

数学教育学概论

曹才翰 蔡金法 著

江苏教育出版社



数学教育学概论

(苏)新登字第003号

数学教育学概论

曹才翰 蔡金法著

责任编辑 何震邦

出版发行：江苏教育出版社

(南京中央路165号，邮政编码：210009)

经 销：江苏省新华书店

印 刷：淮阴新华印刷厂

(淮阴市淮海北路44号，邮政编码：223001)

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 8.375 插页 3 字数 204,000

1989年5月第1版 1992年2月第2次印刷

印数 3,001-6,240册

ISBN 7-5343-0666-3

G·587

定价：3.05元(贴塑)

江苏教育版图书若有印刷装订错误，可向承印厂调换

写在前面

本书是在我们历年来讲学的讲稿、发表过的论文、调查报告、数学教育心理学讨论班上的材料的基础上，经过整理、加工、充实写成的。

本书之所以起名“概论”是由于数学教育学所涉及的范围相当广泛，再加上我们水平有限，不可能对所有问题都作详尽的论述，只是对数学教育学中的主要问题作了概述。特别是其中有的问题我们只是提出了观点，或仅把问题提出来并没有进一步的展开，目的是以期引起数学教育界的同行们共同来研讨这些问题，推动数学教育学的建立。

数学教育学是一门正在创建中的学科，各派观点很多，本书反映了我们的初步研究成果和观点。由于水平所限，书中的缺点、错误在所难免，恳切盼望读者不吝予以批评指正。

北京师范大学数学系

曹才翰

蔡金法

1989年2月

目 录

序言	1
第一章 数学教育学的研究对象和方法	3
§1 数学教育学的研究对象	3
§2 数学教育学的研究方法	13
数学学习的基本理论	
第二章 学习和数学学习	23
§1 什么是学习	23
§2 学生学习的特点	25
§3 数学学习的特点	27
§4 数学学习的分类	30
第三章 著名心理学家的学习理论对数学学习的启示	32
§1 巴甫洛夫的经典条件反射理论和数学学习	32
§2 斯金纳的操作性条件反射理论和数学学习	34
§3 桑代克的“联结说”学习理论和数学学习	36
§4 加涅的“信息加工”学习理论和数学学习	39
§5 布鲁纳的认知—发现理论和数学学习	43
§6 奥苏伯尔的认知—接受理论和数学学习	47
第四章 数学学习的一般过程	52
§1 数学认知结构	52
§2 数学学习过程的一般模式	54
§3 学习过程中数学认知结构的变化	58
第五章 数学学习的特殊过程	62

§1	知识学习	62
§2	数学活动经验的学习	77
§3	创造性数学活动经验的学习	84
第六章	数学学习的记忆和迁移	88
§1	数学学习的记忆	88
§2	数学学习的迁移	97
第七章	数学学习的内部和外部动因	107
§1	数学学习的动机	108
§2	数学学习的态度	117
§3	教师和家庭环境对数学学习的影响	121

中学数学课程的设置

第八章	数学课程的一般问题	133
§1	课程和数学课程的含义	133
§2	影响中学数学课程设置的因素分析	136
第九章	数学课程的发展	146
§1	数学课程发展的历史透视	146
§2	数学教材的分类	155
第十章	数学课程内容的选择和体系的编排	162
§1	数学课程内容的选择原则	162
§2	数学课程体系的编排原则	167
第十一章	数学课程发展的若干思考	183
§1	普及义务制教育	183
§2	传统“数学”的估价	185
§3	课程现代化的理解	188
§4	数学应用的理解	192
§5	技能能力的培养	195
§6	几何教材的处理	198

数学教学论原理

第十二章	数学教学原则	205
§1	数学教学原则的一般概念	205
§2	数学教学原则的具体内容	210
第十三章	数学教学过程	222
§1	数学教学过程的历史演进	222
§2	数学教学过程的因素分析	226
§3	数学教学过程中应注意的几个问题	234
第十四章	数学教育评价的基本原理	238
§1	数学教育评价的一般概念	238
§2	数学教育评价的分类	241
§3	数学教育评价的过程	247
§4	数学教育评价中的常用统计量和统计方法	251
主要参考文献	258

序 言

在国际、国内的教育领域中，数学教育始终是最活跃的学科之一。学术组织林立，专业会议频繁，各种新理论、新观点不断涌现，研究队伍不断扩大。数学教育研究队伍中，不仅包括了专门从事数学教育理论和实验研究的数学教育家，而且还包括一些数学家、数学教师，甚至连从事其它专业，如心理学、教育学、教育心理学、计算机科学的专家，也越来越对数学教育感兴趣。呈现出一派兴旺的景象。

出现这种状况的原因至少有下列三个方面：

1. 数学科学在社会中的作用

数学的研究对象是客观世界的数量关系和空间形式，或者更一般地说是研究客观世界量的关系的科学。数学的抽象程度之高，使它完全脱离了客观现实，并且其结论具有一般性。因此，数学成了科学和技术的工具和语言，自然界中的许多现象和过程，常常需要借助于它来模拟、研究和预测。数学，不仅它的内容、意义和方法，而且它的思维方式，对工程技术、自然科学，甚至社会科学的学习、研究和应用，都有极大的作用。

既然数学如此重要，那就有一个如何使人们更快，更好地学习数学的问题，这个光荣而艰巨的任务只能由数学教育学去研究、解决。

2. 数学学科的作用

这表现在三个方面：（1）在中小学的课程体系中，数学是一门工具学科，是学习其它学科的基础；（2）具有数学特点的实际技能和技巧，对于学生的劳动和职业培训是必要的；（3）数学对

学生能力的培养和个性道德品质的形成也起着积极的作用。

这就迫切需要解决选用什么教材，采用何种方法教好，学好数学要达到什么目的等问题。

3. 数学的特点

数学除了上面说到的具有广泛的应用性以外，还具有高度的抽象性和严密的逻辑性等特点。正因为这些特点，使得心理学家开始对数学特别感兴趣，他们试图通过数学来研究学生学习过程中的思维过程和思维规律，回答人们是怎样进行思维的，对于数学又是怎样思维的等问题。

数学教育学应该以密切配合心理学家的研究，利用和研究数学教学规律，提高数学教学质量为己任。

这样，就形成了从多种角度研究数学教育的局面。

数学教育研究活跃还表现在它的更新周期比较短。美国大约十年进行一次大的改革：60年代进行了“新数学(New Mathematics)”运动；70年代又提出了“回到基础(Back Basis)”；80年代却转向了“解决问题(Problem-Solving)”。不管这些改革的优劣，理论根据如何，但却反映着一种不满足现状，进一步探索的精神。同时也对数学教育研究提出了更高的要求。我国1978年颁发《全日制中学数学教学大纲》已近十年，虽然取得了不少成绩，但已不太适应形势的进一步发展，现正在制定九年制义务教育初中数学教学大纲。教材改革迫在眉睫，但它又需要有一定的课程理论作指导。

数学教育的现状和社会对数学的要求，迫切需要我们对数学教育作较深入的研究。现在，中国数学教育界的同行们提出了要建立“中国式”的数学教育学的设想，这是深入研究数学教育的良好开端。但是，究竟数学教育学是什么样的？研究什么？怎样研究？这些问题至少在目前都还没有搞得很清楚。本书的目的旨在对数学教育学作一概述，以期引起讨论和研究。

第一章 数学教育学的研究对象和方法

§1 数学教育学的研究对象

要建立一门科学，首先要明确其研究对象。

一、关于数学教育学的研究对象的几种不同的提法

(1) 苏联数学教育专家A·A·斯托利亚尔(A·A·Столяр)在《数学教育学》一书中提到：“数学教育学的对象是数学教学”。也就是研究数学教学过程的一门科学。他把教学过程分解成下列要素①，

- ①教学目的（为什么教？）；
- ②教学对象（教谁？）；
- ③教学内容（教什么？）；
- ④教法（如何教？）。

按照斯托利亚尔的这个观点，似乎数学教育学的内容就是我们通常听说的数学“教材教法”的总论和分论，因为“教材教法”也是研究这些问题。实际上，他的《数学教育学》就是一本“教材教法”，只是作者在这本书中加了不少新的观点和提法，对我们很有启发。例如，“数学教学是‘数学活动’（思维活动）的教学而不仅是数学活动的结果——数学知识的教学”；“数学教育现代化不是要教现代数学而是指数学的现代教学，即把学校数学建立在现代数学的

① A·A·斯托利亚尔：《数学教育学》，人民教育出版社，1984年版，P10。

思想基础之上并且使用现代数学的方法和语言”^①。对于具体的数学教学，斯托利亚尔认为不仅要作历史的分析，更重要的是要作逻辑分析，把教学置于不同的水平上。这些观点是值得我们借鉴的。但仅把数学教育学的研究对象限于“数学教学”，未免太窄了。因为数学教育不仅仅研究数学教学过程的一般规律，而是要研究数学教育过程的一般规律。

(2) 美国的凯伦 (Tom Kieren) 在一篇题为《数学教育研究——三角形》的文章里，对数学教育的研究对象作了形象的比喻和描述，他把西德的鲍斯费德 (H·Bauersfeld) 在第三届国际数学教育大会上描述的数学教育的三个研究对象(课程、教学、学习) 比作三角形的三个顶点，分别对应于三种人：课程设计者、教师、学生。相应地，数学教育学就有三个研究领域，这就是课程论，教学论和学习论。三方面紧密相连，很难独立地进行研究，它们的关系相当于三角形的三条边，研究一个顶点对其它两个顶点的研究也是有影响的。

这个三角形有个“兴趣中心”就是“儿童和成人实际学习数学的经验”。

从拓扑学的观点看，三角形应该有内部和外部。有关备课，教学和分析课堂活动的研究，以及教学实验和定向的现象观察，都属于数学教育研究三角形的“内部”。数学、心理学、哲学、技术手段、符号和语言等，都属于数学教育研究三角形的“外部”^②。

由此可以看出：

①数学教育学的研究对象是紧密相联的三个方面：学习论，课程论和教学论。

① A·A·斯托利亚尔 《数学教育学》，译者说明 P1。

② 丁尔陞：“中国教育学会数学教学研究会成立大会开幕词”，载《中学数学教育论文选编》，人民教育出版社。

②“三论”^①是以实践经验为背景的，而研究的结果又会直接或间接地提高和丰富这些经验。这说明数学教育学是一门实践性很强的理论科学。

③数学教育学是涉及到数学、哲学、心理学、教育学、技术手段、逻辑等多门学科的综合性学科。

④它的研究手段包括备课、教学、分析课堂活动、实验、定向观察。这就说明要结合实际来研究。

(3) 日本横地清(Yokochi)教授在他的《数学教育学序说》一书中提到了数学教育学的研究对象，他认为数学教育学有七个研究领域：

- ①关于学习者的数学的认识和实践的研究；
- ②关于教授——学习的研究；
- ③关于教育内容的确定和教育课程的研究；
- ④关于公共教育机关（保育院、幼儿园、小学、初中、高中、大学）的数学教育的研究；
- ⑤关于数学在社会中的作用的研究；
- ⑥关于数学教育史的研究；
- ⑦关于世界数学教育的研究。

这里的前三项实际上属于学习论、教学论和课程论范畴，而后四项从属于“三论”，并且是为研究“三论”服务的。

显然，斯托利亚尔所提的数学教育学的研究对象太窄了点，横地清教授所提的又太宽了点，凯伦和鲍斯费德的提法较为全面和科学。事实上，教学过程是知识传递的过程，是由师生双方协同活动来完成的。教师、学生和知识是传递系统的三个基本构成要素，教师和学生分别为传授与掌握的主体，知识则是传授与掌握的客体。所以，教师、学生、知识这三个要素相应地就有教学

^①学习论、课程论和教学论简称为“三论”。

论、学习论和课程论三个研究领域。因此，把数学教育学的研究对象集中在课程论、教学论、学习论这三个方面是有道理的。

这样，我们认为数学教育学是以数学的教学论、课程论和学习论为主要对象的一门实践性很强的综合性科学。

根据上面的论断，现行的教材教法仅仅反映了教学论的大部分和课程论的一小部份，而对学习论则涉及较少或几乎没有。如果把现行的教材教法看作数学教育学，那么无形中就在学习论的研究排斥在研究范围之外，这显然是不合适的。

必须说明的是，有的教学论的书中包括了课程论，例如吴杰编著的《教学论——教学理论的历史发展》^①一书就是这样处理的，这样处理正说明了教学论与课程论之间的密切关系。从历史上看，具有重大影响的教育改革，大多以课程的改革为核心。把课程论作为教学论的一部分提出来，最后的目的是为教学论的研究服务。而我们则把课程论作为一个相对独立的研究对象提出来，存在于教学论之外（当然并不排斥它们之间的密切关系），以期寻找课程发展的规律。下面简单地介绍一下“三论”。

二、三论各自所要研究的问题

1. 数学学习论

数学学习论主要是数学学习心理学。有关学习心理学方面的研究，即使在教育学和心理学中也处于开创阶段，有许多问题还没搞清楚。至于数学学习心理学就谈得更少了。

教学活动是师生的双边活动，既有学生的学，又有教师的教。在教材教法研究中，尽管比较强调教学要针对学生情况，但所了解的学生情况仅仅只是一种经验的累积，还没有从学生的学习规律方面，从学习心理学方面去研究探讨。因而可以说，教材教法

^① 此书由吉林教育出版社出版。

多半还处于经验型的论述。

学习论主要研究学生知识的获得和保持，揭示学生学习过程的基本心理规律。它从两方面揭示：一方面，分析学生学习知识和形成技能的性质、基本过程、方式和方法，从而揭示其间的心理规律；另一方面，要分析影响学生学习的各种因素及其间的相互关系，从而促进学生的学习。

数学学习论的主要研究内容有：学习的意义和分类；数学学习的特点和基本过程；数学知识、技能、思维活动的获得和保持；数学学习的动因；数学学习的迁移及数学学习的评价。

2. 数学教学论

数学教学论的研究范围是：数学教学的目的和任务；数学教学过程的基本原理；数学教学组织形式；数学教学原则；以及数学教学效果的检查与评价等。

数学教学论来自一般教学论，并受制于一般教学论，但必须反映数学学科的特点，是根据数学的特点来研究数学教学过程的一般规律。

中学数学教材教法的内容基本上与数学教学论一致，因此，在数学教学论方面我们是有基础的。研究数学教学论不能割断历史，也不能不顾世界性的改革潮流。如果我们要专门研究的话，前者是纵向发展，就有一门《数学教育史》课程，这方面的工作已经有了很好的开始；后者是横向比较，要专门研究就有一门《比较数学教育学》，其中教学论就是它的一个很重要的方面。例如，关于教学过程理论，就有美国心理学家J·S·布鲁纳(Bruner)的“认知结构”理论，B·F·斯金纳(Skinner)的“程序教学”理论，苏联心理学家Л·В·赞可夫(Занков)的“教学与发展”理论，教育学家Ю·К·巴班斯基(Бабанский)的“教学过程最优化”理论，保加利亚心理治疗医生G·洛扎诺夫的“暗示教学”，西德的M·瓦根舍等人的“范例教学”，等等。把这些理论与我国的新的教学过程理

论相比较,从中得出有益的启示,取长补短。目前,关于这方面的研究也有了一定的基础。

3. 数学课程论

从研究的角度说,数学课程论相对其它两论而言是一个薄弱点,就连一般的课程论也尚在建设之中。我国建国以来一直在进行教材建设,^③积累了丰富的经验。

数学课程论主要研究下列问题:

(1) 什么是课程?在课程论研究中,课程一词的理解很不一致,在不同的课程理论中和不同的场合下互有歧义。有的指一门学科,有的指所有学科的总和,有的指学生在学校内的各种活动的总和等等。因此,要搞数学课程论研究,首先要明确课程一词的含义。

(2) 课程发展问题。了解课程的发展,有助于对现在和未来的课程发展作出正确的决策。

(3) 影响课程设置的因素。教学是一种社会现象,教学目的、教学思想最终体现在课程设置中。因此要分析影响课程设置的因素,使得数学课程满足社会的政治、经济、文化等的需要。课程必须反映社会的要求并符合社会发展的进程。

(4) 教学内容的选择。这是要解决教什么的问题。总起来说,我们选择的内容要能充分反映时代的需要。具体地说,要根据党的教育方针、各级各类学校的培养目标、学生的年龄特点以及学科的发展水平来选择教学内容。而教学内容中要体现学生在知识、技能、能力、品德、态度等方面的要求。

(5) 内容的体系安排。内容确定以后,就要确定内容的安排问题。内容的安排必须有利于教师的教和学生的学。因此,要考虑如何合理地、科学地组织教学内容。

(6) 课程评价。通过评价来探索:应该吸取什么教训;将来怎样才能获得成功和避免错误;课程发展的未来是什么等。

由上面可以看出，课程论与教学论的联系确实是相当密切的。教学是根据一定的课程内容来进行的，而课程的设置要受教、学双方的制约。

值得指出的是，教材教法中的分论是课程论所研究的一部分，但不是全部内容。其区别在于：教材教法是在内容已定的前提下讨论的，它所讨论的是某段教材的地位作用、教学内容、目的要求和教学建议，属于“为什么教”和“怎样教”的问题。至于很重要的“内容选择和安排”就不是教材教法讨论的重点了。教材教法是从教学论的角度来研究，而不是从整个课程的发展中来研究的。出发点与落脚点都不一样，范围也不同。

从三论来看，建立“中国式”的数学教育学的任务是相当艰巨的。如果我们把眼光再放大一些，把数学教育学看作一个科学体系，就象数学下属有许多分支一样，那么我们会更合理地组织我们各个层次的课程。

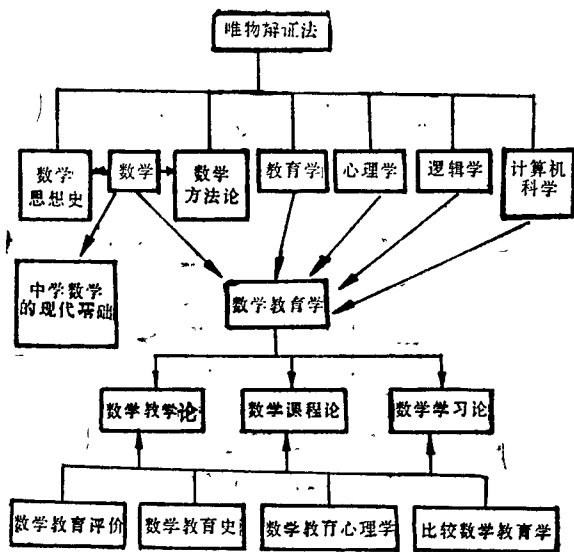
数学教育学的科学体系用下图表示（见下页）。

说明：

(1) 数学教育研究者应具有两方面的素质：第一，数学素质。即对数学要有深、广两方面的知识，否则很难深入到数学教育领域内。第二，教育、心理素质（特别是教学论和教育心理学）。没有一定的教育、心理知识，就无法认清学生数学学习过程的一般规律。第三，实践经验。丰富的教学实践经验，是数学教育研究的土壤。

(2) 构成数学教育学所依据理论基础有（见下图）：唯物辩证法、数学、教育学、心理学、逻辑学、计算机科学等等。

(3) 构成学科体系的课程有（见下图）：“数学思想史”、“数学方法论”、“中学数学的现代基础”、“数学教学论”、“数学课程论”、“数学学习论”、“数学教育评价”、“数学教育史”、“数学教育心理学”、“比较数学教育学”，等等。这一课程体系体现了以辩证唯物主



数学教育学科学体系图

义为指导思想，以教育、心理为基础，以“三论”为主攻方向，且了解纵向发展、横向比较的思想，而数学教育学是这种课程体系的总称。建立“中国式”的数学教育学就是要建立这种课程体系。

综上所述，到目前为止，对数学教育学的含义有三种理解。

第一种是把教材教法看作数学教育学。

第二种是把“三论”看作数学教育学的主要研究对象。即数学教育学是以“三论”为主要研究对象的综合性、实践性很强的理论科学。

第三种是把“三论”为核心的课程体系看作数学教育学。

我们持第二种观点。但就建立科学和从发展的眼光来看，数学教育学应是“三论”为主的课程体系。

这样，为了建立“中国式”的数学教育学，当然要建立科学体系