

数学 天方夜谭

陈永明
沈为民
朱行行





数学天方夜谭

陈永明 沈为民 朱行行

中国少年儿童出版社



封面设计：王尔强

插图：邓柯

责任编辑：陈效师

数学天方夜谭

陈永明 沈为民 朱行行

•

中国少年儿童出版社出版 发行

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

•

787×1092 1/32 6印张 95千字

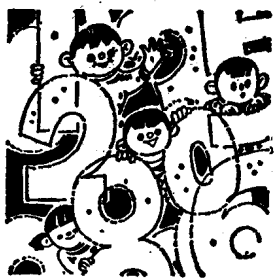
1988年4月北京第1版 1988年4月北京第1次印刷

印数1—12,000册 定价1.20元

内 容 提 要

不少同学总以为数学是枯燥乏味的，而这本书却是一把开心的钥匙。本书精心搜集了古今中外跟数学有关的启发性很强的轶闻趣事，编成了一个个小故事，诸如“别具一格的关节记数”、“杯子里的互质数”、“不怕撕裂的数”、“数字漩涡”、“数尾巴的功能”、“用总统大名编成的算题”、“柏拉图和9”、“名画中的难题”、“会变戏法的式子”等等，总共70个故事。这些故事可活跃少年儿童的思想，培养他们对数学的兴趣。

本集是第一集，主要讲的是数与式方面的故事。



写在前面

很久很久以前，在阿拉伯有一个萨桑国。国王山鲁亚尔生性残暴，每夜娶一个妻子，到第二天清晨就立即把她杀害。宰相的女儿山鲁佐德，为了拯救其他女子的生命，自愿嫁给国王。她用讲故事的方法，引起国王的兴趣，每夜讲述一个故事，一直讲了一千零一夜，最后终于使国王悔悟，和山鲁佐德白首偕老。用这些故事编成的一本书就叫《天方夜谭》，又名《一千零一夜》。

今天在数学王国里，枯燥的数字，烦琐的运算，抽象的证明，使很多同学渐渐疏远了数学。我们在这本书里，要向你们介绍一些娓娓动听的数学故事。其中有的篇章是海阔天空、纵横古今的数学小品；有的篇章却是生动有趣的游戏。这本书中，除了一部分是精彩的“保留节目”外，还特别注意选择了一些新鲜内容，有的可能还是在国内少儿读物中首次出现呢。

所以，我们把这本书取名叫《数学天方夜谭》。希望它能打动你们的心，吸引你们，使它能成为你们的好朋友，并且让这些生动的数学故事和有趣的数学游戏帮助你们爱上数学、学好数学。

《数学天方夜谭》共分三集。这本是第一集，主要讲数与式方面的内容。其他几集我们也将争取早日和大家见面。

编 者

1985年5月

目 录

记 数 奇 闻

古波斯酋长的皮绳	2
别具一格的关节记数	8
大西岛之谜	5
笑与哭告诉你数目——玛雅文化之谜	8
“芝麻,开门吧!”——从“堆砌”记数到位值记数	10
名不副实的阿拉伯数码	18
0 的遭遇	15
从飞行员提出的问题谈起——进制种种	17
奇异帐本——八进制简介	20

并不简单的自然数

找不完的质数	24
无声的报告	25
从费尔马到朱声贵	27
乌拉姆现象	30

从1001的分解谈起.....	32
杯子里的互质数.....	35
数字家族中的“双胞胎”.....	37
寻找完全数.....	39
相亲相爱的数.....	42
哥德巴赫猜想.....	48
书边定理.....	46

数学杂技团

柏拉图和 9	50
“百”花图.....	52
数字链.....	54
数字旋涡.....	56
数字磁铁.....	57
数字团体操.....	59
不怕撕裂的数.....	61
神奇的数—— 1	63
数尾巴的功能.....	64
孤独的 7	65
用总统大名编成的算题.....	67
从河图谈到团体赛奇论.....	69
四阶幻方传奇.....	72
名画中的难题.....	74

分数线上及小数点后面的故事

“天书”上的单位分数	77
会变戏法的式子	81
日历上抹去的十天	83
连分数与密率	85
“小小得大”	89
华罗庚的一张纸条	92

“无”理也能走遍天下

无理数与希伯斯	97
$\sqrt{2}$ 杂谈	98
阿贝尔的玩笑	102
数字外交家 0.618	105
最有名的无理数 π	109
再谈密率与 0.618	114
“牛西红柿”和关于 e 的一个式子	117

题目人人会解，算法各有不同

算筹兴亡史	121
珠算杂谈	128
从九九歌到格子乘法	125
2 的魔力	128
零敲碎打的乘法	131

“辗转相除法”与《九章算术》	134
班上有多少人	137
工程师的好助手——诺模图	140
对数是怎样发现的	142
中国余数定理	145
哑子买肉	147
口吃的数学家泰塔格利亚	150
无赖和勇士	153
“裁缝阿贝尔”	155

数字的队列

只依靠减法的开方法	159
蛊惑人心的广告	161
兔子的天下	163
由一个等比数列找到一颗星星	167
数学与音乐	169

组合的学问

大神名字的难题	173
横看成岭侧成峰	175
约瑟夫斯问题	177
锦囊妙计	179

记数奇闻



古波斯酋长的皮绳

古时候，亚洲西部有个波斯部落，一度十分强盛。为了不断地扩张疆土，波斯酋长经常率兵侵略别的部落。

有一次，酋长又准备出征打仗了，临走前，他逐一安排了留守部队的任务。最后，他对一部分留守将士说：“我走了以

后，你们必须在60天内全力守卫城桥，不得有误！”

“是！”将士们齐声回答：“可是，可是……”

“可是什么呢？”

“我们不知道：怎样才算过了60天？”

原来，当时的波斯人还不会记大的数，而且对许多人来说，60是一个很大很



大的、无法想象的数。于是聪明的酋长吩咐卫士取来一根长长的皮绳，让卫士在上面打了 60 个结，然后交给受命守桥的将士，说：“从我走的那天起，你们每过一天，解开一个绳结。什么时候绳结解完了，60 天也就过完了，你们的任务也就完成了。”

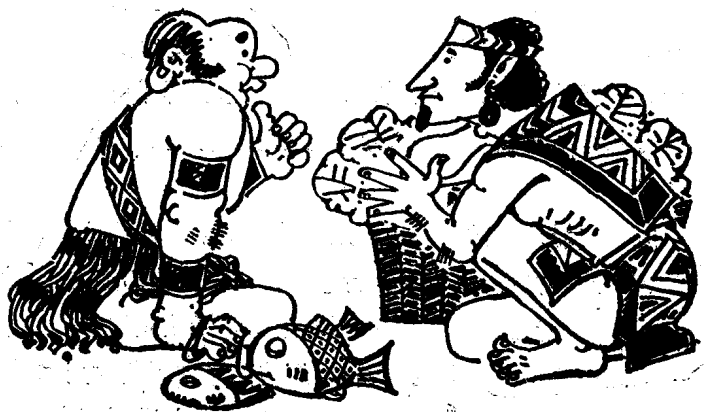
这种用绳结计数的方法，是历史上最早出现的计数方法之一，在许多古老的民族中流行过。古代秘鲁的印加人，每收进一捆庄稼，就在绳子上打一个结，用来记录收获的多少。印加人的绳结有十种不同位置，利用绳结位置和颜色的变化，他们不仅能记录整数，还能记录分数和几何图形，进行算术运算与逻辑推理，甚至还记录了许多流传在民间的历史奇闻和美丽动人的神话故事。

别具一格的关节记数

在一个特殊的农副产品交易市场里，一个渔夫正在用捕捞来的鱼和农夫换取蔬菜，他先试探性地伸出左手的大拇指。然而农夫坚决地摇了摇头，使劲地用右手肘撞击左手掌。渔夫迟疑了一下，用手点了点自己的左肩，农夫却用手指着右侧锁骨。最后渔夫指着自己咽喉，农夫终于点头答应，买卖成交了。

这是怎么回事呢？

原来，伸出左手大拇指，指咽喉……都是在讨价还价呢！讨价还价怎么用这种动作？这得从记数方法说起。



古时候记数方法很多，有结绳记数，刻痕记数等等，但最奇特有趣的是一种用关节记数的方法。上面所说的正是用关节记数的民族——居住在大洋洲某些岛屿上的土著人在做买卖。据说，这种方法一直延用至今。

把这段哑谜翻译出来是：

“我用五条鱼和你换菜，行吗？”渔夫问。

“不行！得十五条！”农夫不答应。

“那么，九条鱼够了吧！”渔夫添了四条。

“出十二条，你就拿去。”农夫也做了让步。

“十一条。再多一条也不换了。”

“好吧，十一条就十一条。实在便宜你了。”

具体地说，他们的记数方法是这样的：

用左手小指表示1，用左手无名指表示2……用左手大拇指表示5；接着，左手腕表示6，左手肘表示7，左腋表示

8,左肩表示9,左侧锁骨的凹陷表示10,咽喉表示11;紧接着对称地向右数下去,到右手腕表示16,最后直至右手小指表示21,然后再从左脚的小脚趾开始数脚指,一共可以数到31。

这些土著人为什么要用这么麻烦的动作来表示数呢?据猜测,大概和他们的数词有关吧。他们只有两个数词1(乌拉勃)和2(阿柯扎),3是“阿柯扎——乌拉勃”,4是“阿柯扎——阿柯扎”。这是一种二进制记数法,用来表示大一点的数目时,得用一串长长的数词才行。比如8要读成“阿柯扎——阿柯扎——阿柯扎——阿柯扎”。这对土著人来讲实在过于艰难了。难怪他们觉得还是用动作表示来得简单易懂了。所以实际上,他们的计数系统是二进制和关节记数两者并用。

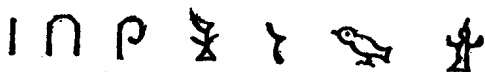
大西岛之谜

大家可能还记得,几年前曾经放映过一部名叫《大西洋底下来的人》的美国电视连续剧,男主人公麦克是一个从大西洋底下冒出来的水陆两栖人。这件事听起来荒唐,却事出有因。在欧洲人的传说中,大西洋里原来有个大西岛,后来不知怎么的,突然从洋面上消失了,人们猜测大概沉到海底下去了。电视剧作者想象大西岛沉没以后,岛上的人在海底下仍然生存繁衍,麦克就是海底大西岛人,于是就编出了这个电视剧。

与此有关的还有一个传说:古希腊有个政治家和诗人梭伦,生活在公元前六百年左右,一生游历过许多地方。当他来

到埃及的时候，听许多博学的埃及祭司说，从前地中海上有一个大西岛，后来一场巨大的灾难从天而降，汹涌咆哮的海水冲上了大西岛，这个岛连同它的全体居民都沉到了海底。

埃及祭司利用埃及数码，把岛的面积、灾难降临的日期告诉了梭伦。这些数码是非常有趣的，



1 10 100 1,000 10,000 100,000 1,000,000

最有意思的是用一个感到吃惊的人来表示1,000,000，这个人好象在说：这个数多大啊！

梭伦根据当时对古埃及数字的翻译方法，把岛的面积读成八十万平方英里，年代读成九千年前。可是这样一来，这个传说就显得出入太大了，因为连整个地中海也无法容纳这么大的岛。这使许多古代学者感到迷惑不解。于是这个美妙的传说便成了千古之谜。

过了很多年，古希腊学者柏拉图对此事进行了一些考证。最后，他认为大西岛应该在与地中海毗连的大洋里，这个大洋后来就叫做大西洋。

那么，大西岛究竟在什么地方呢？说它在大西洋里，无论从地质或人类历史上来看，都没有足够的根据。是不是在长期的地壳变化中，地中海变小了呢？也不是。地质研究结果表明，尽管迄今为止，大西洋一直在扩展，地中海一直在收缩，但变化速度极缓慢，几个世纪中不可能出现那么大的改变。

这到底是怎么回事呢？直到不久前，这个千古之谜才被



揭开。近代科学家对地中海底进行的地质考察表明，古代地中海里曾经发生过一场强烈的火山爆发，使米诺斯文化毁于一旦，但年代是在梭伦之前九百年，沉入海底的岛的面积也只有八万平方英里。不仅如此，地中海中还静卧着一个克里特岛，岛上的梅萨拉平原的长和宽，都只有当时记载数据的十分之一。于是有人大胆猜测，这个使许多学者迷惑不解的大西岛之谜，可能是由于读错了古埃及的数字而产生的，这种读法把位值提高了一位，也就是扩大了十倍。经过反复核实，目前，这个观点已被大多数学者所接受。

你看，一位之差，竟使几个世纪以来千万个学者绞尽脑汁。同学们，如果你们有粗枝大叶的毛病的话，该不该改一改呢？