

编号: 83153

密级: 内部



排水沟道系统的最优化设计

环 境 工 程 系

杨 钦    陈 霖 庆    俞 国 平

同 济 大 学 学 报 技 术 报 站

一 九 八 二 年 七 月

# 排水沟道系统的最优化设计

## 目 录

|      |                    |    |
|------|--------------------|----|
| § 1  | 引 言 .....          | 1  |
| § 2  | 数学模型的分析 .....      | 2  |
| 1.   | 问题的提出 .....        | 2  |
| 2.   | 费用的分析及表示式 .....    | 3  |
| 3.   | 水力计算公式 .....       | 4  |
| 4.   | 一个准备工作 .....       | 5  |
| 5.   | 动态规划的应用 .....      | 9  |
| § 3  | 程序结构及主要过程的功能 ..... | 23 |
| § 4  | 简单变量及数组的意义 .....   | 25 |
| § 5  | 输入、输出的几点说明 .....   | 27 |
| § 6  | 结 语 .....          | 30 |
| 附录 1 | 计算示例 .....         | 31 |
| 附录 2 | 参考文献 .....         | 48 |

# 排水沟道系统的最优化设计

## § 1 引言

排水沟道系统在市政工程和环境治理工程的建设中占有相当大的投资比例。但是现有的设计方法比较粗糙，易受设计者主观意图的影响。同时由于手工设计的缘故，对于大型、复杂的工程难以作多方案比较。本着节约投资，提高经济效益的目的，研究排水沟道系统的最优化设计是很是意义的。近年来随着最优化理论的迅速发展，电子计算机的广泛使用，这一研究工作正在逐步深入。

本文根据动态规划原理及《室外排水设计规范 TJ14—74》用本校“719”机的算法语言编制了计算机程序对排水沟道系统进行最优化设计。计算的结果是：

1. 每一设计管段的管径和坡度
2. 中途提升泵站的位置及埋深
3. 跌水井的设置
4. 工程造价

程序的设计以下列条件为假设：

1. 沟道中的水流为重力流
2. 沟道系统已定线，检查井位置确定
3. 已知设计管段的流量（污水系统）或设计管段的汇水面积（雨水系统）
4. 检查井之间的地面坡度为均匀

程序 822A 适用于污水系统，822B 适用于雨水系统。

## § 2 数学模型的分析

### 1. 问题的提出

排水沟道系统的任务是汇集、输送污水和雨水，最后排放入处理构筑物或天然水体。系统的基建投资和日常管理费用主要有管道造价，

施工费用，泵站造价，运行电费等几项。由水力学公式可知要输送一确定的流量可以采取各种规格的管径及相应的坡度。如果采用大管径小坡度这样的组成，那么管道造价较高而施工费用较少；如果采用小管径大坡度则管道造价可得到节约而施工费用所耗甚大。排水沟道系统是一树形的管道网络，检查井节点把全部系统分成许多上下衔接的设计管段。每一设计管段可以有各种管径和坡度的组合。当上游管段的决策（管径、坡度）确定后，它产生二个影响，首先直接影响本管段的造价，其次该决策作为下游管段的一种初始状态（埋深、集水时间）影响下游管段决策的选择。例如当网络的上游部分采用大管径小坡度的决策时，虽然上游部分的管道造价化费昂贵，但是下游部分的管网却能够在某个较浅的埋深下继续伸展因而施工费用大大减少。在雨水系统中除了这种埋深的影响还有管道集水时间的影响，如果网络的上游部分采用上述决策，那么由于管道内流速较慢，流行时间较长因而有可能减小下游管道的洪峰径流。

在大型的排水系统中，往往要设置一些中途提升泵站。中途泵站的设置增加了泵站造价及日常运行电费，但泵站下游的管道却可以大大减少埋深而在施工费用上得到可观的节约。在整个系统中，设置多少个泵站，这些泵站布置在哪些节点上，进而泵站的埋深多少为宜等决策的选择除了影响自身的造价、管理费用等之外，对下游管段的决策也产生强有力的影响。另外，泵站决策的选择显然也受到泵站上游管段决策的左右。

同样，在沟道交汇处存在怎样设计跌水井的问题。对于树形网络，最优设计中是不区分干管、支管的，事实上在网络的上游部分也无法区分干管和支管。如有A、B二条管线汇交，可以设置跌水井让A管线的水流跌入到B管线中去，也可以让B管线的水流跌入到A管线中去。此外，跌入高度也可有多种选择。这一类跌水井的决策除了影响自身的造价（这一部分很微小）外，一方面影响了下游管段的决策，另一方面又受跌水井上游管段决策的作用。跌水井设计方案的选择对整个网络的埋深起很大的作用。

由上述分析可知，排水沟道系统的最优设计具有多阶段最优决

策的性质，最优策略的选择是根据上述诸决策因素在系统工程总造价中所具有的费用关系综合考虑的结果。最优设计的目标是确定每一设计管段的管径和坡度，确定跌水井、泵站的设置，使得整个排水系统的总费用在一定的时期内（如投资偿还期）最低。当然这些决策的选择必须满足规范所要求的诸如流速、充盈度、埋深等约束条件。这一类具有多阶段最优决策性质的设计课题宜用动态规划来解决。

## 2. 费用的分析及表示式

### 1) 管道及施工费用 $f_1$

设计中往往把管道价格与施工费用合在一起作为管道造价考虑。若以矩阵  $A$  表示每公尺各种规格口径的管道（行指标）在各种埋深（列指标）下的造价，则有

$$f_1 = a_{ij} \cdot L_p$$

其中： $a_{ij}$  —— 矩阵  $A$  中的元素，管道造价指标（元/米）

$L_p$  —— 管段长度（米）

若有埋深  $h_{j-1} < h_k < h_j$  则用线性插值公式求出  $a_{ik}$ 。

### 2) 泵站造价 $f_2$

泵站的造价包括泵房的土建费用与泵，电机等机械产品的价格。记泵站的单价指标为泵站造价除以泵站提升的流量。若以矩阵  $B$  表示泵站在各种流量范围（行指标）内及各种埋深（列指标）下的单价，则有

$$f_2 = b_{ij} \cdot Q$$

其中： $b_{ij}$  —— 矩阵  $B$  中的元素，泵站的单价指标（元/升/秒）

$Q$  —— 泵站的提升流量（升/秒）

### 3) 跌水井造价 $f_3$

把跌水井的设计作为一种决策考虑是因为它对整个系统最优策略的选取有相当的影响，但是在跌水井决策方面，跌水井上下游管段的决策选择对其所产生的影响远大于跌井井自身造价所产生的影响，所

以在构造跌水井造价时提出下面较简洁的公式

$$f_1 = C_1 H_1 H_2$$

其中:  $H_1$  —— 跌水井井底埋深 (米)

$H_2$  —— 跌入高度 (米)

$C_1$  —— 计算常数 (元/米·米)

4) 泵站运行电费  $f_4$

$$f_4 = C_4 Q H_0 T r \sigma / \eta$$

其中:  $Q$  —— 提升流量 (升/秒)

$H_0$  —— 泵站提升高度 (米)

$\sigma$  —— 每千瓦小时电费 (元/千瓦)

$T$  —— 投资偿还期 (年)

$r$  —— 电能变化系数

$\eta$  —— 泵站效率

$C_4$  —— 计算常数

雨水系统泵站运行时间视具体情况而定, 每年有 30~50 小时不定。

设沟道系统的总造价为  $G$ , 则有

$$G = \sum_{k=1}^{m_0} (f_1)_k + \sum_{k=2}^{n_0} (f_2)_k + \sum_{k=1}^{n_1} (f_3)_k + \sum_{k=1}^{n_0} (f_4)_k$$

其中:  $m_0$  —— 管段数

$n_0$  —— 泵站个数

$n_1$  —— 跌水井个数

3. 水力计算公式

$$V = R^{2/3} J^{1/2} / C_{oe} \quad (1)$$

$$Q = VW \times 1000 \quad (2)$$

$$W = D^3 (\theta - \sin \theta) / 8 \quad (3)$$

$$R = D(1 - \sin \theta / \theta) / 4 \quad (4)$$

$$h = D(1 - \cos \theta / 2) / 2 \quad (5)$$

$$I = A_1 (1 + c l g p) / (t_1 + 2t_2 + b)^n \quad (6)$$

$$Q = 166.7 I \phi F \quad (7)$$

其中:  $V$ ——流速(米/秒)

$coe$ ——管壁粗糙系数

$R$ ——水力半径(米)

$J$ ——管道坡度

$Q$ ——流量(升/秒)

$W$ ——过水断面面积(米<sup>2</sup>)

$D$ ——管径(米)

$h$ ——管内水深(米)

$\theta$ ——过水断面构成的园心角(弧度)

$I$ ——暴雨强度(毫米/分)

$A, c, n, b$ ——暴雨公式中的常数

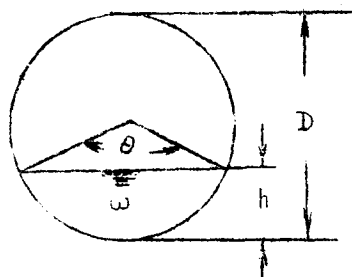
$p$ ——设计暴雨的重现期(年)

$t_1$ ——地面集水时间(分)

$t_2$ ——管内流行时间(分)

$\phi$ ——地面径流系数

$F$ ——汇水面积(公顷)



E 1

#### 4. 一个准备工作

作为建立动态规划模型的一个准备工作, 在叙述动态规划应用之前必须先解决这样一个基本问题:

已知管线的坡度, 设计流量(或者有关暴雨运流的基本数据), 要求计算最小管径, 使该设计管段能输送设计流量(或者暴雨洪峰径流), 而且满足流速, 充盈度等约束条件

解法：

1) 污水系统

① 设标准管径共有  $nd$  个规格，计算

$$QP_i = V_{\min i} \cdot W_{\max i}$$

$$QM_i = V_{\max i} \cdot W_{\max i}$$

其中：  $V_{\min}$  —— 最小允许流速

$V_{\max}$  —— 最大允许流速

$W_{\max}$  —— 最大允许过水面积

② 若计算管段的设计流量为  $Q$ ，判别

$$QM_{i-1} < Q \leq QM_i \quad (i=1, 2, \dots, nd) \quad (\text{记 } QM_0 = 0)$$

如果上述不等式在某一  $i$  时成立，则管径  $D_i$  为该管段有可能采用的最小管径。这是因为  $QM$  表达了各种规格管径的最大输水能力（满足约束条件）。

③ 判别  $QP_{j-1} < Q < QP_j \quad (j=1, 2, \dots, nd)$

(记  $QP_0 = 0$ )

如果上述不等式在某一  $j$  时成立，取出标准管径  $D_{j-1}$  和  $D_j$ 。

由于  $Q > QP_{j-1}$ ，要使管径  $D_{j-1}$  能输送设计流量  $Q$  必须提高管内流速而充盈度不能再增加。如此即可根据水力公式 (1)、(2)，计算当采用管径  $D_{j-1}$  输送流量  $Q$  并恰好满足最大充盈度约束时的水力坡度  $J_{j-1}$ 。在选择管径  $D < D_{j-1}$  时，按上述的同样方法计算相应的坡度  $J$ 。

由于  $Q < QP_j$ ，要使管径  $D_j$  输送设计流量  $Q$  应降低充盈度而流速不能再减小。可以根据水力公式 (1)、(2) 计算当采用管径  $D_j$  输送流量  $Q$  并恰好满足最小允许流速时的坡度  $J_j$ 。若  $J_{j-1} \leq J_j$  则管径  $D_{j-1}$  为该设计管段有可能采用的最大管径。因为此时  $D_j > D_{j-1}$ ，且  $J_j \geq J_{j-1}$ ，该管段采用  $D_j$ ， $J_j$  的组合显然是不经济的。若  $J_{j-1} > J_j$  则管径  $D_j$  为该设计管段有可能采用最大管径。



为什么没有可能采用更大的管径  $D_{j+1}$ ,  $D_{j+2}$  ... 等呢? 显然在水力条件上采用这些大管径是完向可以的, 但在经济上是肯定不合算的。由水力公式分析可知, 由于  $Q < Q_{Pj}$ , 所以采用第  $j$  档以后的管径输水时, 为了尽量减小坡度  $J$  需要恰好满足最小流速的约束而让充盈度有所松弛。由公式  $Q = VW$  可知, 对于一固定的设计流量采用管径  $D_j$ ,  $D_{j+1}$ ,  $D_{j+2}$  ... 时的过水断面面积  $W$  是相同的 (因为均取最小流速), 对于同一过水断面面积而言, 管径愈大充盈度愈小。由公式 (4)、(5) 可知水力半径  $R$  虽然随管径增大而增大, 但也随充盈度的减小而减小, 因而当采用管径  $D_j$ ,  $D_{j+1}$ ,  $D_{j+2}$  ... 时, 其相应的水力半径相差很微, 于是由公式 (1) 可知相应的坡度  $J_j$ ,  $J_{j+1}$ ,  $J_{j+2}$  ... 也相差甚微。(这可从水力计算图表上看出) 这样, 由于增大管径并不能产生相应的减小坡度的收益, 所以从经济意义上讲可以不选择  $D_{j+1}$ ,  $D_{j+2}$  等大管径。

至此, 决定了该设计管段可能采用的管径序列。设最小管径为  $D_k$ , 共有  $nt+1$  档, 按从小到大记为  $D_k, D_{k+1}, \dots, D_{k+nt}$ 。

④ 由水力公式 (1) — (5) 可知, 当某一管径需输送固定的流量时, 其管内流速随坡度的减小而减小, 充盈度随坡度的减小而增加, 所以为了尽可能降低设计坡度应充分利用最小允许流速和最大充盈度的约束条件。根据这一原则或控制最小流速或控制最大充盈度来计算管径  $D_k, D_{k+1}, \dots, D_{k+nt}$  的相应的坡度  $J_k, J_{k+1}, \dots, J_{k+nt}$ 。另外再计算最小管径  $D_k$  在最大允许流速下的相应的坡度  $J_{max}$ 。

至此得到了一组与管径序列相应的坡度, 由大到小记为  $J_{max}, J_k, J_{k+1}, \dots, J_{k+nt}$ 。

⑤ 如图 2 所示, 已知管线的坡度为  $J_t$ , 从上述坡度序列  $J_{max}, J_k, J_{k+1}, \dots, J_{k+nt}$  中判别若有  $J_{k+j} \leq J_t < J_{k+j-1}$  成立, 则管径  $D_{k+j}$  就是在坡度  $J_t$  下能够输送设计流量  $Q$  而且满足流速, 充盈度要求的最小管径。这是因为  $J_k, J_{k+1}, \dots, J_{k+j-1}$  是相应管径  $D_k, D_{k+1}, \dots, D_{k+j-1}$  为满足最小流速或最大充盈度所能采取的最小坡度, 当  $J_t < J_{k+j-1}$  时, 管径  $D_k, D_{k+1}, \dots, D_{k+j-1}$  采用坡度  $J_t$  将无法满足规范所要求的约束条件。

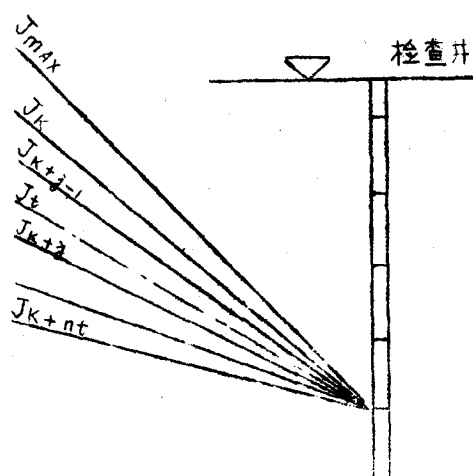


图 2

若有  $J_k \leq J_t \leq J_{max}$ , 则应采用的最小管径为  $D_k$ 。

若有  $J_t > J_{max}$  或  $J_t < J_{k+nt}$ , 则该坡度为不可行。

## 2) 雨水系统

① 由公式 (2) 得  $V = Q / (1000w)$ 。

利用  $V = LP / (60t_z)$  代入得  $LP / (60t_z) = Q / (1000 \frac{\pi}{4} d^2)$  (6)

将公式 (6)、(7) 代入 (8) 式整理后得

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 60 \times 166.7A, (1 + c / gP) t_z \phi F}{1000 \pi Lp (t_1 + 2t_z + b)^n}} \quad (9)$$

② 将式 (1) 变为  $LP / (60t_z) = (d / 1)^{3/2} J^{1/2} / c o e$  (10)

将式 (9) 代入式 (10) 整理后得

$$J = \frac{(4000\pi)^{2/3} \cos^2 LP^{2/3} (t_1 + 2t_2 + b)^{2n/3}}{3600(60 \times 166.7)^{2/3} (A_1(1 + C/gP)\phi_F)^{2/3} t_2^{2/3}} \quad (11)$$

③ 计算  $t_{\min} = LP/(60 \times V_{\max})$ ;  $t_{\max} = LP/(60 \times V_{\min})$ 。

④ 若设计管线的坡度已知为  $J_t$ ，利用式(11)求出管内流行时间  $t_2$ ，若  $t_{\min} < t_2 < t_{\max}$  则进入步骤⑤；否则坡度  $J_t$  不可行。

⑤ 将求得的  $t_2$  代入式(9)得到管径  $d$ ，求得的  $d$  不是标准管径，圆整时取最接近  $d$  的标准管径  $D_K$  ( $D_K \geq d$ )。  $D_K$  即是在坡度为  $J_t$  时能排泄暴雨洪峰的最小的标准管径。

至此，可以看出在雨水系统中存在着  $t_2 = f(J)$ 、 $d = g(t_2)$  这样的函数关系，于是有  $d = g(f(J))$  这样的对应关系。采用标准管径  $D_K$  ( $D_K \geq d$ ) 后，管内的水流将为非满管流。

### 5. 动态规划的应用

50年代初，R. Bellman (贝尔曼) 等根据一类多阶段决策问题的特性建立了动态规划这一最优化原理。动态规划的函数方程一般可用下列的递推公式表示：

$$f_n(s) = \min_{x_n(s) \in \Omega} \{ d(s, x_n(s)) + f_{n-1}(x_n(s)) \} \quad (12)$$

其中：

$S$  —— 状态变量，表示任一阶段所处的某一状态。

$x_n(s)$  —— 决策变量，表示在第  $n$  阶段中当状态处于  $S$  时可采取的决策。

$\Omega$  —— 可行决策的集合。

$d(s, x_n(s))$  —— 在第  $n$  阶段中，当状态处于  $S$  时采用决策  $x_n(s)$  所得到的效益。

$f_{n-1}(x_n(s))$  —— 采用决策  $x_n(s)$  得到的从过程开始至第  $n-1$  阶段的总效益。

$f_n(s)$  —— 在状态为  $S$  时，从过程开始至第  $n$  阶段所得到的总效益。

动态规划的基本思想是将一个多步最优决策问题化为多个一步最优决策问题来求解。这样做的一个根据是：从递推公式可知，当我们从过程开始至第  $K$  阶段计算完毕时，第  $K$  阶段中任一状态  $S$  的最优决策  $x_K^*(s)$  及最优指标  $f_K^*(s)$  已完全确定。因此要求第  $k+1$  阶段中某一状态  $S$  的最优决策  $x_{k+1}^*(s)$ ，只要给出各种可能的决策  $x_{k+1}(s)$  并计算相应的指标  $f_{k+1}(s)$ ，从中选出最优的  $f_{k+1}^*(s)$  及相应的最优决策  $x_{k+1}^*(s)$  即可。

下面以最优路线问题为例具体说明动态规划的求解过程。算例如图 3 所示。图中每条边的长度及方向为已知，要求寻找一条由  $A \rightarrow G$  的路径使其长度最短。

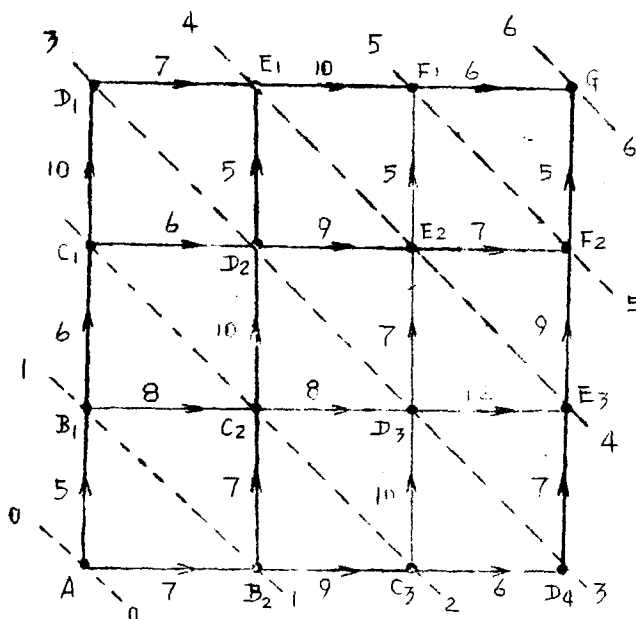


图 3

令  $f_0(A) = 0$

阶段 1 对状态  $B_1$  来说只有决策 A 可以选择, 于是有

$$f_1(B_1) = \min\{d(B_1, A) + f_0(A)\} = 5 + 0 = 5$$

记下地址信息  $P(B_1) = A$

对于状态  $B_2$  来说只有决策 A 可以选择。有  $f_1(B_2)$

$$= \min\{d(B_2, A) + f_0(A)\} = 7 \text{ 记下地址信息 } P(B_2) = A。$$

阶段 2 对状态  $C_1$  来说只有决策  $B_1$  可以选择。

$$f_2(C_1) = \min\{d(C_1, B_1) + f_1(B_1)\} = 6 + 5 = 11$$

记  $P(C_1) = B_1$

状态  $C_2$  有决策  $B_1, B_2$  可供选择。

$$f_2(C_2) = \min\left\{\begin{array}{l} d(C_2, B_1) + f_1(B_1) \\ d(C_2, B_2) + f_1(B_2) \end{array}\right\} = \min\left\{\begin{array}{l} 8 + 5 \\ 7 + 7 \end{array}\right\}$$

$$= \min\left\{\begin{array}{l} 13 \\ 14 \end{array}\right\} = 13 \quad \text{记 } P(C_2) = B_1$$

状态  $C_3$  只有决策  $B_2$  可以选择。

$$f_2(C_3) = \min\{d(C_3, B_2) + f_1(B_2)\} = 9 + 7 = 16$$

记  $P(C_3) = B_2$

阶段 3 状态  $D_1$  只有决策  $C_1$  可选择。

$$f_2(D_1) = \min\{d(D_1, C_1) + f_2(C_1)\} = 10 + 11 = 21$$

记  $P(D_1) = C_1$ 。

状态  $D_2$  有决策  $C_1, C_2$  可以选择。

$$f_2(D_2) = \min\left\{\begin{array}{l} d(D_2, C_1) + f_2(C_1) \\ d(D_2, C_2) + f_2(C_2) \end{array}\right\} = \min\left\{\begin{array}{l} 6 + 11 \\ 10 + 13 \end{array}\right\}$$

$$= \min\left\{\begin{array}{l} 17 \\ 23 \end{array}\right\} \quad \text{记下地址信息 } P(D_2) = C_1。$$

状态  $D_2$  有决策  $C_2, C_3$  可以选择。

$$f_2(D_2) = \min \begin{Bmatrix} d(D_2, C_2) + f_2(C_2) \\ d(D_2, C_3) + f_2(C_3) \end{Bmatrix} = \min \begin{Bmatrix} 3+13 \\ 10+16 \end{Bmatrix}$$

$$= \min \begin{Bmatrix} 21 \\ 26 \end{Bmatrix} = 21 \quad \text{记 } P(D_2) = C_2.$$

状态  $D_1$  只有决策  $C_3$  可以选择。

$$f_2(D_1) = \min \{ d(D_1, C_3) + f_2(C_3) \} = 6 + 16 = 22$$

记  $P(D_1) = C_3$ ;

阶段 4 状态  $E_1$  有决策  $D_1, D_2$  可选择。

$$f_1(E_1) = \min \begin{Bmatrix} d(E_1, D_1) + f_2(D_1) \\ d(E_1, D_2) + f_2(D_2) \end{Bmatrix} = \min \begin{Bmatrix} 7+21 \\ 5+17 \end{Bmatrix}$$

$$= 22 \quad \text{记 } P(E_1) = D_2$$

状态  $E_2$  有决策  $D_2, D_3$  可以选择。

$$f_1(E_2) = \min \begin{Bmatrix} d(E_2, D_2) + f_2(D_2) \\ d(E_2, D_3) + f_2(D_3) \end{Bmatrix} = \min \begin{Bmatrix} 9+17 \\ 7+21 \end{Bmatrix} = 26$$

记  $P(E_2) = D_2$

状态  $E_3$  有决策  $D_3, D_1$  可以选择。

$$f_1(E_3) = \min \begin{Bmatrix} d(E_3, D_3) + f_2(D_3) \\ d(E_3, D_1) + f_2(D_1) \end{Bmatrix} = \min \begin{Bmatrix} 12+21 \\ 7+22 \end{Bmatrix} = 29$$

记  $P(E_3) = D_1$

阶段 5 状态  $F_1$  有决策  $E_1, E_2$  可以选择。

$$f_1(F_1) = \min \begin{Bmatrix} d(F_1, E_1) + f_2(E_1) \\ d(F_1, E_2) + f_2(E_2) \end{Bmatrix} = \min \begin{Bmatrix} 10+22 \\ 5+26 \end{Bmatrix} = 31$$

记  $P(F_1) = E_2$

状态  $F_2$  有决策  $E_2, E_1$  可以选择。

$$f_2(F_2) = \min \left\{ \begin{array}{l} d(F_2, E_2) + f_2(E_2) \\ d(F_2, E_1) + f_2(E_1) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 7+26 \\ 9+29 \end{array} \right\} = 33$$

记  $P(F_2) = E_2$

阶段 6 状态  $G$  有决策  $F_1, F_2$  可以选择。

$$f_6(G) = \min \left\{ \begin{array}{l} d(G, F_1) + f_2(F_1) \\ d(G, F_2) + f_2(F_2) \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 6+31 \\ 5+33 \end{array} \right\} = 37$$

记  $P(G) = F_1$

根据地址信息从阶段 6 回溯到阶段 1 便可得最短路径，

$P(G)=F_1, P(F_1)=E_2, P(E_2)=D_2, P(D_2)=C_1, P(C_1)=B_1, P(B_1)=A$ 。于是最短路径为  $A \rightarrow B_1 \rightarrow C_1 \rightarrow D_2 \rightarrow E_2 \rightarrow F_1 \rightarrow G$ 。

最短路径的长度  $L = f_6(G) = 37$ 。至此问题得到解决。

由  $A$  到  $G$  共有 20 条可能的路线，当然作 20 次计算并通过比较能确定最优路线。然而用动态规划来考虑，这是一个六步决策问题，只需在 15 个交叉点上作 15 次相应的计算与选择。当决策的步数增多时，动态规划法比直接计算法的优越性变得十分明显，这从下表可以看出（以算例中的最优路线问题为例）

| 路线图边界的段数                 | 3  | 4  | 5   | 10     | 15        | n             |
|--------------------------|----|----|-----|--------|-----------|---------------|
| $A \rightarrow G$ 的可能路线数 | 20 | 70 | 252 | 184756 | 155117520 | $(2n)! / n!$  |
| 动态规划计算次数                 | 15 | 24 | 35  | 120    | 255       | $(n+1)^2 - 1$ |

排水沟道系统在运用动态规划方法进行优化设计时需要作如下的处理：

首先由管网的终点向着起点划分阶段线，阶段线通过检查井节点并且使得位于同一阶段线上的各检查井节点到管网终点之间所含管段数相等。如图4所示。

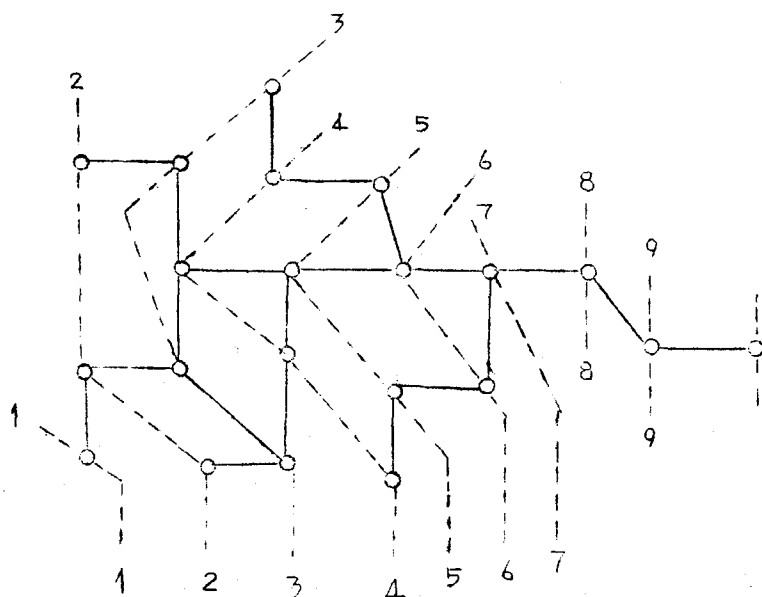


图 4

其次在管网的纵剖面内，在每一检查井断面上确定允许埋深范围，并在该范围内相隔一定高度取定若干高程点作为管道可能的埋设点。在每一设计管段上，连接上、下游检查井断面上取定的高程点得到各种坡度线。如图5所示。

下面提出动态规划的函数方程

$$T_n(S_i) = \min_{X_n(S_i) \in \Omega_x} \{ f_i(S_i, X_n(S_i)) + G_{n-1}(X_n(S_i)) \}$$

$$(i=1, 2, \dots, n_u) \quad (13)$$



