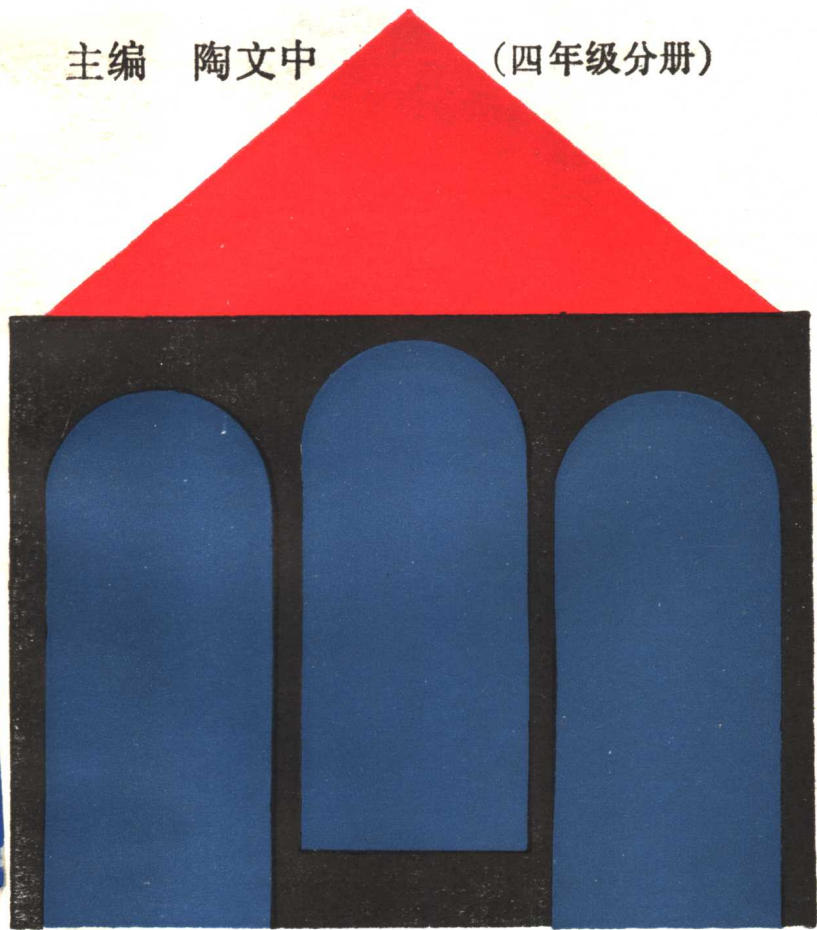


小学数学奥林匹克讲座 及解题技巧

主编 陶文中

(四年级分册)



经济日报出版社

小学数学奥林匹克讲座 及解题技巧

(四年级分册)

主 编：陶文中

副主编：揭 英 段 鹏

撰稿人：刘崇禧 杨绍波 刘 莹
常舒正 吴亚洁 柳海燕
李耀民 孙书绅 燕仪娟
郎荣海 王世兴

经济日报出版社

(京)新登字102号

责任编辑 赵润庭

小学数学奥林匹克讲座及解题技巧

(四年级分册)

XIAO XUE SHU XUE AO LIN PI KE

JIANG ZUO JI JIE TI JI QIAO

陶文中 主编

经济日报出版社出版

(北京市宣武区虎坊桥福州馆前街6号)

新华书店总店科技发行所发行

北京仰山印刷厂印刷

开本: 787×1092毫米 1/32 6.625印张 120千字

1991年9月第一版 1992年1月第二次印刷

印数: 20001—45000册

ISBN 7-80036-551-4/G·131 定价: 2.80元

前 言

近几年来，中小学数学奥林匹克热方兴未艾。从1986年开始的全国“华罗庚金杯”少年数学竞赛，已举办了三届，吸引了全国百余万中小学生参加。规模之大令人瞩目。一年一度的全国初中数学联赛和高中数学联赛，已成为衡量我国中学生数学奥林匹克竞赛水平的权威性考试。从小爱数学，从小赛数学已在全国蔚成风气。

为了帮助中小学生的数学奥林匹克学习，在今后的数学竞赛中取得更好的成绩，我们结合多年数学奥校辅导的经验，在整理竞赛辅导讲义的基础上，编写了《小学数学奥林匹克讲座及解题技巧》及《中学数学奥林匹克讲座及解题技巧》这两套课外读物。这两套丛书共六册，其中小学三册（四、五、六年级各一册），中学三册（初一、初二、初三各一册）。各册书紧密配合本年级的教学进度，选择基础性强、应用性广的重点教学内容作为专题。同时又根据数学竞赛的需要，开设竞赛数学专题讲座，力求做到选题典型、新颖，注意广度和深度。例题讲解富有启发性，注重从方法上，从能力培养的角度上多方探究解题思路。每讲最后都有小结，便于读者掌握要领。同时还配备了一定数量的练习，并附提示与解答。

我们希望这两套丛书能为提高中小学生数学能力水平有所裨益。书中如有疏漏或错误之处，欢迎读者批评指正。

编 者 1991年6月

目 录

第一讲	速算与巧算	(1)
第二讲	找规律	(30)
第三讲	应用题 (一)	(49)
第四讲	奇数与偶数	(68)
第五讲	数的进制	(81)
第六讲	数字问题	(96)
第七讲	一笔画	(115)
第八讲	分析和推理	(134)
第九讲	规划与运筹	(155)
第十讲	应用题 (二题)	(170)
第十一讲	竞赛试题选讲	(190)

第一讲 速算与巧算

提高计算能力是我们学习数学的一项重要任务。而真正达到：“既算得正确、迅速，而且方法合理、灵活。”除熟练地掌握四则计算法则和运算顺序外，关键在于提高口算能力和选择简捷的速算、巧算方法的能力。进行速算时，往往需要 we 根据题目中数与数之间的特点及它们之间的特殊关系，利用运算定律、运算性质、和、差、积、商的变化规律及数的组成与分解等基础知识，来改变原来算式的运算顺序和计算方法，使我们能正确、迅速地计算出正确结果来。这些基础知识不仅是进行速算的理论依据，也是我们理解、掌握、运用速算方法的关键。因此学好简算、速算就必须掌握好这些基础知识。下面我们将结合例题对这些基础做一说明并介绍速算与巧算的方法。

一 加法中的速算

1. 基础知识

(1) 加法交换律： $a + b = b + a$

(2) 加法结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$

(3) 互补数：一般是指两个数的和是整千、整百、整十、一……这样的两个数互为补数。如：2 和 8、73 和 27、9.9 和 0.1 等等都是互为补数。

(4) 补充数：将一个接近整千、整百、整十……的数，写成一个整千、整百、整十……的数与另一个数（即补充数）的和或差的形式，然后再进行计算。如：把 98 改写成

100-2的形式,把103改写成100+3的形式,然后再进行计算,往往比较简便。

2. 例 题

例1 用简便方法计算下列各题

(1) $668 + 746 + 332$

(2) $484 + 274 + 516 + 326$

这样想如果两个数的和能凑成整十、整百、整千……的数,再与其它数相加就很容易计算出结果来。这就需要我们能很熟练地掌握找互补数的方法。其实找互补数的方法很简单,如果一个数的个位数与另一个数的个位数相加的和是十,而其它相同数位上数字相加的和是九,那么这两个整数就是互补数。例如:题中的668和332就是互补数。

解1: (1) $668 + 746 + 332$ 根据加法的交换律,交
= $668 + 332 + 746$ 换加数746和332的位置,
= $1000 + 746$ 使668和332凑成1000
= 1746

(2) $484 + 274 + 516 + 726$ 运用加法的交换
= $(484 + 516) + (274 + 726)$ 律和结合律,使484
= $1000 + 1000$ 516结合;274和726
= 2000 结合,分别凑成
1000再计算。

例2 (1) $758 + 103$

(2) $478 + 995$

这样想如果一个数加上一个接近整千、整百……的数,我们可以将这个接近整千、整百……的数,写成整千、整百……的数与另一个数的和或差的形式。例如:将103改写成100+3的形式;995改写成100-5的形式然后再进行计

算就很简便。

解 (1) $758 + 103$ 运用补充数法将103改写成
 $= 758 + 100 + 3$ 100 + 3的形式。
 $= 858 + 3$
 $= 861$

(2) $478 + 995$ 运用补充数法将995改写成
 $= 478 + 1000 - 5$ 1000 - 5的形式,再进行计
 $= 1478 - 5$ 算。
 $= 1473$

例3 (1) $864 + 289$

(2) $995 + 478$

这样想这两个题除可以用例2的解题方法进行简算外,还可以运用找补数的方法进行。当两个数相加时,如这两个数不是互补的数,我们可以把一个数进行分解,使其中一个数为另一个数的补数。这样计算起来就比较简便。如864可以分解为853 + 11的形式,这样使11和289就可以互为补数了。

解 (1) $864 + 289$
 $= 853 + 11 + 289$
 $= 853 + (11 + 289)$
 $= 853 + 300$
 $= 1153$

(2) $995 + 478$ 把478进行分解,改写成5 +
 $= 995 + 5 + 473$ 473的形式,使995和5互
 $= 1000 + 473$ 为补数,然后再进行计算。
 $= 1473$

例4 $87 + 74 + 85 + 83 + 75 + 77 + 80 + 78 + 81 + 84$

这样想当几个数相加,加数都比较接近某一个数时,

可以用某个数做为基础数，看看有多少这样的基础数，然后加上或减去比基础数多或少的数，求出结果来。这种方法，简称：基础数加法。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad & 87 + 74 + 85 + 83 + 75 + 77 + 80 + 78 + 81 + 84 \\
 &= 80 + 7 + 80 - 6 + 80 + 5 + 80 + 3 + 80 - 5 + 80 - 3 + \\
 &\quad 80 + 80 - 2 + 80 + 1 + 80 + 4 \\
 &= 80 \times 10 + (7 - 6 + 5 + 3 - 5 - 3 - 2 + 1 + 4) \\
 &= 800 + 4 \\
 &= 804
 \end{aligned}$$

这个题它是以80为基础数，共10个，所以 $80 \times 10 = 800$ ，然后将基础数再加上或减去原数各自的补充数，即可以求出结果来。

- 例5 (1) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$
 (2) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 98 + 100$
 (3) $10 + 20 + 30 + \cdots + 190 + 200$

这样想从上面三个小题我们不难看出，加数的排列顺序是有一定规律的。象这种按一定次序排列的一系列数叫数列。(加号忽略不计)。数列中的序数称为项，第一个数叫第一项，又叫首项。第二个数叫第二项……最后一个数叫这个数列的末项。在数列中，从第二项起，每一项与它前面一项的差都相等时，这样的数列叫做等差数列，后一项与前一项的差叫这个等差数列的公差。掌握这些知识将有利于我们学习等差数列求和。

如：(1) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

$$\begin{array}{l}
 5 + 6 = 11 \\
 4 + 7 = 11 \\
 3 + 8 = 11 \\
 2 + 9 = 11 \\
 1 + 10 = 11
 \end{array}$$

从上面可以看出每两个数为一组的和都是11，共有这样的5组。由此可以得出：

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=11 \times 5=55 \quad \text{还可以看做为: } (1+10) \times 5=55$$

$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \text{首项} & \text{末项} \end{array}$

$\begin{array}{c} \text{组数} \end{array}$

$\begin{array}{ccc} 5 & = & 10 + 2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{组数} & & \text{项数} \end{array}$

由上面的过程可以看出，等差数列求和可以用下面的公式表示：

$$\text{总和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

$$\begin{aligned} \text{解 } 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 \\ &= (1+10) \times 10 \div 2 \\ &= 11 \times 10 \div 2 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 2+4+6+8+10+\cdots+98+100$$

这样想这是一个等差数列，公差是2，从第一个加数2开始，以后每增加一个公差2就出现一个加数。由2到100共增加了多少呢？共增加 $100-2=98$ ，合多少公差呢？即 $98 \div 2=49$ ，也就是在2后面增加了49个加数，连同2本身共有50个加数。也就是共有50项。这样我们就可以看出如何求等差数列的项数，我们可以用下面的公式表示：

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$$

$$\begin{aligned} \text{解 } ① \quad (100-2) \div 2 + 1 & \quad \text{先求出这个等差数列共有多少项。} \\ &= 98 \div 2 + 1 \end{aligned}$$

$$= 49 + 1$$

$$= 50 \text{ (项)}$$

$$② \quad (100+2) \times 50 \div 2$$

$$= 102 \times 50 \div 2$$

$$= 2550$$

$$(3) 10 + 20 + 30 + \cdots + 190 + 200$$

这样想在这个等差数列中，每一项就是10的倍数，从10开始，每增加一倍就出现一个加数，最后一个数200是10的20倍，所以这个等差数列中共有20个加数，即20项。

解 ① $200 \div 10 = 20$ (项)

$$\begin{aligned} \text{② } & (10 + 200) \times 20 \div 2 \\ &= 210 \times 20 \div 2 \\ &= 2100 \end{aligned}$$

还可以这样想，根据已知首项、末项和公差，可以求出项数，然后再根据首项、末项和项数求这个等差数列之和。

解 ① $(200 - 10) \div 10 + 1$
 $= 190 \div 10 + 1$
 $= 20$ (项)

$$\begin{aligned} \text{② } & (10 + 200) \times 20 \div 2 \\ &= 210 \times 20 \div 2 \\ &= 2100 \end{aligned}$$

例6 某体育馆西侧看台有30排座位，后面一排都比前面一排多2个座位，最后一排有132个座位，体育馆西侧看台共有多少个座位？

这样想分析这个题我们不难看出体育馆看台座位排列顺序是一个等差数列。30排即是项数、2是公差，132是末项。要求这个等差数列之和，必须知道首项、末项和项数。从题目中可以看出只缺首项即第一排的座位数。而末项即最后一排的座位数是由首项加上 $(30 - 1)$ 个公差得出来的。即首项 $+ 2 \times (30 - 1) = 132$ ，这样就可以求出第一排的座位数，即：首项。也就可以求出体育馆西侧看台的座位数了。

解 ① $132 - 2 \times (30 - 1)$

$= 132 - 58$

第一排座位数

$= 74$ (个)

② $(74 + 132) \times 30 \div 2$

$= 206 \times 30 \div 2$

$= 3090$ (个),

答: 西侧看台共有3090个座位。

练习一

1.

(1) $54 + 38 + 46$

(2) $37 + 44 + 56$

(3) $88 + (37 + 22)$

(4) $67 + 15 + 33$

(5) $375 + 342 + 658 + 625$

(6) $827 + 74 + 36 + 163$

(7) $428 + 267 + (733 + 572)$

(8) $536 + (541 + 461) + 469$

2.

(1) $146 + 107$

(2) $327 + 108$

(3) $105 + 354$

(4) $856 + 104$

(5) $325 + 98$

(6) $753 + 89$

(7) $196 + 285$

(8) $588 + 264$

3.

(1) $496 + 126$

(2) $872 + 439$

(3) $1989 + 624 + 387$

(4) $8996 + 3458 + 7546$

4.

(1) $38 + 29 + 36 + 27 + 28$

(2) $46 + 45 + 35 + 34 + 42 + 48$

(3) $567 + 558 + 562 + 555 + 563$

(4) $863 + 874 + 875 + 868$

5.

(1) $8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15$

(2) $10 + 15 + 20 + 25 + 30 + \cdots + 100$

(3) $8 + 16 + 24 + 32 + 40 + \cdots + 160$

(4) 求最小的三位数到最大的三位数的和是多少?

(5) 在小于100的自然数中有多少7的倍数,并求出它们的和。

提示与解答

1. 在2.中第(8)小题: $588 + 264 = 600 - 12 + 264 = 864 - 12 = 852$

2. 在3.中第(4)小题: $8996 + 3458 + 7546 = 8996 + (1004 + 2454) + 7546 = (8996 + 1004) + (2454 + 7546) = 20000$ 提示: 把3458分解为1004 + 2454的形式, 然后运用加法结合律进行计算。

3. 在4.中第(3)小题: $567 + 558 + 562 + 555 + 563$ 可以把560看做基础数, $560 \times 5 + (7 - 2 + 2 - 5 + 3) = 2800 + 5 = 2805$

4. 在5.中第(5)小题: 首先应找出最小的7的倍数是7。再找出100以内最大的7的倍数, 是98。这样就可以确定这个等差数列的首项和末项。根据公差是7, 可以求出项数, 最后求出它们的和: $98 \div 7 = 14$ (即: 14项)

$$(7 + 98) \times 14 \div 2 = 735$$

二 减法中的速算

1. 基础知识

减法的性质:

(1) 一个数减去几个数的和, 可以用这个数依次减去和里的各个加数。 $a - (b + c + \cdots + m) = a - b - c - \cdots - m$

(2) 一个数减去两个数的差，可以用这个数先减去差里的被减数，再加上减数或用这个数加上差里的减数，再减去被减数。 $a - (b - c) = a - b + c = a + c - b$

(3) 一个数连续减去几个数，可以交换减数的位置，差不变。 $a - b - c - d = a - c - d - b = a - d - c - b$

加减法混合运算的性质：

(1) 交换的性质：在加减混合运算式题中，带着数字前的运算符号，交换加、减数的位置顺序进行计算，其结果不变。

$$\text{如：} a + b - c = a - c + b \quad (a \geq c)$$

$$a + b - c = b - c + a \quad (b \geq c)$$

$$a + b - c = b + a - c$$

(2) 结合的性质：在加减混合运算的式题中，可以把加数、减数用括号结合起来。当加号后面添括号时，原来的加数、减数都不变；当减号后面添括号时，则原来的减数变加数，加数变减数。

$$\text{如：} a - b + c - d + m$$

$$= (a - b) + (c - d) + m \quad (a \geq b \quad c \geq d)$$

$$= a - (b - c) - (d - m) \quad (b \geq c \quad d \geq m)$$

$$= a + (m - b) + (c - d) \quad (m \geq b \quad c \geq b)$$

2. 例 题

$$\text{例 1} \quad 100000 - 85426$$

这样想如果被减数是整万、整千、整百……的数，可从比减数高一位的被减数中去掉1，加上减数的补数的办法做减法，并直接得出结果。即：“做减法，想加法”。找减数补数的方法，可用个位凑十，其它位凑九的办法，直接找出减数的补数。

$$\begin{aligned}\text{解: } 100000 - 85426 &= 14574 \\ & \quad (14574)\end{aligned}$$

$$\text{例 2 } 872 - 48 - 272$$

这样想根据减法的性质，交换减数之间的位置，差不变。用872先减去272得整百数，然后再减去48，就比较简便。

$$\begin{aligned}\text{解 } 872 - 48 - 272 \\ &= 872 - 272 - 48 \\ &= 600 - 48 \\ &= 552\end{aligned}$$

例 3 用简便方法计算下列各题：

$$(1) 384 - (184 + 36)$$

$$(2) 528 - (186 + 328)$$

$$(3) 842 - 567 - 133$$

$$(4) 387 - 124$$

$$\begin{aligned}\text{解 } (1) 384 - (184 + 36) & \quad \text{运用减法的性质(1)} \\ &= 384 - 184 - 36 \quad \text{使} 384 - 184 \text{得出整百数,} \\ &= 200 - 36 \quad \text{然后再减去} 36。 \\ &= 164\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 528 - (186 + 328) & \quad \text{运用减法性质(1) 和} \\ &= 528 - 186 - 328 \quad (3)。 \text{去掉减号后面的} \\ &= 528 - 328 - 186 \quad \text{括号后, 再交换减数的} \\ &= 200 - 186 \quad \text{位置。} \\ &= 14\end{aligned}$$

$$(3) 842 - 567 - 133$$

这样想这是减法性质(1)的逆用。一个数连续减去几个数，可以用这个数减去几个减数的和。 $a - b - c = a - (b + c)$

$$\begin{aligned}
 \text{解 } & 842 - 567 - 133 \\
 & = 842 - (567 + 133) \\
 & = 842 - 700 \\
 & = 142
 \end{aligned}$$

$$(5) \quad 387 - 124$$

这样想一个数减去大于且接近整百、整千、……的数，可以把减数运用补充数法转化为两数和的形式，然后再进行计算。

$$\begin{aligned}
 \text{解 } & 387 - 124 \\
 & = 387 - (100 + 24) \\
 & = 387 - 100 - 24 \\
 & = 263
 \end{aligned}$$

例4 用简便方法计算下列各题：

- (1) $564 - (164 - 97)$
- (2) $564 - (387 - 136)$
- (3) $564 - 387 + 187$
- (4) $564 - 196$

$$\begin{aligned}
 \text{解 (1) } & 564 - (164 - 97) && \text{运用减法性质 (2) } a - (b - c) = a - b + c \text{ 使 } 564 - 164 \text{ 得出整百数，然后再加上减数 } 97。 \\
 & = 564 - 164 + 97 \\
 & = 400 + 97 \\
 & = 497
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解 (2) } & 564 - (387 - 136) && \text{运用减法性质 } a - (b - c) = a - b + c = a + c - b, \text{ 使 } 564 \text{ 与 } 136 \text{ 结合凑成整百数，然后再进行计算。} \\
 & = 564 - 387 + 136 \\
 & = 564 + 136 - 387 \\
 & = 700 - 387 \\
 & = 313
 \end{aligned}$$

$$\text{解 (3) } 564 - 387 + 187 \quad \text{这是减法性质 } a - (b -$$

$$\begin{aligned}
 &= 564 - (387 - 187) \quad a - (b - c) = a - b + c \text{ 的逆} \\
 &= 564 - 200 \quad \text{用。使387减去187凑成整百} \\
 &= 364 \quad \text{数,然后再进行相减。}
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad 564 - 196$$

这样想可以把减数196运用补充数法看做200-4差的形式。这样就可以运用减法的性质迅速地做出结果。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad &546 - 196 \\
 &= 546 - (200 - 4) \\
 &= 546 - 200 + 4 \\
 &= 364 + 4 \\
 &= 368
 \end{aligned}$$

$$\text{例 5 (1) } 843 + 78 - 43$$

$$(2) \quad 843 - 86 + 157$$

$$(3) \quad 274 - 87 + 26 - 13$$

$$(4) \quad 936 - 867 - 99 + 267$$

这样想上面的题都是加减法混合运算。可根据数字的特点,运用加减法混合运算所具有的交换的性质和结合的性质及加减法的定律、性质,综合运用这些知识,使计算更加简便。

$$\begin{aligned}
 \text{解 (1) } &843 + 78 - 43 \quad \text{运用加减混合运算中可交换} \\
 &= 843 - 43 + 78 \quad \text{的性质。} \\
 &= 800 + 78 \\
 &= 878
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解 (2) } &843 - 86 + 157 \quad \text{运用加减法混合运算中可交} \\
 &= 843 + 157 - 86 \quad \text{换的性质。} \\
 &= 1000 - 86 \\
 &= 914
 \end{aligned}$$