

# 中学学科自测ABC

解析几何

华东师大二附中编

上海科学技术出版社

中学学科自测 ABC

# 解析几何

华东师大二附中 编

上海科学技术出版社

中学学科自测 ABC

**解 析 几 何**

华东师大二附中 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 常熟市印刷二厂印刷

开本  $787 \times 1092$  1/32 印张 5.25 字数 114,000

1990 年 2 月第 1 版 1990 年 2 月第 1 次印刷

印数 1—17,000

ISBN7-5323-1908-3/G·306 定价: 1.65 元

# 前 言

根据国家教委制订的全日制各科教学大纲和现行中学初、高中语文、英语、数学、物理、化学、生物等课本内容，结合我校各学科教师多年的教学实践，以衔接练习题、课堂练习、本章自测题（或单元自测题）、阶段自测试卷与竞赛试题选的形式，编写成这套自学参考书。全套书共 31 册。

本书中 A 级试题为学习的基本要求，B 级试题为学习的较高要求（相当于重点中学水平），C 级试题为学习的更高要求。其中除已标出的有关级别外，衔接练习题、课堂练习、单元自测题（除打“\*”试题外）均为 A 级，单元自测题中打“\*”的，则为 B 级，竞赛试题选为 C 级。

学生可根据本校实际情况和自己的需求，选择相应的练习或试卷进行自我测试。

本册由唐清成、王德纲老师编写。由于时间仓促、疏漏之处在所难免，请读者批评指正。

华东师大二附中

1989 年 1 月

# 目 录

第一章 直线	1
知识要点与学习水平	1
一、有向线段、定比分点	3
课堂练习(一)	3
课堂练习(二)	5
单元自测题	6
二、直线的方程	8
课堂练习(一)	8
课堂练习(二)	9
课堂练习(三)	11
单元自测题	14
三、两条直线的位置关系	17
课堂练习(一)	17
课堂练习(二)	19
课堂练习(三)	20
单元自测题	21
阶段自测试卷(一)	24
A卷(90分钟)	24
B卷(90分钟)	27
第二章 圆锥曲线	31
知识要点与学习水平	31
一、曲线和方程	34
课堂练习(一)	34

课堂练习(二).....	36
单元自测题.....	38
<b>二、圆</b> .....	40
课堂练习(一).....	40
课堂练习(二).....	41
单元自测题.....	43
<b>三、椭圆</b> .....	45
课堂练习(一).....	45
课堂练习(二).....	47
单元自测题.....	48
<b>阶段自测试卷(二)</b> .....	53
A卷(90分钟).....	53
B卷(90分钟).....	57
<b>四、双曲线</b> .....	60
课堂练习(一).....	60
课堂练习(二).....	61
单元自测题.....	63
<b>五、抛物线</b> .....	67
课堂练习(一).....	67
课堂练习(二).....	68
*课堂练习(三).....	70
单元自测题.....	72
<b>六、坐标变换</b> .....	75
课堂练习.....	75
单元自测题.....	76
<b>阶段自测试卷(三)</b> .....	79
A卷(120分钟).....	79
B卷(120分钟).....	81
<b>第三章 参数方程 极坐标</b> .....	81

知识要点与学习水平	84
一、参数方程	85
课堂练习(一)	85
课堂练习(二)	87
课堂练习(三)	89
单元自测题	90
二、极坐标	93
课堂练习(一)	93
课堂练习(二)	94
课堂练习(三)	95
单元自测题	96
阶段自测试卷(四)	100
A卷(120分钟)	100
B卷(120分钟)	102
总结性自测试卷	106
A卷(120分钟)	106
B卷(120分钟)	109
竞赛试题选(C卷)	113
参考答案	116

# 第一章 直 线

## 知识要点与学习水平

单元	节次	知识要点	学习水平			
			识记	理解	简单应用	综合应用
一、有向线段、定比分点	1.1 有向线段、两点的距离	(1) 有向直线、有向线段、有向线段数量、有向线段长度等概念 (2) 有向线段的数量公式 (3) 数轴上两点的距离公式 (4) 平面上任意两点之间的距离公式 (5) 用解析法证明平面几何题	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	✓ ✓ ✓ ✓	
	1.2 线段的定比分点	(6) 定比分点的意义 (7) 定比分点的坐标公式 (8) 线段中点坐标公式 (9) 三角形重心的坐标公式	✓ ✓ ✓ ✓	✓ ✓ ✓ ✓	✓ ✓	
二、直线的方程	1.3 一次函数的图象与直线的方程	(10) 一次函数的图象与二元一次方程的图象都是一条直线	✓			

(续表)

单元	节次	知识要点	学习水平			
			识记	理解	简单应用	综合应用
二、直线的方程	1.4 直线的倾斜角和斜率	(11) 直线倾斜角的定义	✓	✓	✓	
		(12) 直线倾斜角取值范围	✓		✓	
		(13) 直线斜率定义	✓	✓	✓	
(14) 直线上过两点的斜率公式		✓	✓	✓		
1.5 直线方程的几种形式	(15) 点斜式方程、斜截式方程、两式点方程、截距式方程推导, 及适用范围		✓	✓	✓	
		(16) 直线方程几种形式相互之间的联系	✓	✓	✓	
		(17) 直线在坐标轴上截距的定义	✓	✓	✓	
1.6 直线方程的一般形式	(18) 直线方程一般式定义 (19) 直线方程一般式、点斜式、斜截式、两点式、截距式及它们的互化		✓	✓		
			✓	✓	✓	
三、两条直线的位置关系	1.7 两条直线的平行与垂直	(20) 两条直线平行的条件	✓	✓	✓	✓
		(21) 两条直线垂直的条件	✓	✓	✓	✓
	1.8 两条直线的夹角	(22) 一条直线到另一条直线所成角的定义及其公式	✓	✓	✓	
		(22) 两条直线夹角的定义及其公式	✓	✓	✓	

(续表)

单元	节次	知识要点	学习水平			
			识记	理解	简单应用	综合应用
三、两条直线的位 置关系	1.9 两条 直线的交 点	(23) 两条直线位置关系 与对应二元一次方程组解 之间的联系	✓	✓	✓	
		(24) 两条直线位置关系 与二元一次方程组系数之 间的联系	✓	✓	✓	
	1.10 点 到直线的 距离	(25) 点到直线之间的距离 (26) 两条平行直线之间 的距离	✓	✓	✓	

## 一、有向线段、定比分点

### 课堂练习(一)

#### 一、判断题(正确的用“✓”表示,错误的用“×”表示)

1. 规定了起点和终点的线段叫做有向线段。 ( )
2. 有向线段的长度叫做有向线段的数量。 ( )
3.  $A, B, C$  为同一直线上三点,无论它们的位置如何,总有  $AB + BC = AC$ 。 ( )
4. 在数轴上  $A, B$  两点的坐标分别为  $x_1, x_2$ , 以  $A$  为起点,  $B$  为终点,则  $|AB| = x_2 - x_1$ 。 ( )

#### 二、填空题

1. 在  $x$  轴上求一点  $P$ , 使  $P$  点到  $A(1, 2)$ ,  $B(2, -3)$  的距离相等, 则  $P$  点的坐标为\_\_\_\_\_。
2. 若  $A(-2, 3), B(-1, y)$  两点间的距离为  $\sqrt{26}$ , 则  $B$

点的纵坐标为\_\_\_\_\_。

3. 与  $y$  轴及  $A(1, -2)$  点的距离都是 5 的点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_。

4. 已知点  $N$  的纵坐标是 3, 点  $N$  到点  $Q(-3, -2)$  的距离等于 6, 则点  $N$  的横坐标为\_\_\_\_\_。

5. 点  $A(a, b)$  关于  $x$  轴、 $y$  轴和原点的对称点的坐标分别为\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。

### 三、求下列两点间的距离

1.  $(0, 0)$ ,  $(-3, 4)$ ; 2.  $(-5, 3)$ ,  $(2, -1)$ ;

3.  $(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{3})$ ,  $(\cos \frac{3\pi}{4}, \sin \frac{\pi}{4})$ ;

4.  $(a-b, a+b)$ ,  $(a+b, a-b)$ 。

### 四、计算题

1. 已知数轴上  $A$ 、 $B$  两点的坐标分别为  $x_1 = 3a - 2b$ ,  $x_2 = 2a - 3b$ , 求  $\overline{AB}$  和  $\overline{BA}$  的数量。

2. 以下面三点作顶点画三角形, 由它们的各边长判别哪些是等边三角形, 哪些是等腰三角形, 哪些是直角三角形, 哪些是等腰直角三角形。

(1)  $(1, 4)$ ,  $(4, 1)$ ,  $(5, 5)$ ;

(2)  $(4, 0)$ ,  $(5, 2)$ ,  $(9, 0)$ ;

(3)  $(1, 1)$ ,  $(-1, -1)$ ,  $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ ;

(4)  $(-3, 4)$ ,  $(3, -4)$ ,  $(4, 3)$ 。

### 五、证明题

1. 用解析法证明等腰梯形的对角线相等。

2. 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  是在同一直线上的四点, 求证: 不论它们位置如何变化, 都有如下关系:

$$AC \cdot BD - BC \cdot AD = AB \cdot CD.$$

## 课堂练习(二)

### 一、判断题(正确的用“√”表示,错误的用“×”表示)

1. 点  $P$  分有向线段  $P_1P_2$  的比为  $\lambda$ , 如果  $\lambda = -1$ , 则  $P_2$  与  $P_1$  重合。 ( )
2. 如果上述  $\lambda = 0$ , 则  $P$  与  $P_1$  重合。 ( )
3. 如果上述  $\lambda = 1$ , 则  $P$  与  $P_2$  重合。 ( )

### 二、填空题

1. 点  $P$  分有向线段  $P_1P_2$  的比为  $\lambda$ , 若  $P$  在线段  $P_1P_2$  之间, 则  $\lambda$  的范围为 \_\_\_\_\_, 若  $P$  点在  $P_1P_2$  的延长线上, 则  $\lambda$  的范围为 \_\_\_\_\_, 若  $P$  点在线段  $P_2P_1$  的延长线上, 则  $\lambda$  的范围为 \_\_\_\_\_。

2. 连接  $P_1(-2, y)$  和  $P_2(x, 3)$  两点的线段中点  $P$  的坐标为  $(5, 7)$ , 则  $x = \underline{\quad}$ ,  $y = \underline{\quad}$ 。

3. 已知三角形三个顶点坐标分别为

$$A(2, -1), B(0, -3), C(-3, -2),$$

则三角形  $ABC$  的重心坐标为 \_\_\_\_\_。

4. 三角形三边  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$  的中点坐标顺次是

$$P(2, -1), Q(3, 3), M(-5, 2),$$

则三角形三个顶点的坐标分别为  $A \underline{\quad}$ ,  $B \underline{\quad}$ ,  $C \underline{\quad}$ 。

### 三、计算题

1. 已知两点  $P_1(2, -3)$ ,  $P_2(-8, 9)$ , 求点  $P(x, 1)$  分  $\overline{P_1P_2}$  所成的比  $\lambda$  及  $x$  的值。若  $P(x, 1)$  分有向线段  $P_2P_1$ , 则  $\lambda$  及  $x$  的值是否相同? 若点  $P_2(-8, 9)$  分  $\overline{P_1P}$ , 则  $\lambda$  及  $x$  的值有何变化?

2. 平行四边形  $ABCD$  的三个顶点坐标分别为  $A(5, 4)$ ,  $B(10, 0)$ ,  $C(3, -1)$ , 求第四个顶点  $D$  的坐标。

3.  $P_1, P_2$  两点坐标分别为  $(-1, 4)$  和  $(3, -4)$ , 延长  $P_2P_1$  到  $P$ , 使  $|P_1P| = \frac{2}{3}|P_1P_2|$ , 求  $P$  点坐标。

4. 已知三角形  $ABC$  的顶点  $A(-2, 7)$ ,  $B(3, -2)$  及三角形的重心坐标  $(1, -\frac{10}{3})$ , 求  $AC$  边上的中线长度。

5. 求  $A(2, -1), B(8, -10)$  两点连线的三个四等分点的坐标。

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $F$  点分  $AC$  成  $1:2$ ,  $G$  是  $BF$  的中点,  $E$  是  $AG$  与  $BC$  的交点, 求  $E$  分  $BC$  所成的比。

### 单元自测题

一、选择题(只有一个结论是正确的, 把正确结论的代号写在括号内。每题 4 分, 共 20 分)

1. 已知点  $P$  分有向线段  $P_1P_2$  的比为  $\lambda$ , 若  $\lambda = 0$ , 则结论正确的是

- A.  $P_1$  与  $P$  重合;                      B.  $P_2$  与  $P$  重合;  
C.  $P_1, P_2$  与  $P$  都不可能重合;      D.  $P$  不存在。

2. 线段  $|P_1P_2| = 2$ , 点  $P$  在  $P_2P_1$  的延长线上,  $|P_1P| = 4$ , 则点  $P$  分  $P_1P_2$  所成的比是

- A. 2;    B.  $\frac{1}{2}$ ;    C.  $-\frac{3}{2}$ ;    D.  $-\frac{2}{3}$ 。

3. 以  $A(1, 5)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(-9, -9)$  为顶点的三角形是

- A. 直角三角形;    B. 等腰三角形;  
C. 等边三角形;    D. 等腰直角三角形。

4. 点  $C(2, 3)$  分线段  $AB$  所成的比是  $1/2$ ,  $A$  点的坐标是  $(1, 2)$ , 则  $B$  点的坐标为

A. (2, 3); B. (3, 4); C. (4, 5); D. (5, 6)。

5. 不在同一直线上的三点坐标是 [ ]

A. (3, 1), (-2, -9), (8, 11);

B. (a, b+c), (b, c+a), (c, a+b);

C. (0, 1),  $(-\frac{1}{3}, 0)$ , (2, 7);

D. (4, 1), (2, -1), (5, 3)。

## 二、填空题(每题 6 分, 共 30 分)

1. 若等边三角形  $ABC$  的两顶点为  $A(1, 1)$ ,  $B(0, 0)$ , 则顶点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_。

2. 在数轴上,  $A$ 、 $B$  两点的坐标分别为  $x_A=5$ ,  $x_B=3$ , 在轴上另有一点  $C$ , 且  $|AC|=3|AB|$ , 则  $C$  点的坐标是\_\_\_\_\_。

3. 等腰三角形  $ABC$  的顶点为  $A(3, 0)$ , 底边  $BC$  的中点坐标是  $(3, -2)$ , 且底边  $BC$  的长为 4, 则两腰中点的坐标分别为\_\_\_\_\_。

4. 点  $P(x, 12)$  在  $A(-2, -4)$ ,  $B(5, 10)$  两点所连直线上, 则  $x =$ \_\_\_\_\_。

5. 已知数轴上三点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标分别为  $x_A=-5$ ,  $x_B=5$ ,  $x_C=3$ , 则这些点中的每一点分其余两点间的线段所成的比为\_\_\_\_\_。

## 三、计算题(每题 14 分, 共 28 分)

1. 三角形的三个顶点是  $A(4, -1)$ ,  $B(1, 3)$ ,  $C(1, -3)$ , 求三角形面积及  $AC$  边上高的长度。

2. 已知三角形三个顶点坐标分别为  $A(4, 1)$ ,  $B(7, 5)$ ,  $C(-4, 7)$ 。求: (1) 三角形  $ABC$  的  $\angle A$  的平分线  $AD$  与  $BC$  交点  $D$  的坐标; (2)  $\angle A$  的外角平分线与  $CB$  的延长线的交

点为  $E$ , 则  $AE$  的长是多少?

#### 四、证明题(第 1 题 10 分, 第 2 题 12 分, 共 22 分)

1. 设  $P$  是矩形  $ABCD$  所在平面上的任意一点, 用解析法证明:  $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ 。

2. 求证: 对于任意实数  $x_1, x_2, y_1$  及  $y_2$  都有不等式

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2} \leq \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \text{ 成立。}$$

## 二、直线的方程

### 课堂练习(一)

#### 一、判断题 (正确的用“√”表示, 错误的用“×”表示)

1. 一次函数  $y = kx + b$  的图象是一条必不过原点的直线。 ( )

2. 如果一条直线上所有点的坐标都是某一个方程的解, 那么这个方程就叫作这条直线的方程。 ( )

3. 直线的倾角  $\alpha$  的取值范围是在第一象限及第二象限。 ( )

4. 和  $x$  轴平行的直线, 它的倾角为  $180^\circ$ 。 ( )

5. 倾斜角不是  $90^\circ$  的直线, 它的倾角的正切叫做这条直线的斜率。 ( )

6. 一条直线和  $x$  轴的正方向所成的正角, 叫做这条直线的倾斜角。 ( )

#### 二、求经过下列每两个点的直线的斜率和倾斜角:

(1)  $(4, -3), (-5, 6)$ ; (2)  $(-2\sqrt{3}, 0), (-3\sqrt{3}, 3)$ ;

(3)  $(3, -2), (2, -3)$ ; (4)  $(5, -6), (-3, 4)$ ;

(5)  $(-6, 4), (5, 4)$ ; (6)  $(3, -4), (3, 5)$ 。

三、鉴别下列三个点是否在同一直线上：

(1)  $A(3, 1), B(2, 3), C(4, 2)$ ;

(2)  $A(-3, 4), B(5, -2), C(1, 1)$ ;

(3)  $A(a-b+c, a+b-c), B(a+b+c, a-c+b),$   
 $C(a+c-b, a+b+c)$ 。

四、计算题

1. 已知直线的倾角为  $\alpha$ ,  $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且  $P_1(2, y_1)$ ,  
 $P_2(x_2, -3), P_3(4, 2)$  是这条直线上的三个点, 求  $y_1$  和  $x_2$ 。

2. 已知三角形  $ABC$  的顶点为  $A(1, 2), B(-2, -1),$

$$C\left(\frac{-1+3\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right),$$

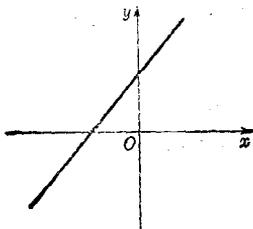
求三角形三个内角的度数。

课堂练习(二)

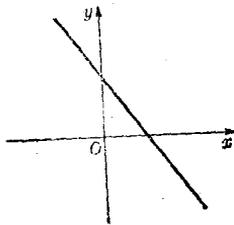
一、选择题 (只有一个结论是正确的, 把正确结论的代号写在括号内)

1. 过点  $M(-2, a)$  和  $N(a, 4)$  的直线斜率等于 1, 则  $a$  的值为 [ ]

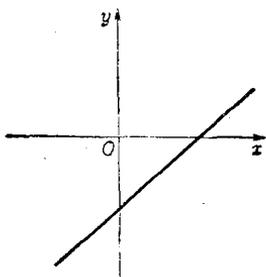
A. 1; B. 4; C. 1 或 3; D. 1 或 4。



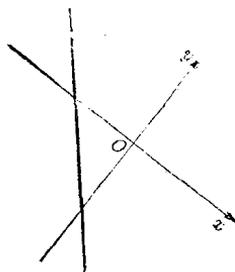
A.



B.



C.



D.

2. 直线  $y = kx + b$  ( $k < 0, b > 0$ ) 的图象应是图中的 [ ]

3. 直线  $3x - 2y = 4$  的截距式方程是 [ ]

A.  $\frac{3x}{4} - \frac{y}{2} = 1$ ;      B.  $\frac{x}{1} - \frac{y}{1} = 4$ ;

C.  $\frac{3x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$ ;      D.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$ .

4. 直线  $ax + by = ab$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的倾斜角是 [ ]

A.  $\arctg\left(-\frac{a}{b}\right)$ ;      B.  $\frac{\pi}{2} + \arctg\frac{a}{b}$ ;

C.  $\pi + \arctg\frac{a}{b}$ ;      D.  $\pi - \arctg\frac{a}{b}$ .

5. 经过点  $(-3, 2)$ , 且倾斜角的余弦为  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$  的直线方程是 [ ]

A.  $y = 3x + 3$ ;      B.  $y = 3x - 3$ ;

C.  $y = -3x - 7$ ;      D.  $y = -3x - 3$ .

## 二、填空题

1. 过  $(2, -1)$  与  $(5, 1)$  的两点式直线方程是 \_\_\_\_\_, 点斜式直线方程是 \_\_\_\_\_, 截距式直线方程是 \_\_\_\_\_.