College

高等学校经典教材配套辅导丛书

物理学

第四版

习题全解

徐 浦 编著

◆ 名师执笔 ◆ 精准解答

◆ 习题全解 ◆ 问题全解

陕西师范大学出版社

College 高等学校经典教材配套辅导丛书

物理学

第四版

习题全解

徐浦 编著

陕西师范大学出版社

图书代号:JF5N0051

图书在版编目(CIP)数据

物理学习题全解/徐浦 编著. 一西安:陕西师范大学出版社,2005.2
(高等学校经典教材配套辅导丛书)

ISBN 7-5613-3261-0

Ⅰ..物… Ⅱ.徐… Ⅲ.物理学一高等学校一教学参考资料 Ⅳ.04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 007322 号

责任编辑	史 进
装帧设计	王静婧
出版发行	陕西师范大学出版社
社 址	西安市陕西师大 120#(邮政编码:710062)
网 址	http://www.snuph.com
经 销	新华书店
印 刷	如皋市印刷有限公司
开 本	787×960 1/16
印 张	28
字 数	500 千
版 次	2005 年 2 月第 1 版
印 次	2005 年 2 月第 1 次印刷
定 价	32.80 元

开户行:光大银行西安南郊支行 账号:0303070-00330004695

读者购书、书店添货或发现印装问题,请与本社营销中心联系、调换。

电 话:(029)85307864 85233753 85251046(传真)

E-mail:if-centre@snuph.com

前　言

物理学是理工科院校本科教学中一门重要的基础课，对培养和提高学生的科学素质起着其他课程不能替代的特殊作用。其重要性随着科学技术的发展日益提高，许多边缘学科以及高新技术都是以物理规律为基础而发展起来的。因此，理工科学生必须打好物理学基础，才有可能在以后的专业课学习及科研新领域开拓工作中取得较高的成就。而要想学好《物理学》课程，做思考题和习题是一个重要的环节，通过做习题和思考题，可以帮助学生了解物理学中的每个细节及其奥妙；帮助学生加深对物理学的基本概念、基本规律和基本方法的理解和掌握；有助于培养学生学会用科学的思想方法分析和解决实际问题的能力；能够复习和巩固所学知识，加深对教学内容的理解，启发学生的思维，培养解题的技巧和能力。

这本《物理学(第四版)习题全解》是根据马文蔚主编的《物理学》(第四版)教材的思考题与习题而作的全解。教材中所有的问题和习题都给出了较为详尽的解答。在解答过程中，力求做到思路清晰、条理清楚、概念准确无误。编写本书的目的是为了帮助学生加深对基本概念和基本规律的理解，加强对解题思路和解题方法的指导，使学生从中领悟并学会分析问题和解决问题的方法，掌握解题的基本步骤，熟悉题目的类型，开阔思路，进而掌握学习的主动性。希望同学们在做题时，要深入钻研，先自己思考、解题，再看题目解答，通过比较来检查自己掌握的程度。不要仅满足于得到一个正确的答案，而是要对每一道题目的物理内容有一个透彻的理解和掌握。

由于编者水平有限，书中难点有错误和不当之处，恳请广大教师和同学批评指正。

编　者
2004 年 1 月

目　　录

第一章　质点运动学

问　题

1－1　在一艘内河轮船中，两个旅客有这样的对话：

甲：我静静地坐在这里好半天了，我一点也没有运动.

乙：不对，你看看窗外，河岸上的物体都飞快地向后掠去，船在飞快前进，你也在很快地运动.

试把他们讲话的含意阐述得确切一些. 究竟旅客甲是运动，还是静止？你如何理解运动和静止这两个概念的.

答　旅客甲坐在船内，因此相对于船，他没有运动，是静止的. 而相对于河岸，他是运动的，他随船飞快前进. 甲和乙所说的都对，只是他们所取的参照系不同，得到的结论不同. 运动是绝对的，绝对静止不动的物体是没有的，但运动的描述具有相对性. 相对的参照系不同，所得的结果不同.

1－2　有人说："分子很小，可将其当作质点；地球很大，不能当作质点". 对吗？

答　不对. 因为一个物体能否被当作质点，不是看其本身的大小，而是在某些问题的研究中，物体的形状和大小不起作用或作用甚小，可以忽略不计时，就可以把物体看作一个没有形状和大小的点 —— 质点. 所以分子虽小，但在研究分子振动、转动等运动时，不能将其看成质点；地球虽大，但在研究地球绕太阳公转时，照样可以处理成质点.

1－3　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r} = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j}$，有人说其速度和加速度分别为

$$v = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}, \qquad a = \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$$

其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. 你说对吗？

答　不对. 位移、速度、加速度均是矢量，因此求速度和加速度时应根据矢量求导法则：

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j}) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}(x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j}) = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}$$

1－4　在习题 1－3 中，有人认为：船速为 $v' = v\cos\theta$，由此得出的答案是错的. 你知道错在哪里吗？

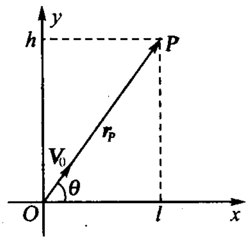
答 这是因为虽然绳头的速率为 v，但由于角 θ 也在变化，所以通过定滑轮后绳的速度并不是 v，从定滑轮到船头的这段绳上各点速率均不相同，它既有平动又有绕定滑轮的转动，是这两种运动的合运动，因此与船相连处绳尾的速率不是 v，故不能用 $v' = v\cos\theta$ 的式子来求船速. 绳自定滑轮至船的各段速率越来越大，绳尾的速率比 v 大，所以船的速率就会大于绳头的速率 v 了.

1－5 如果一质点的加速度与时间的关系是线性的，那么，该质点的速度和位矢与时间的关系是否也是线性的呢？

答 该质点的速度和位矢与时间的关系不是线性的. 由加速度的定义 $\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，可得 $\int_{\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{v}} \mathrm{d}\boldsymbol{v} = \int_0^t \boldsymbol{a}\mathrm{d}t$，由此式可知，尽管 $\boldsymbol{a}$ 与 t 是线性关系，但由此式得到的 $\boldsymbol{v}$ 与 t 不是线性关系，而是与 t^2 有关. 同样由 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 可得 $\int_{r_0}^{r} \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^t \boldsymbol{v}\mathrm{d}t$，位矢与时间也不是线性关系.

1－6 一人站在地面上用枪瞄准悬挂在树上的木偶. 当击发枪机，子弹从枪口射出时，木偶正好从树上由静止自由下落. 试说明为什么子弹总可以射中木偶？

答 以枪口所在处为坐标原点，建立如图坐标系，并用 $\boldsymbol{r}_p$ 表示木偶开始时所在位置的矢径.



答1－6图

由于子弹和木偶的运动都是重力作用下的匀加速运动，它们的运动方程是：

子弹：

$$x = v_0\cos\theta \cdot t; \qquad y = v_0\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

木偶：

$$x' = l, \qquad y' = h - \frac{1}{2}gt^2$$

子弹击中木偶时，$x = x'$，$y = y'$，所以

$$v_0\cos\theta t = l, \qquad v_0\sin\theta t = \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2$$

由此即可解得

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{h}{l}, \qquad t = \frac{\sqrt{l^2 + h^2}}{v_0} = \frac{r_p}{v_0}$$

θ 正是枪口瞄准木偶时的角度. 可见，子弹总可以射中木偶.

1－7 一质点作匀速率圆周运动，取其圆心为坐标原点. 试问：质点的位矢与速度、位矢与加速度、速度与加速度的方向之间有何关系？

答 质点作匀速率圆周运动时，速度方向指向切线方向，所以质点的位矢与速度的方向互相垂直. 质点的加速度只具有法向分量，切向加速度为零，因此质点的加速度与质点的位矢方向平行但相反. 速度方向与加速度方向互相垂直.

1－8 在《关于两门新科学的对话》一书中，伽利略写道：“仰角（即抛射角）比 45° 增

大或减小一个相等角度的抛体,其射程是相等的."你能证明吗?

答　可以证明.由射程公式 $d_0=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$ 可知,当抛射角 α 比 45° 增大或减小一个相等角度,即 $\alpha=45^\circ\pm\theta$ 时

$$d_0=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha=\frac{v_0^2}{g}\sin(90^\circ\pm 2\theta)=\frac{v_0^2}{g}\cos 2\theta$$

可见对于 $\alpha=45^\circ+\theta$ 和 $\alpha=45^\circ-\theta$,d_0 均相等.

1－9　下列说法是否正确:

(1) 质点作圆周运动时的加速度指向圆心;

(2) 匀速圆周运动的加速度为恒量;

(3) 只有法向加速度的运动一定是圆周运动;

(4) 只有切向加速度的运动一定是直线运动.

答　(1) 不正确.

质点作圆周运动时,其加速度 $\boldsymbol{a}$ 的表达式为 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n$,当法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 和切向加速度 a_τ 都不为零时,加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向不再指向圆心,其方向为 $\mathrm{tg}\,\varphi=\frac{a_n}{a_t}$.只有当质点作匀速率圆周运动,$\boldsymbol{a}_\tau=0$ 时,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n$ 加速度才指向圆心.

(2) 不对.

质点作匀速圆周运动时,其加速度数值不变,但其方向时刻在变.恒指向圆心.所以加速度不是恒量.

(3) 不正确.

当法向加速度不为零,而切向加速度为零,那末速度只改变方向而不改变大小,这是匀速率曲线运动.但不能保证在运动过程中,每一点的曲率圆中心和曲率半径相同,故不一定是圆周运动.

(4) 正确.

当只有切向加速度时,质点的运动速度只改变其大小,不改变方向.故质点作变速直线运动.

1－10　在地球的赤道上,有一质点随地球自转的加速度为 a_E;而此质点随地球绕太阳公转的加速度为 a_S.设想地球绕太阳的轨道可视为圆形.你知道这两个加速度之比是多少?

答　由于

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R,\qquad R_E=6.37\times 10^6\ \text{米},\qquad R_S=1.496\times 10^{11}\ \text{米}$$

可知

$$a_E=\omega_E^2 R_E=\left(\frac{2\pi}{T_E}\right)^2 R_E$$

$$a_S=\omega_S^2 R_S=\left(\frac{2\pi}{T_S}\right)^2 R_S$$

$$\frac{T_S}{T_E} = 365$$

$$\therefore \frac{a_S}{a_E} = \frac{R_S T_E^2}{R_E T_S^2} = \frac{1.496 \times 10^{11}}{6.37 \times 10^6 \times 365^2} = 0.176\ 2$$

1－11 一只鸟在水平面上沿直线以恒定速率相对地面飞行，有一汽车在公路上行驶，在什么情况下，汽车上的观察者观察到鸟是静止不动的？在什么情况下，他观察到小鸟似乎往回飞．

答 当汽车的前进速度与鸟的飞行速度大小相等，方向一致时，汽车上的观察者观察到鸟是静止不动的．当汽车的前进速度大与鸟的飞行速度，并且同方向时，他观察到小鸟似乎往回飞．

1－12 一人在以恒定速度运动的火车上竖直向上抛出一块石子，此石子是否能落回人的手中？如果石子抛出后，火车以恒定的加速度前进，情况又如何？

答 由于火车相对于地面作恒定速度运动，即匀速直线运动时，是一个惯性参照系，火车上的运动规律应与地面上一样，所以石块竖直上抛后，仍能落回到出发点，即落回人的手中．若石子抛出后，火车以恒定加速度前进，则石子不能落回到人手中．此时若以地为参照系（惯性系）可得到在石子下落的相同时间内，人与石子在水平方向上前进的距离不一样：$x_{石子} = v_0 t$，而 $x_人 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$．（$v_0$ 代表上抛石子时的火车速度）．

1－13 如果有两个质点分别以初速 $\boldsymbol{v}_{10}$ 和 $\boldsymbol{v}_{20}$ 抛出，$\boldsymbol{v}_{10}$ 和 $\boldsymbol{v}_{20}$ 在同一平面内且与水平面的夹角分别为 θ_1 和 θ_2．有人说，在任意时刻，两质点的相对速度是一常量．你说对吗？

答 对．

对于斜抛运动，有

$$v_x = v_0 \cos\theta_0,\ v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$$

对任意时刻 t，有

$$\boldsymbol{v} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} = v_0 \cos\theta_0 \boldsymbol{i} + (v_0 \sin\theta_0 - gt)\boldsymbol{j}$$

两质点的相对速度

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1 &= (v_{x_2} - v_{x_1})\boldsymbol{i} + (v_{y_2} - v_{y_1})\boldsymbol{j} \\ &= (v_{20}\cos\theta_2 - v_{10}\cos\theta_1)\boldsymbol{i} + (v_{20}\sin\theta_2 - v_{10}\sin\theta_1)\boldsymbol{j} \\ &= (v_{20}\cos\theta_2 \boldsymbol{i} + v_{20}\sin\theta_2 \boldsymbol{j}) - (v_{10}\cos\theta_1 \boldsymbol{i} + v_{10}\sin\theta_1 \boldsymbol{j}) \\ &= \boldsymbol{v}_{20} - \boldsymbol{v}_{10} = \text{恒矢量}\end{aligned}$$

习　　题

1－1 已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为

$$x = 2\ \mathrm{m} + (6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}})t^2 - (2\ \mathrm{m \cdot s^{-3}})t^3$$

求（1）质点在运动开始后 4.0 s 内的位移的大小；（2）质点在该时间内所通过的路程．

解 （1）由 $x = 2 + 6t^2 - 2t^3$（m）可得

$t = 0\ \text{s}$ 时：$x_0 = 2\ \text{m}$

$t = 4\ \text{s}$ 时：$x_4 = 2 + 6 \times 4^2 - 2 \times 4^3 = -30\ \text{m}$

所以质点在开始运动 4.0 s 内的位移大小为

$$\Delta x = x_4 - x_0 = -30 - 2 = -32\ (\text{m})$$

(2) 由上面的计算可知

$$x_1(t = 1) = 2 + 6 - 2 = 6\ \text{m}$$

可见质点在开始时沿 x 轴正向运动，而在某时刻速度开始反向并沿 x 轴负方向运动，计算这一反向时刻：

令 $v = 0$，即

$$\frac{dx}{dt} = 12t - 6t^2 = 0$$

可解得 $t_1 = 0\ \text{s}, t_2 = 2\ \text{s}$. 可见在第二秒末速度反向，为此第二秒内通过的路程为：

$$\Delta x_1 = x_2 - x_0 = (2 + 6 \times 2^2 - 2 \times 2^3) - 2 = 10 - 2 = 8\ \text{m}$$

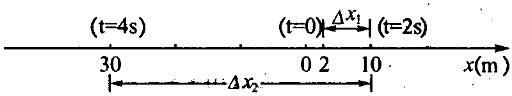
从第二秒末反向运动到第四秒末运动的路程为：

$$\Delta x_2 = |x_4 - x_2| = |-30 - 10| = 40\ \text{m}$$

质点开始运动 4.0 s 内的路程为

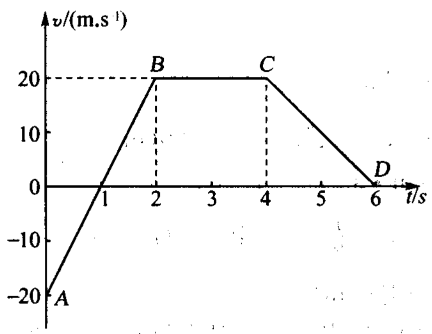
$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 48\ \text{m}$$

为了清楚起见. 图 1－1 有助于对上述计算的理解.



解 1－1 图

1－2　一质点沿 x 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如图 1－2 所示. 设 $t = 0$ 时，$x = 0$. 试根据已知的 $v - t$ 图，画出 $a - t$ 图以及 $x - t$ 图.



习题 1－2 图

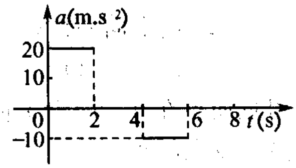
解　由于 $v - t$ 图线的斜率即为加速度，则从已知的 $v - t$ 图可得：

$$0-2\ \text{s}\quad a_{0-2}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-(-20)}{2-0}=20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$2-4\ \text{s}\quad a_{2-4}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-20}{4-2}=0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$4-6\ \text{s}\quad a_{4-6}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-20}{6-4}=-10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

根据以上结果作图，如右图所示.



解 1－2 图(a)

由上述得到的加速度结果，可知在各段中加速度均为常数，故可用匀变速直线运动公式 $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 求出各段中对应的 $x(t)$，由函数 $x(t)$ 可作出 $x-t$ 图.

$0-2$ s：

$$\because\ x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$x_0=0,\qquad v_0=-20(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\qquad a=20(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

$$\therefore\ x=-20t+10t^2(\text{m})$$

并可求得

$$x_1=-10\ \text{m},\qquad x_2=0\ \text{m}$$

$2-4$ s：

$$\because\ x=x'_0+v'_0t'+\frac{1}{2}a't'^2$$

$$x'_0=x_2=0\ \text{m},\qquad v'_0=v_2=20(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

$$a'=a_{2-4}=0\qquad t'=t-2(\text{s})$$

$$\therefore\ x=20(t-2)\ (\text{m})$$

并可求得

$$x_4=40(\text{m})$$

$4-6$ s：

$$\because\ x=x''_0+v''_0t''+\frac{1}{2}a''t''^2$$

$$x''_0=x_4=40\ (\text{m}),\qquad v''_0=v_4=20(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

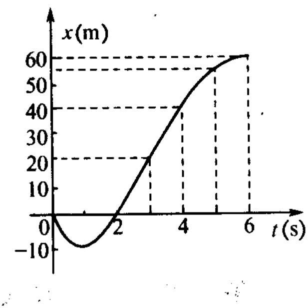
$$a''=a_{4-6}=-10(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})\qquad t''=t-4$$

$$\therefore\ x=40+20(t-4)+\frac{1}{2}\times(-10)\times(t-4)^2$$

$$=-5t^2+60t-120(\text{m})$$

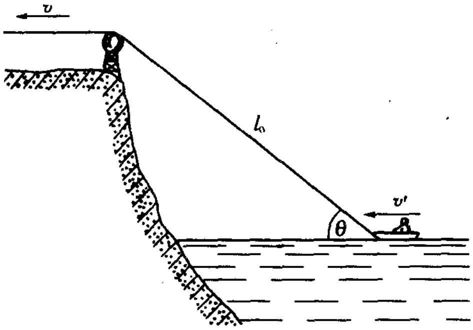
并可求得 $x_6=60$ m. 为便于作图，用上述方法分别求出 $t=3$ s 时和 $t=5$ s 时质点的位置为 $x_3=20$ m，$x_5=55$ m.

根据以上所求，作 $x-t$ 如右图所示.

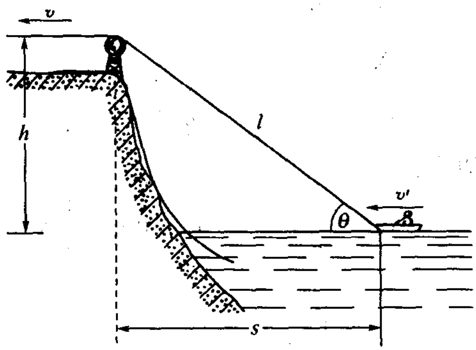


解 1－2 图(b)

1－3　如图1－3所示，湖中有一小船．岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸．设滑轮距水面高度为h，滑轮到原船位置的绳长为l_0，试求：当人以匀速$\boldsymbol{v}$拉绳，船运动的速度$\boldsymbol{v}'$为多少？



习题1－3图



解1－3图

解　设从滑轮到船之间绳的长度为l，此时绳与水面成θ角，小船离岸距离为s，满足

$$l^2=s^2+h^2 \tag{①}$$

绳收缩速率(即人拉绳速率)为$v=\left|\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\right|$，小船在水面上作直线运动，小船速率为$v'=\left|\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right|$．对①式两边求导可得：

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2s\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{②}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{l}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} \tag{③}$$

因此小船运动的速度为

$$v'=\left|\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}v=\frac{l^2}{s}v \tag{④}$$

由题意

$$l=l_0-vt,\qquad s^2=l^2-h^2=(l_0-vt)^2-h^2$$

代入④式，可得

$$v'=-\frac{v(l_0-vt)}{[(l_0-vt)^2-h^2]^{\frac{1}{2}}}=-v\left[1-\left(\frac{h}{l_0-vt}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

1－4　一升降机以加速度$1.22\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$上升，当上升速度为$2.44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$时，有一螺丝自升降机的天花板上松脱，天花板与升降机的底面相距$2.74\ \mathrm{m}$．计算：(1) 螺丝从天花板落到底面所需要的时间；(2) 螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离．

解　(1) 以地面为参照系，原点在地面y轴向上为E．

法(一)：由相对运动公式可得：

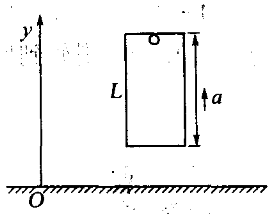
$$\Delta \boldsymbol{y}_{螺丝\to地} = \Delta \boldsymbol{y}_{螺丝\to机} + \Delta \boldsymbol{y}_{机\to地}$$

在下落的这段时间内，对地面参照系：

$$\Delta y_{螺丝\to地} = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad ①$$

$$\Delta y_{螺丝\to机} = -L \quad ②$$

$$\Delta y_{机\to地} = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad ③$$



解 1—4 图

所以有：

$$v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = -L + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad ④$$

即

$$L = \frac{1}{2}(g+a)t^2$$

由此得

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g+a}} = \sqrt{\frac{2\times 2.74}{9.8+1.22}} = 0.705(\mathrm{s})$$

法(二)：根据加速度的相对性公式，有

$$\boldsymbol{a}_{螺丝\to地} = \boldsymbol{a}_{螺丝\to地} + \boldsymbol{a}_{机\to地}$$

即

$$a_{螺丝\to机} = g + a$$

螺丝相对于升降机下落的距离 L 为

$$L = \frac{1}{2}\boldsymbol{a}_{螺丝\to机}t^2 = \frac{1}{2}(g+a)t^2$$

由此得：

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g+a}} = 0.705(\mathrm{s})$$

(2) 螺丝相对于开降机外固定柱子的下降距离为

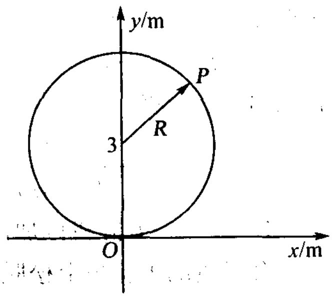
$$h = \Delta y_{螺丝\to地} = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 2.44\times 0.705 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 0.705^2$$

$$= -0.716\ \mathrm{m}$$

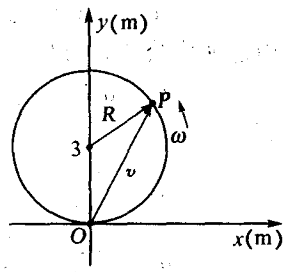
"—"号表示下降距离.

1—5 一质点 P 沿半径 $R = 3.00\ \mathrm{m}$ 的圆周作匀速率运动，运动一周所需时间为20.0 s，设 $t=0$ 时，质点位于 O 点. 按图中所示 Oxy 坐标系，求：(1) 质点 P 在任意时刻的位矢；(2) 5 s 时的速度和加速度.



习题 1—5 图

解　(1) 设质点绕圆周逆时针转动，$t=0$ 时，位于 O 点，取 O 点为原点，按图中所示 Oxy 坐标系，质点的运动方程为



解 1—5 图

$$\begin{cases} x = R\sin\omega t \\ y = R(1-\cos\omega t) \end{cases}$$

其中

$$R = 3.00\ \text{m},\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20.0} = 0.1\pi(\text{s}^{-1})$$

于是有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r} &= x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \\ &= R\sin\omega t\boldsymbol{i} + R(1-\cos\omega t)\boldsymbol{j} \\ &= 3.0\sin(0.1\pi t)\boldsymbol{i} + 3.0(1-\cos 0.1\pi t)\boldsymbol{j}(\text{m}) \end{aligned}$$

(2) 由 $\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$ 可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}(t=5) &= R\omega\cos\omega t\boldsymbol{i} + R\omega\sin\omega t\boldsymbol{j}\ \Big|_{t=5\text{s}} \\ &= 3.0\times 0.1\pi\times\cos 0.5\pi\boldsymbol{i} + 3.0\times 0.1\pi\times\sin 0.5\pi\boldsymbol{j} \\ &= 0 + 0.3\pi\boldsymbol{j} = 0.3\pi\boldsymbol{j} \end{aligned}$$

由

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -R\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{i} + R\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}(t=5\ \text{s}) &= -3.0\times(0.1\pi)^2\sin 0.5\pi\boldsymbol{i} + 3.0\times(0.1\pi)^2\times\cos 0.5\pi\boldsymbol{j} \\ &= -0.03\pi^2\boldsymbol{i} \end{aligned}$$

1—6　一质点自原点开始沿抛物线 $2y = x^2$ 运动，它在 Ox 轴上的分速度为一恒量，其值为 $v_x = 4.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，求质点位于 $x = 2.0$ m 的速度和加速度.

解　速度公式为

$$v = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j}$$

其中

$$v_x = v_{0x} = 4.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

由题可知

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

所以

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x\cdot v_x$$

当 $x = 2.0$ m 时：

$$v_y = 2.0\times 4.0 = 8.0\ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

可得

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} = 4.0\boldsymbol{i} + 8.0\boldsymbol{j}(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

由加速度公式，可得

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j}$$

其中

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\cdot v_x = v_x^2 = 16(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

可得

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = 16\boldsymbol{j}(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

1－7　质点在 Oxy 平面内运动，其运动方程为

$$\boldsymbol{r} = (2.00\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})t\boldsymbol{i} + [19.0\ \mathrm{m} - (2.00\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2]\boldsymbol{j}$$

求：(1) 质点的轨迹方程；(2) 在 $t_1 = 1.00\ \mathrm{s}$ 到 $t_2 = 2.00\ \mathrm{s}$ 时间内的平均速度；(3) $t_1 = 1.00\ \mathrm{s}$ 时的速度及切向和法向加速度.

解　(1) 由运动方程

$$\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + (19 - 2t^2)\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

可知

$$\begin{cases} x = 2t(\mathrm{m}) \\ y = 19 - 2t^2(\mathrm{m}) \end{cases}$$

将 $t = \frac{1}{2}x$ 代入到 y 中，可得质点的轨迹方程

$$y = 19 - 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 19 - \frac{1}{2}x^2$$

(2) $\boldsymbol{r}_1 = 2\boldsymbol{i} + (19 - 2\times 1^2)\boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i} + 17\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$

$$\boldsymbol{r}_2 = 4\boldsymbol{i} + (19 - 2\times 2^2)\boldsymbol{j} = 4\boldsymbol{i} + 11\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

$$\Delta t = 2 - 1 = 1(\mathrm{s})$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = 2\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s})$$

(3) 由速度公式

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

可得 $t = 1.0\ \mathrm{s}$ 时，

$$\boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s})$$

由加速度公式有

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -4\boldsymbol{j}(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

而

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t, \qquad a^2 = a_n^2 + a_t^2$$

其中

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4 + 16t^2}(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

计算可得

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{4 + 16t^2}) = 16 \times (4 + 16t^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$t = 1.0\ \text{s}$ 时，

$$a_t(t = 1) = 3.58(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{4^2 - 3.58^2} = 1.79(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

1－8　质点的运动方程为

$$x = (-10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})t + (30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2})t^2$$

和

$$y = (15\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})t - (20\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2})t^2$$

试求：(1) 初速度的大小和方向；(2) 加速度的大小和方向.

解　(1) 由 $x = -10t + 30t^2(\text{m}), y = 15t - 20t^2(\text{m})$ 可得

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = (-10t + 30t^2)\boldsymbol{i} + (15t - 20t^2)\boldsymbol{j}(\text{m})$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = (-10 + 60t)\boldsymbol{i} + (15 - 40t)\boldsymbol{j}(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$t = 0$ 时，

$$\boldsymbol{v}_0 = -10\boldsymbol{i} + 15\boldsymbol{j}(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$\boldsymbol{v}_0$的大小：

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{(-10)^2 + 15^2} = \sqrt{325} = 18.03(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$\boldsymbol{v}_0$与 x 轴夹角

$$\alpha = \text{arctg}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = \text{arctg}\left(\frac{15}{-10}\right) = 123°41'$$

(2) $$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = 60\boldsymbol{i} - 40\boldsymbol{j}(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{60^2 + (-40)^2} = \sqrt{5\,200} = 72.1(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$\boldsymbol{a}$ 与 x 轴夹角

$$\beta = \text{arctg}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \text{arctg}\left(\frac{-40}{60}\right)$$

$$= -33°41' \qquad (\text{或 } 326°19')$$

1－9　一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a} = (6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2})\boldsymbol{i} + (4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2})\boldsymbol{j}$，在 $t = 0$ 时，其速度为零，位置矢量 $\boldsymbol{r}_0 = 10\ \text{m}\boldsymbol{i}$. 求：(1) 在任意时刻的速度和位置矢量；(2) 质点在 Oxy 平面上的轨迹方程，并画出轨迹的示意图.

解　(1) $a = 6\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$，　$t = 0$，　$v_0 = 0$，　$\boldsymbol{r}_0 = 10\boldsymbol{i}(\text{m})$

$$\because \boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

$$\therefore \mathrm{d}\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$$

两边同时积分：

$$\boldsymbol{v}=\int_0^v \mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t \boldsymbol{a}\mathrm{d}t=\int_0^t (6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

$$=6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$$

又

$$\because \boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

$$\therefore \mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}\mathrm{d}t$$

两边同时积分：

$$\int_{r_0}^{r}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t \boldsymbol{v}\mathrm{d}t=\int_0^t (6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

可得

$$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0=3t^2\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

$$\therefore \boldsymbol{r}=(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

(2) 由 $\boldsymbol{r}=(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$，可知

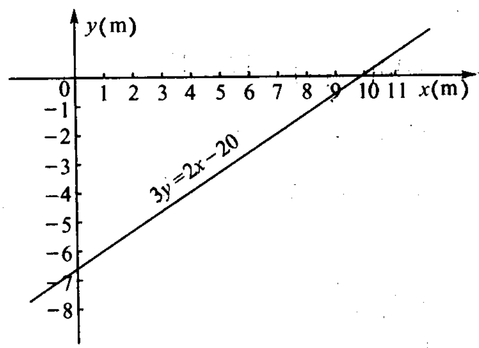
$$x=10+3t^2,\ y=2t^2$$

联立消去 t，可得

$$y=\frac{2}{3}(x-10)$$

即

$$3y=2x-20(\mathrm{m})$$



解 1—9 图