家的这种探索精神：“向前进，你就会产生信念。”正因为数学能说明客观世界中形形色色的问题，所以高斯说数学是科学的女王。

数学的特点在于它不是停留在概念或方法上，而是它的进一步抽象化、理论化，探求它的内部规律，使数学摆脱“经验”的范畴，进入理性阶段。我们学习平面几何，常常为命题的论证严密所折服，使我们不但知其然，而且还知其所以然。数学的这种特色，

在古希腊数学中有充分的体现。他们对于问题不但问“怎么样？”而且还要回答“为什么这样？”在此基础上，形成欧几里德（Euclid 约公元前330—275年）的《几何原本》，这本书流传了两千多年。

命题的证明在数学中具有特别重要的意义。因为它不仅保证了命题的正确，使理论立于不败之地，又揭露了各定理之间的内在联系，使数学构成一个严密的体系，并为进一步发展打下基础。这就使数学命题具有充分的说服力，令人深信不疑。《几何原本》就是过去两千年来数学思维的典范。

人类探求真理的精神，也是推动数学发展的另一伟大动力。欧氏几何中有一第五公设：“若一直线和两直线相交，所构成的两个同旁内角之和如果小于两直角，则把这两直线延长，它们必在两内角的一侧相交。”由于这条公设比其他四条公设复杂，不是显而易见，因此千百年来许多人想证明它，但都失败了。人们便从相反的方向想问题，可否去掉第五公设？高斯、鲍耶、罗巴契夫斯基等人由此创立了非欧几何学。这类几何都是去掉第五公设，假设在平面上，过直线 AB 外一点可作不止一条直线与直线 AB 不相交。在严密的逻辑推导下，得到一连串前后一贯的命题，构成了逻辑上没有矛盾但又不同于欧氏几何的几何。这类几何有罗巴契夫斯基的双曲几何，黎曼的椭圆几何，它们在逻辑上都是相容的，都是抽象的数学体系，各具风采。上述对几何公理的推证最后引起希尔伯特（David Hilbert, 1862—1943）的注意，他对公理化进行研究，