

DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

滕道祥 主编



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》和教学大纲编写的。内容包括绪论（有效数字和误差）、力学和热学实验、电学实验、光学实验、综合实验和计算机与实验等部分组成。实验内容选题新颖，力求反映最新的科技信息，并与相关专业实验保持密切的联系。本书条理清楚，叙述详细，便于自学。

本书可以作为理工科各专业大学物理实验课程的教材或参考书，亦可供第二课堂选修课选用。

版权专有 傲权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验/滕道祥主编. —北京：北京理工大学出版社，2006. 2

ISBN 7 - 5640 - 0729 - X

I. 大… II. 滕… III. 物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. 04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 009753 号

出版发行/ 北京理工大学出版社

社 址/ 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编/ 100081

电 话/ (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址/ <http://www.bitpress.com.cn>

电子邮箱/ chiefeditor@bitpress.com.cn

经 销/ 全国各地新华书店

印 刷/ 北京国马印刷厂

开 本/ 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张/ 13

字 数/ 295 千字

版 次/ 2006 年 2 月第 1 版 2006 年 2 月第 1 次印刷

印 数/ 1 ~ 8000 册

定 价/ 23.00 元

责任校对/ 张 宏

责任印制/ 李绍英

图书出现印装质量问题，本社负责调换

前　　言

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合多年来的教学实践和我院实验设备的具体情况，在总结近几年来教学改革和课程建设经验基础上编写而成的。

本书的特点主要有以下几点：

- (1) 根据国际上统一测量不确定度量化表示的进展情况，结合物理实验教学的实际，实行以不确定度评定实验结果的新方法；
- (2) 解决了实验理论与具体实验项目相互脱节的矛盾，使之更有机地融合；
- (3) 部分物理实验与多媒体课件相结合，易于同学自学。

本书由测量误差和数据处理的基础知识、力学与热学、光学、电磁学、综合实验和计算机实测、仿真等部分组成。实验内容选题新颖，力求反映最新的科技信息，并与相关专业实验保持密切的联系。同时，为了调动和发挥学生学习的主动性、自主性和创造性，本书加大了设计性与综合性实验的比重。

全书由滕道祥主编、定稿。李杰、滕绍勇、赵岩、张宁、裘佩莲、张庆海、刘红玲等参加本书部分章节编写及文字处理，并对本书的编写提出了许多宝贵的意见。

由于编者水平有限，实践经验不足，编写时间仓促，书中的错误和不足之处敬请读者批评指正，编写一本有特色的实验教材有赖于长期的探索研究和教学实践的考验，才能不断完善。我们所做的尝试，希望能起到抛砖引玉的作用，真诚希望使用本书的教师、同学不吝指正，以便改进我们的工作。

编者

2005年12月

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 如何做好物理实验	(1)
§ 1-2 测量误差及不确定度的基本概念	(4)
§ 1-3 实验数据处理方法	(17)
§ 1-4 物理实验的基本方法	(23)
§ 1-5 练习题	(33)
第二章 力学与热学实验	(36)
实验 1 测量及误差处理	(36)
实验 2 气垫导轨上实验	(42)
实验 3 刚体转动惯量的测定	(45)
实验 4 钢丝的杨氏模量	(50)
实验 5 驻波实验	(54)
实验 6 空气比热容比的测定	(57)
实验 7 金属线膨胀系数的测定	(60)
第三章 电学实验	(62)
实验 1 非线性元件的伏安特性研究	(62)
实验 2 基本电路的测量	(64)
实验 3 基本仪器的使用	(66)
实验 4 整流滤波电路	(69)
实验 5 稳压电路	(71)
实验 6 $R - C$ 一阶电路响应与研究	(74)
实验 7 二阶电路的响应研究	(79)
实验 8 元件参数的测量	(82)
实验 9 电表的改装	(84)
实验 10 自组惠斯登电桥测电阻	(87)
实验 11 霍尔效应及其应用	(88)
实验 12 示波器的使用	(94)
实验 13 双臂电桥测低值电阻	(101)
实验 14 万用表使用	(109)
实验 15 函数信号发生器/计数器	(113)
实验 16 磁滞回线和磁化曲线	(117)

实验 17 用模拟法测绘静电场	(124)
第四章 光学实验 (128)	
实验 1 透镜焦距的测定	(128)
实验 2 分光计的调整及三棱镜折射率测定	(132)
实验 3 用牛顿环测透镜曲率半径	(139)
实验 4 照相技术	(142)
第五章 综合实验 (147)	
实验 1 迈克尔孙干涉仪	(147)
实验 2 夫兰克 - 赫兹实验	(152)
实验 3 光电效应测普朗克常量	(156)
实验 4 密立根油滴实验——电子电荷的测定	(163)
实验 5 集成运算放大器及其简单应用	(171)
实验 6 PN 结正向压降与温度关系的应用	(176)
实验 7 传感器的特性研究	(181)
实验 8 测定跳圈振动的频率	(184)
第六章 计算机与实验 (186)	
§ 6-1 计算机实测物理实验简介	(186)
§ 6-2 计算机仿真实验	(188)
附录 (196)	
参考文献 (199)	

第一章 絮 论

§ 1 - 1 如何做好物理实验

一、大学物理实验课程的地位和作用

科学实验是科学理论的源泉和基础。近代科学技术与工程技术的重大成就都是经过科学实验取得的。物理学是一门实验科学，特别是大学物理，更与实验密不可分。在物理学的发展过程中，实验是决定性的因素。发现新的物理现象，寻找新的物理规律，验证物理定律等都只能依靠实验。

物理实验也是推动科学技术发展的有力工具。20世纪的科学技术，如电子物理、电子工程、机电工程、电子计算机技术、光信息科学工程等学科都显然是以物理学为基础的，当然有大量物理学的实验；在材料科学中，各种材料的物性测试、许多新材料的发现（如高温超导材料等）和新材料制备方法的研究（如离子束注入、激光蒸发等），都离不开物理学的实验；在化学中，从光谱分析到量子化学、从放射性测量到激光分离同位素，也无不是物理的应用；在生物学的发展史中，离不开各类显微镜（光学显微镜、电子显微镜、X光显微镜）的贡献，近代生命科学更离不开物理学，DNA的双螺旋结构就是由美国遗传学家和英国物理学家共同建立并为X光衍射实验所证实的，而对DNA的操纵、切割、重组也都需要实验物理学家的帮助；在医学中，从X光透视、B超诊断、CT诊断、核磁共振诊断到各种理疗手段，包括放射性治疗、激光治疗、等等都是物理学的应用。物理学正在渗透到各个学科领域，而这种渗透无不与实验密切相关。显然，实验正是从物理学基础理论到其他应用学科的桥梁。只有真正掌握了物理实验的基本功，才能顺利地把物理原理应用到其他学科而产生质的飞跃。因此现代高级科技人才必须具有较强的物理实验的能力。

随着物理学的发展，人类积累了丰富的实验思想和实验方法，创造出了各种精密巧妙的仪器设备；同时，用于实验的数学方法以及计算机科学在实验中的应用等，使物理测量技术不断得到发展。这实际上已赋予物理实验以极其丰富的、不同于物理学本身的特有的内容，并逐步形成一门单独开设的具有重要教育价值和教育功能的实验课程。它不仅可以加深对理论的理解，更重要的能使同学们获得基本的实验知识、技能和科学创新的能力，为今后从事科学研究和工程实践打下扎实的基础。

物理实验是科学实验的重要基础，是对理工科学生进行科学实验基本训练的必修课程，是系统实验方法和实验技能训练的开端。在学习、探索和开拓新的科技活动中，物理实验将是重要的工具。本课程通过对学生进行物理实验知识、实验方法、实验技能的训练，使学生对科学实验的过程与方法有所了解，以培养学生运用物理知识、物理方法进行科学实验的初步能力。

二、本课程的任务

1. 培养学生了解并掌握物理实验的基本方法、实验技能

通过对学生进行基本物理实验方法与技术、常用物理量的测量、常用仪器的使用、实验现象的观察与分析的训练，使学生了解并掌握物理实验的一些基本知识，加深对物理学基本原理的理解，学会物理实验的一些基本技能。

(1) 了解与掌握物理实验的基本方法。如比较法、零示法（平衡法、补偿法）、放大法、换测法、模拟法等。

(2) 掌握常用物理量的测量方法及常用仪器的使用。如长度、时间、电流、电阻、电动势、磁感强度、互感系数、波长、折射率、焦距等能够测量的物理量；卡尺、千分尺、电流表、电压表、稳压电源、电桥、电位差计、示波器、气垫导轨、毫秒计、分光计、干涉仪、读数显微镜等基本仪器的使用。

2. 培养与提高学生的科学实验能力

(1) 能够阅读实验教材、理解实验的基本原理与内容。

(2) 能借助教材或仪器使用说明书正确使用常用仪器。

(3) 能正确取得实验数据，处理数据，绘制图表、曲线，能分析、说明实验现象与结果，能简单的分析误差，写出简明扼要的实验报告。

3. 培养与提高学生的科学实验素养

培养学生严肃认真、实事求是的科学态度；遵守操作规程、遵守纪律、爱护公共财物、相互协作的优良品德；理论联系实际、不怕困难勇于探索的精神。

三、遵守实验室规则

(1) 实验前应认真预习，按时上实验课。

(2) 进入实验室，必须衣着整洁、保持安静，严禁闲谈喧哗、吸烟、随地吐痰。不得随意动用与本次实验无关的仪器设备。

(3) 遵守实验室规则，服从教师指导，按规定和步骤进行实验。认真观察和分析实验现象，如实记录实验数据，不得抄袭他人的实验结果。

(4) 注意安全，严格遵守操作规程。爱护仪器设备，节约用水、电和药品、试剂、元器件等。凡违反操作规程或不听从教师指导而造成仪器设备损坏等事故者，必须写出书面检查，并按学校有关规定赔偿损失。

(5) 在实验过程中若仪器设备发生故障，应立即报告指导人员及时处理。

(6) 实验完毕，应主动协助指导教师整理好实验用品，切断水、电、气源，清扫实验场地。

(7) 按指导教师要求，及时认真完成实验报告。凡实验报告不合格者，均须重做。平时实验成绩不及格者，不得参加本门课程的考试。

四、掌握物理实验课的学习特点

1. 实验前的预习——实验的基础

实验前的预习是一次“思想实验”的练习，同学们在课前要认真阅读实验讲义和有关资料，理解实验原理、方法和目的，然后在脑子中“操作”这一实验，拟出实验步骤，思

考可能出现的问题和得出怎样的结论，最后写出预习报告。预习报告内容包括如下几方面：① 实验名称；② 实验目的；③ 实验原理摘要：主要原理公式及简要说明，画出必要的原理图、电路图或光路图；④ 主要仪器设备（型号、规格等）；⑤ 实验内容及注意事项，重点写出“做什么，怎么做”，哪些量是直接测量的，各用什么仪器和方法测量？哪些量是间接测量的？结果的不确定度如何估算等；⑥ 列出数据记录表格。

未完成预习和预习报告者，教师有权停止其实验或成绩降档！

2. 实验中的操作——实践的过程

① 遵守实验室规则；② 了解实验仪器的使用及注意事项；③ 正式测量之前可作试验性探索操作；④ 仔细观察和认真分析实验现象；⑤ 如实记录实验数据和现象。

在实验操作中要逐步学会分析实验，排除实验中出现的各种故障，而不能过分地依赖教师；对所得结果要作出粗略的判断，与理论预期相一致后，再交教师签字认可。

离开实验室前，要整理好所用的仪器，做好清洁工作，数据记录须经教师审阅签名。

3. 实验后的报告——实验的总结

实验报告是实验工作的总结，要求文字通顺、字迹端正、图表规范、数据完备和结论明确。一份好的实验报告还应给同行以清晰的思路、见解和新的启迪。同学们要养成在实验操作后尽早写出实验报告的习惯，即对原始数据进行处理和分析，得出实验结果并进行不确定度评估和讨论。

预习报告、数据记录和实验报告均用实验室编制的实验报告册。

五、写好实验报告

实验报告通常分三部分。

第一部分 预习报告

预习报告为正式报告的前期内容，要求在实验前写好，内容包括：

- (1) 实验名称。
- (2) 实验目的。
- (3) 实验原理摘要：在理解的基础上，用简短的文字扼要阐述实验原理，切忌照抄。力求图文并茂。图是指原理图、电路图或光路图；写出实验所用的主要公式，说明各物理量的意义和单位，以及公式的适用条件等。
- (4) 主要仪器设备（型号、规格等）。
- (5) 实验内容及注意事项，重点写出“做什么，怎么做”。
- (6) 列出记录数据的表格。

第二部分 实验记录

实验记录是进行实验的一项基本功，同学们要在实验课上完成，要养成良好的习惯。内容包括：

- (1) 仪器：记录实验所用主要仪器的编号和规格。记录仪器编号是一个好的工作习惯，便于以后必要时对实验进行复查。
- (2) 实验内容和实验现象记录。

(3) 数据：数据记录应做到整洁清晰，有条理，尽量采用列表法。表格栏内要注明物理单位。要实事求是地记录客观现象和实验数据，不能只记结果而略去原始数据，更不可为拼凑数据而对实验记录作随心所欲的修改。

第三部分 数据处理与计算

数据处理及计算在实验后进行。内容包括：

- (1) 作图、计算结果和作不确定度估算。
- (2) 结果：按标准形式写出实验结果（测量值，不确定度和物理单位），有必要时注明实验条件。
- (3) 作业题：完成教师指定的思考题。
- (4) 对实验中出现的问题进行说明和讨论，以及实验心得或建议等。

§ 1 - 2 测量误差及不确定度的基本概念

物理实验离不开物理量的测量，由于测量仪器、测量方法、测量条件、测量人员等因素的限制，对一物理量的测量不可能是无限精确的，即测量中的误差是不可避免的。没有测量误差知识，就不可能获得正确的测量值；不会计算测量结果的不确定度就不能正确表达和评价测量结果；不会处理数据或处理数据方法不当，就得不到正确的实验结果。由此可知，测量误差、不确定度和数据处理等基本知识在整个实验过程中占有非常重要的地位。本单元从实验教学的角度出发，主要介绍误差和不确定度的基本概念、测量结果不确定度的计算、实验数据的处理和实验结果的表示等方面的基本知识。这些知识不仅在每一个实验中要用到，而且也是同学们以后从事科学实验必须要具备的基本素养。然而，这部分内容涉及面较广，深入地讨论需要较多的数学知识和丰富的实践经验，因此不能指望通过一两次的学习就完全掌握它。我们要求实验者首先对上述提到的问题有一个初步的了解，在以后的学习中，要结合一个个具体的实验再仔细阅读有关内容，通过实际运用，逐步加以掌握。

误差分析、不确定度计算以及数据处理贯穿在实验的过程始终，它表现在实验前的设计与论证、实验过程中的控制与监视，实验结束后的数据处理和结果分析。通过本单元的学习和今后各实验的运用，要求达到：

- (1) 建立误差和不确定度的概念，能正确估算不确定度，懂得如何正确、完整地表达实验结果。
- (2) 掌握有效数字的概念及运算规则，了解有效数字与不确定度的关系。
- (3) 了解系统误差对测量结果的影响，学会发现某些系统误差、减少系统误差以及削弱其影响的方法。
- (4) 掌握列表法、作图法、逐差法和线性回归法等常用的数据处理方法。

一、测量与误差的基本概念

1. 测量和单位

所谓测量，就是把待测的物理量与一个被选作标准的同类物理量进行比较，确定它是标

准量的多少倍。这个标准量称为该物理量的单位，这个倍数称为待测量的数值。可见，一个物理量必须由数值和单位组成，两者缺一不可。

选作比较用的标准量必须是国际公认的、唯一的和稳定不变的。各种测量仪器，如米尺、秒表、天平等，都有符合一定标准的单位和与单位成倍数的标度。

本教材采用通用的国际单位制（SI），在附录中列出了国际单位制的基本单位、辅助单位和部分导出单位，供同学们查阅。

2. 测量分类

根据获得测量结果的方法不同，测量可以分为直接测量和间接测量。

直接比较——直接测量
间接比较——间接测量 } 量数和单位（物理量值）

由仪器或量具直接与待测量进行比较读数，称为直接测量。如用米尺测量物体的长度，用电流表测量电流强度等，所得到的相应物理量称为直接测量量。

在大多数情况下，需要借助一些函数关系由直接测量量计算出所要求的物理量，这样的测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测量量。如钢球的体积 V 可由直接测得的直径 D ，用公式 $V = \frac{1}{6}\pi D^3$ 计算得到。则 D 为直接测量量， V 为间接测量量。在误差分析和估算中，要注意直接测量量与间接测量量的区别。另外，这种测量的分类是相对的，随着测量技术的提高，一些间接测量量也可以通过直接测量得到。如密度的测量，如果通过测量物体的体积和质量求得密度，则密度便是间接测量量；如用密度计测量物体的密度，那么，密度就是直接测量量。

对重复的多次测量，可分为等精度测量和不等精度测量两类。如对某一待测物进行多次重复测量，而且每次测量的条件都相同（同一测量者、同一套仪器、同一种实验方法、同一实验环境等），那么就没有理由可以判定某一次测量比另一次测量更准确，对每次测量的精度只能认为是具有相同精度级别的。我们把这样的重复测量称为等精度测量。在诸测量条件下，只要有一个条件发生了变化，这时所进行的重复测量，就难以保证各次测量精度一样，我们称这样的测量为不等精度测量。一般在进行重复测量时，要尽量保持为等精度测量。

3. 测量误差

物理量在客观上存在确定的数值，称为真值。然而，实际测量时，由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制或者不够完善，以及实验人员操作水平的限制，使得测量值与客观上存在的真值之间有一定的差异。为描述测量中这种客观存在的差异性，我们引进测量误差的概念。

误差就是测量值与客观真值之差。即：误差 = 测量值 - 真值

被测量量的真值是一个理想概念，一般来说真值是不知道的（否则就不必进行测量了）。为了对测量结果的误差进行估算，我们用约定真值来代替真值求误差。所谓约定真值就是被认为是非常接近真值的值，它们之间的差别可以忽略不计。一般情况下，常把多次测量结果的算术平均值、标称值、校准值、理论值、公认值、相对真值等均可作为约定真值来使用。

上面定义的误差称为绝对误差。设测量值的真值为 x ，则测量值 X 的绝对误差为

$$\delta = x - X \quad (1-2-1)$$

绝对误差可以表示某一测量结果的优劣，但在比较不同测量结果时则不适用，需要用相对误差表示。例如，用同一仪器测量长 10 m 相差 1 mm 与测量长 100 m 相差 1 mm，其绝对误差相同。显然，只有绝对误差难以评价这两个测量结果的可靠程度，因此必须引入相对误差的概念。相对误差是绝对误差与真值之比，真值不能确定时，则用约定真值。在近似情况下，相对误差也往往表示为绝对误差与测量值之比。相对误差常用百分数表示，即：

$$E = \frac{|\delta|}{X} \times 100\% \approx \frac{|\delta|}{x} \times 100\% \quad (1-2-2)$$

因此，在测量过程中，我们要建立起误差永远伴随测量过程始终的实验思想。

4. 测量值与有效数字

任何测量（包括直接测量和间接测量）都是依据某些理论与方法、使用某些仪器、在某种环境中由人进行的。由于任何方法和理论都不可能绝对完善（不可能考虑到所有因素的影响），都有某些近似性，任何仪器都不可能绝对精确、灵敏，任何人的感官（眼、耳、手等）分辨能力都有局限性，环境都存在各种影响因素，因此，虽然被测量本身有一个客观存在的真实得数，称为“真实值”，但测得的测量值不可能绝对精确，而只能与真实值有或多或少的偏差、差异的近似值。应用不同的方法，采用不同的仪器及不同的测量者得到的测量值与真实值之间的偏差情况是不同的。对于一个科学测量的结果，除了要知道待测量的大小外，还必须同时知道该结果的偏差情况、可靠程度。物理实验中用“有效数字”和“误差理论”表示测量结果。

测量总是有误差的，它的值不能无止境地写下去。例如，用米尺测量一物体长度，如图 1-2-1 所示，其长度 $L = 24.3$ mm，最后一位“3”是估读出来的，是可疑数字，也即在该位上出现了测量误差（小数点后第一位上）。如果用精度更高的游标卡尺测量同一长度，结果为 $L = 24.30$ mm，此时小数点后第二位上的“0”是估读位即误差所在位。在数学上， $24.3 = 24.30$ ，但对测量值来说， $24.3 \neq 24.30$ ，因为它们有着不同的误差，测量的准确度不同。为此，引入有效数字的概念，即规定测量数值中可靠数字与估读的一位（或两位）可疑数字，统称为有效数字。因此，在记录实验数据时要切记读数的有效数字。

$$\text{测量值} = \text{读数值(有效数字)} + \text{单位}$$

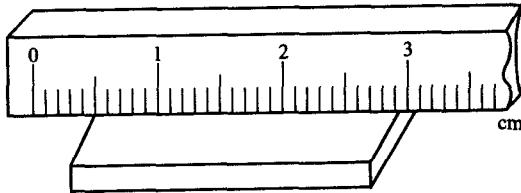


图 1-2-1 测量与有效数字

(一) 直接测量量的有效数字

1. 有效数字定义

以测长度为例。用一最小分度为 1 mm 的米尺测量物体的长度 L 。如图 1-2-1，它的厘米部分及毫米部分可以借助于尺上的刻度线准确读出，图 1-2-1 中读数是“2 cm”、“4 mm”。但毫米以下只能凭眼睛估计。比如估读值为“0.2 mm”、“0.3 mm”。但这最后一

位的估读值是因人而异的，即使是同一个人在不同的时候估读值也不完全相同，而是具有偶然性的，因此，他是欠准确的、可疑的、不可靠的。

任何测量值都有几位可靠的准确数字，而最后都有一位估计的有意义的、可疑的、欠准确的数字。我们将可靠的几位数字及最后一位可疑数字合称为测量结果的“有效数字”。而有效数字的数字个数称为“有效数字的位数”。如上例中， $L = 2.43 \text{ cm}$ ，“2”和“4”是可靠数字，“3”是可疑数字，共有3个数字，即为有“三位有效数字”。

$$\text{有效数字} = \text{可靠数字} + \text{可疑数字 (估读)}$$

2. 有效数字的意义和注意事项

(1) 测量值的最后一位一定是可疑数字，测量结果都是近似的。用有效数字表示测量对象的大小，最后一位虽然是欠准确的，但它在一定程度上也反映了被测量对象的大小信息，因而是有意义的。特别是从最后一位可疑数字的单位及可知此测量结果不准确的大致范围，一般不会超过该单位的一半。如上例中 $L = 2.43 \text{ cm}$ ，这说明它与真实值的偏差为十分之几毫米，不超过 0.5 mm 。

(2) 测量结果的有效数字位数越多，则测量结果越精确。有效数字的位数与测量对象的大小以及所用仪器的精密度有关。可疑位的单位可反映所用仪器的“精密度”。

所谓仪器的精密度即是一时的最小分度值。它一般是可以测准的。最小分度以下即需估读，为可疑位。通常估读方法是估读一分度的 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{1}{2}$ ，采用何种估读要视分度的宽窄、目力分辨能力以及测量条件来定。

有些仪器，如数字式仪表、50分度游标卡尺等是不可能估读出最小分度的几分之几的，因这时最小分度数，最后一位显示数已不甚准确，该位数字即为可疑数字。

(3) 有效数字的位数与单位无关，与小数点后的位数无关。有效数字是从测量值中第一位不等于零的数字算起。

如 $L = 2.43 \text{ cm}$ ，用米为单位为 0.0243 m ，以毫米为单位是 24.3 mm ，都是三位有效数字。通常将测量值写成“标准形式”，即：“□. □□… $\times 10^n$ ”，其中□. □□… 是有效数字， 10^n 表示数量级。如

$$2.43 \text{ cm} = 2.43 \times 10^{-2} \text{ m} = 2.43 \times 10^1 \text{ mm}$$

(4) 测量结果中不为零的数字以后的零是有效数字，因此不能在后面随便添加或删除“0”。如 3.48 cm 不能写成 3.4800 cm ；如果某测量值是 1.4100 cm 就不能写成 1.41 cm 。因为它们表示的意义、所用的仪器是不同的，这说明物理实验中表示物理量的数值的数与数学中的纯粹的数是不同的。

(二) 间接测量量的有效数字

因为间接测量量是通过直接测量量计算得到的，既然直接测量量是近似的，可用有效数字表示，间接测量量也一定是近似的，也可用有效数字表示。间接测量量的有效数字是通过直接测量量的有效数字经过一定的运算法则得到的。运用这些法则在实际运算过程中还可以使计算过程大为简化。

下面我们讨论有效数字的运算法则。为明确起见，我们在可疑数字下面加“~”表示这个数字是可疑的，可能是它左右的数。

一般规则是：

(1) 可疑数字与准确数字(或可疑数字)之间的四则运算结果为可疑数字,但运算进位的数字一般是准确数字;

(2) 运算最终只保留一位可疑数字,去掉第二位可疑数字时用“四舍五入法”。

1. 和与差的有效数字

例 求 $463.82 + 19.7 = ?$

$$200.1 - 119.23 = ?$$

解	$\begin{array}{r} 463.82 \\ + 19.7 \\ \hline 483.52 \end{array}$	$\begin{array}{r} 200.1 \\ - 119.23 \\ \hline 80.87 \end{array}$
---	--	--

有一般规则即得 $463.82 + 19.7 = 483.5$

$$200.1 - 119.23 = 80.9$$

由上两例可得和与差的有效数字运算法则:“和(或者差)的有效数字只保留到相加(或相减)各数中最大的可疑位”。

2. 积与商的有效数字

例 $12.24 \times 6.27 = ?$

$$5280 \div 121 = ?$$

$\begin{array}{r} 12.24 \\ \times 6.27 \\ \hline 8568 \\ 2448 \\ \hline 7344 \\ \hline 76.7448 \end{array}$	$\begin{array}{r} 43.63 \\ 121 \sqrt{5280} \\ \quad 484 \\ \hline \quad 440 \\ \quad 363 \\ \hline \quad 770 \\ \quad 726 \\ \hline \quad 440 \\ \quad 363 \end{array}$
---	---

除法运算,当除到余下数首位为可疑数时,则该位商即为可疑数。上例中除到余下数为:“770”时,该位的商“6”即为可疑数。

按有效数字运算一般规则可得

$$12.24 \times 6.27 = 76.7$$

$$5280 \div 121 = 43.6$$

上两例中,当四位有效数字与三位有效数字相乘或相除时,其积或商为三位有效数字,即与有效数字位数少的相同。由此可得积或商的有效数字运算法则。

“积(或者商)的有效数字位数与相乘(或相除)各量中有效数字位数最少的相同”(有的情况下积可能比此法则多一位,商则可能比此法少一位)。

3. 其他运算的有效数字运算法则

对于对数、三角函数等运算的有效数字运算,一般最简单、粗略地说,即是与原变量的有效数字位数相同。

如: $x = 480.3$, 求 $\lg x =$

查表得: $\lg 480.3 = 2.6815$ (首数“2”不算作有效数字)。

注:若在较严格的计算时,应按下面的方法:

例 若 $x = 20^\circ 6'$, 求 $\sin x = ?$

解 因 $x = 20^\circ 6'$, 6' 为可疑数, 最少可能是 5' 或 7', 因此

$$\sin 20^\circ 5' = 0.343\ 39$$

$$\sin 20^\circ 7' = 0.343\ 93$$

$$\sin 20^\circ 6' = 0.343\ 66$$

可见小数点后第四位不相同, 因而即为四位有效数字, 最后得

$$\sin 20^\circ 6' = 0.343\ 7$$

4. 间接测量量有效数字运算注意事项

(1) 计算公式中不是由测量得到的数, 如是无理数, 如 πR^2 中的 “ π ”, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 中的 “ $\sqrt{2}$ ”, 取的位数可比运算各数有效数字位数最少的多取 1~2 位; 如果是自然数, 如 $2\pi R$ 中的 “ π ”, 则其位数可认为是任意多。公式中标准元件的标准值的位数, 也可以认为是比测量量的位数多得多。

- (2) 用计算器、对数表、函数表等计算工具计算时, 最后的结果必须按有效数字运算法则决定应取的位数 (中间过程不一定严格要求)。
- (3) 上列有效数字运算法则不是完全正确的, 常有偏离。测量结果的位数只有用“误差理论”才能较正确地得到。

5. 有效数字尾数修改规则

在计算数据时, 当有效数字位数确定以后, 应将多余的数字舍去, 其舍去规则为:

- (1) 拟舍弃数字的最左一位数字小于 5 时, 则舍去, 即保留的各位数字不变。
- (2) 拟舍弃数字的最左一位数字大于 5, 或者是 5 而其后跟有并非为 0 的数字时, 则进 1, 即保留的末位数数字加 1。
- (3) 拟舍弃数字的最左一位数字是 5, 而右面无数字或皆为零时, 若所保留的末位数字为奇数则进 1, 为偶数或零则舍去, 即“单进双不进”。

上述规则也称数字修约的偶数规则, 即“四舍六入逢五配双”规则。

例	4.327 49 → 4.327	4.327 50 → 4.328
	4.326 51 → 4.327	4.328 50 → 4.328

这样处理可使“舍”和“入”的机会均等, 避免在处理较多数据时因入多舍少而带来的系统误差。

二、误差分类及其处理方法

按误差产生的原因和性质的不同, 可分为系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

误差值的大小和正负总保持不变, 或按一定的规律变化, 或是有规律地重复。

系统误差有多种来源, 从基础物理实验教学角度出发, 主要有:

- (1) 仪器的示值误差。例如一电压表的示值不准, 用它测量某一电压 U 时, 得 $U = 8.00\text{ V}$; 用一只高一级的电表 A 校准此读数, 得 $U_A = 8.100\text{ V}$ (即 U_A 为 U 的相对真值), 则系统误差为 $\delta_U = U - U_A = -0.10\text{ V}$ 。对于有示值误差的仪器, 一般应对示值进行修正。修正值 $C_x = -\delta_x$ (设待测量为 x), 上例中 $C_U = -\delta_U = 0.10\text{ V}$ 。所以

$$\text{实际值} = \text{示值} + \text{修正值} = 8.00\text{ V} + 0.10\text{ V} = 8.10\text{ V}$$

在“电表改装与校准”实验中将讨论校准电表示值的方法。

(2) 仪器的零值误差。例如电表的指针不指在零位，即产生零值误差。所以在使用电表前，应先检查指针是否指零，否则必须旋动零位调节器使指针指零。又如，在使用千分尺测长度之前，也要先检查零位，并记下零读数（即零值误差），以便对测量值进行修正。

(3) 仪器机构误差和测量附件误差。前者由于诸如等臂天平的两个臂事实上不全相等，或者惠斯通电桥两个比例臂示值虽然相等但实际上不相等等原因所致，这类误差可用交换测量法来消除；后者如电学线路中开关、导线等附加电阻所引入的误差，这类误差可用替代法来巧妙地避免这些因素的影响。

(4) 理论和方法误差。由于实验理论和实验方法不完善，所引用的理论与实验条件不符等产生的误差。如在空气中称量质量而没有考虑空气浮力的影响；测量长度时没有考虑热胀冷缩使尺长改变；用伏安法测未知电阻，由于电表内阻的影响，使测量值比实际值总是偏大或总是偏小。

(5) 系统误差也包括按一定规律（指非统计规律）变化的误差。例如在一直流电路中，可分别精确地测出两串联电阻电压 U_1 、 U_2 ，并由 $\frac{U_1}{U_2}$ 求得此两电阻之比。但由于干电池在工作时，其电动势随时间均匀地略有下降，依次测定 U_1 、 U_2 时的电路电流有些不同，因而产生有规律性的误差。要消除这一误差，可采用相同时间间隔依次测定 U_1 、 U_2 和 U'_1 （即再测一次 U_1 的值），将 U_1 的平均值与 U_2 相比即可。再如“分光计的使用和调整”实验中，角度的测量存在周期性的误差，此误差通过对称设置双读数游标来解决。

从上述的介绍可知，我们不能依靠在相同条件下多次重复测量来发现系统误差的存在，也不能借此来消除它的影响。原则上，系统误差均应予以修正，但系统误差的发现和估计，是个实验技能问题，常取决于实验者的经验和判断能力。在基础物理实验教学中，处理系统误差的通常做法是：首先对实验依据的原理、方法、测量步骤和所用仪器等可能引起误差的因素一一进行分析，查出系统误差源；其次通过改进实验方法和实验装置，校准仪器等方法对系统误差加以补偿、抵消；最后在数据处理中对测量结果进行理论上的修正，以消除或尽可能减小系统误差对实验结果的影响。在本课程中，我们把处理系统误差的思想和方法结合到每个实验中进行讨论。比如在长度测量实验中对零值误差进行修正；在牛顿环实验中，用逐差法消除了中心难以确定和因附加光程差而引起的系统误差等等。希望同学们重视对系统误差的学习，并在实践中不断总结提高。

2. 随机误差（偶然误差）

图 1-2-2 是随机误差分布图。随机误差（习惯上又常称为偶然误差），是指在同一被测量的多次测量过程中，测量误差的绝对值与符号以不可预知（随机）的方式变化并具有抵偿性的测量误差分量。

随机误差是实验中各种因素的微小变动性引起的。例如实验周围环境或操作条件的微小波动；测量对象的自身涨落；测量仪器指示数值的变动性；观测者在判断和估计读数上的变动性……

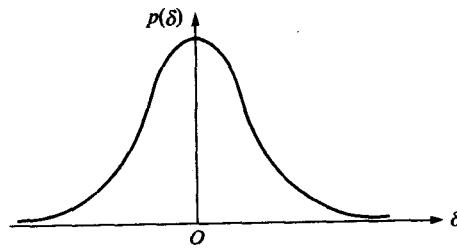


图 1-2-2 随机误差分布图

横坐标表示绝对误差，
纵坐标表示某误差出现的概率

这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生有涨落的变化，这变化量就是各次测量的随机误差。可见随机误差的来源是非常复杂而且是难以确定的。因而我们不能像处理系统误差那样去查出产生随机误差的原因，然后通过一定方法予以修正或消除。正像处理大量分子作无规则运动时，难以确定每个分子的具体运动规律，但大量的分子运动却表现出统计规律来一样。我们发现，就某一测量值的随机误差来说是没有规律的，其大小和方向都是不可能预知的。但对某一量进行足够多次的测量，则会发现其随机误差服从一定的统计规律分布：

- (1) 单峰性：测量值与真值相差愈小，这种测量值（或误差）出现的概率（可能性）愈大，与真值相差愈大的误差，则出现的概率愈小。
- (2) 有界性：绝对值很大的误差出现的概率趋近于零。也就是说，总可以找到这样一个误差限，某次测量的误差超过此限值的概率小到可以忽略不计的地步。
- (3) 对称性：绝对值相等、符号相反的正、负误差出现的概率相等。
- (4) 抵偿性：随机误差的算术平均值随测量次数的增加而减小。

根据随机误差分布的这一特点，可从数学上推导随机误差出现概率的分布函数。这个函数首先由德国数学家和理论物理学家高斯于 1795 年导出，因而称为高斯误差分布函数，也称正态分布函数，这一分布规律在数理统计中已有充分的研究，读者可参阅相关书籍。

对测量中的随机误差如何处理呢？我们可以利用正态分布理论的一些结论来进行处理。

现设对某一物理量在测量条件相同的情况下，进行 n 次无明显系统误差的独立测量，测得 n 个测量值为

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

我们往往称此为一个测量列。在测量不可避免地存在随机误差的情况下，处理这一测量列时必须要回答下列两个问题：

(1) 由于每次测量值各有差异，那么，怎样的测量值是最接近于真值的最佳值？

(2) 测量值的差异性即测量值的分散程度直接体现随机误差的大小，测量值越分散，测量的随机误差就越大，那么怎样对测量的随机误差作出估算，才能表示出测量的精密度？

在数理统计中，对此已有充分的研究。下面我们只引用它们的结论。

结论：当系统误差已被消除时，测量值的算术平均值最接近被测量的真值，测量次数越多，接近程度越好（当 $n \rightarrow \infty$ 时，平均值趋近于真值），因此我们用算术平均值表示测量结果的最佳值。

$$\text{算术平均值的计算式是 } \bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2-3)$$

以后为了简洁，我们常略去求和的中间部分，例如将上式简写为 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

结论：一测量列的随机误差用标准偏差来估算。标准偏差的计算公式为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}} \quad (1-2-4)$$

其中 $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) 称为每一次测量值 x_i 与平均值 \bar{x} 之差，我们称之为偏差，显然，这些偏差有正有负，有大有小，不能全面体现一列测量值的离散性。因

此，常用“均方根”法对它们进行统计，于是得到上述称之为标准偏差的统计公式。它可以表示这一列测量值的精密度，反映出测量值的离散性。标准偏差小就表示测量值很密集，即测量的精密度高；标准偏差大就表示测量值很分散，即测量精密度低。现在很多计算器上都有这种统计计算功能，可以直接用计算器求得 S_x , \bar{x} 等数值。

值得指出的是，在多次测量时，正、负随机误差常可以大致抵消，因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小随机误差的影响。但多次重复测量不能消除或减小测量中的系统误差。

3. 粗大误差

明显超出规定条件下预期值的误差称为粗大误差。这是在实验过程中，由于某种差错使得测量值明显偏离正常测量结果的误差。例如读错数，记错数，或者环境条件突然变化而引起测量值的错误等。在实验数据处理中，应按一定的规则来剔除粗大误差。

三、关于不确定度的概念和标准误差

1. 标准误差

定义：测量次数足够多时（比如 n 大于 10 次），测量列中任一测量值与平均值的偏离落在 $[-\sigma, \sigma]$ 区间的概率为 0.683，并称为贝塞尔公式。

其公式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-2-5)$$

2. A 类不确定度

(1) 定义：当 $n \rightarrow \infty$ ，测量物理量 $[\bar{x} - \mu, \bar{x} + \mu]$ 区间内概率为 0.683，则在 $[\bar{x} - 2\mu, \bar{x} + 2\mu]$ 区间概率为 0.954，则在 $[\bar{x} - 3\mu, \bar{x} + 3\mu]$ 区间概率为 0.997。

其公式为

$$\mu_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-2-6)$$

(2) 在有限次数内则不确定度为

$$\mu_A = t_p \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-7)$$

t_p 取值见表 1-2-1 ($p=0.683$ 时)。

表 1-2-1 t_p 取值

次数	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
t_p	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03

当 $n > 8$ 时， $t_p \approx 1$

3. B 类不确定度

定义：当 $x_i - \bar{x}$ (真实值之差) 在 $[-\delta_a, \delta_a]$ 区间置信概率 $p \geq 0.997$ ，其公式