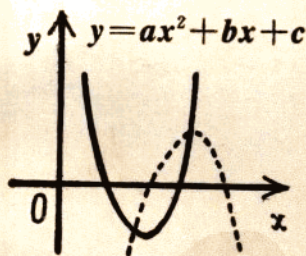


初中数学能力培养

主编 程志国 苏桂海



北京农业大学出版社

初中数学能力培养

主编 程志国 苏桂海

北京农业大学出版社

(京)新登字164号

初中数学能力培养

主编 程志国 苏桂海

北京农业大学出版社出版

(北京海淀圆明园西路2号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经销

河北吴桥印刷厂印刷

787×1092毫米 1/32 印张9.75 210千字

1992年11月第1版

1992年11月第1次印刷

印数1—6000册

定价: 4.50元

ISBN7—81002—269—5/G·270

前 言

为了更好地落实数学教学大纲要求，帮助学生系统、深入地掌握初中数学知识与方法，我们组织了有丰富教学经验的数学教研员和教师编写了这本《初中数学能力培养》，供广大师生参考。

本书以数学教学大纲和统编教材为依据，按教材顺序，以章为单位，首先给出知识、方法及能力要求，在此基础上，归纳出该章的重点和相应的数学方法；然后通过典型例题，剖析解题方法、总结解题规律；最后给出本章达标练习题，以便学生巩固和深化对知识、方法的掌握。书末附有达标练习答案与提示。

本书适用于初中各年级，特别是初中毕业总复习的良好参考资料。

参加本书编写工作的有：

苏桂海	刘立宏	孟昭莹	吕维智
王振璞	王华生	王连治	李宝田
郭春峰	赵玉泉	孟凡茂	李国钧
李建文	李维峰	王万里	葛中和
郭继东	郝通盼	王怀宇	高季领
田 毅	付其林	龚风凯	

本书由程志国、苏桂海统稿审阅。

我们诚恳祈请读者提出宝贵意见，以便本书再版时的修改与提高。

编 者

1992年10月

目 录

代 数 部 分

第 一 章	有理数.....	(1)
第 二 章	整式的加减.....	(8)
第 三 章	一元一次方程.....	(14)
第 四 章	一元一次不等式.....	(22)
第 五 章	二元一次方程组.....	(26)
第 六 章	整式的乘除.....	(34)
第 七 章	因式分解.....	(39)
第 八 章	分式.....	(47)
第 九 章	数的开方.....	(55)
第 十 章	二次根式.....	(61)
第十一章	一元二次方程.....	(68)
第十二章	指数.....	(81)
第十三章	函数及其图象.....	(86)
第十四章	解三角形.....	(109)
第十五章	统计初步.....	(122)

几 何 部 分

第一章	基本概念.....	(130)
第二章	相交线、平行线.....	(135)

第三章	三角形.....	(140)
第四章	四边形.....	(161)
第五章	面积、勾股定理.....	(169)
第六章	相似形.....	(176)
第七章	圆.....	(188)
附录 I:	1992年河北省中师、中专、中技、普通 高中职业学生统一考试数学试题(副题).....	(208)
答案与提示.....		(213)
附录 II:	1992年全国部分省、市中考、会考 试题及答案.....	(225)

代 数 部 分

第一章 有理数

一、能力要求

1. 理解有理数、数轴、相反数、绝对值等概念，会比较有理数的大小.
2. 能熟练地进行有理数的加法、减法、乘法、除法、乘方及其混合运算.
3. 理解有效数字的概念，会查平方表与立方表.

二、重点知识

1. 有关概念

(1) 有理数：整数和分数统称为有理数（或说：有限或无限循环小数统称为有理数），一切有理数总可以表示成 $\frac{m}{n}$ （ m 、 n 为整数， $n \neq 0$ ）的形式.

(2) 数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.（原点、正方向和单位长度构成了数轴的三要素）. 每一个有理数都可以用数轴上唯一的点来表示.

(3) 相反数：只有符号不同的两个数，叫做互为相反数. 零的相反数是零.

(4) 倒数：1 除以一个不等于零的数的商叫做这个数的倒数。零没有倒数。

(5) 绝对值的几何意义：在数轴上表示这个数的点离开原点的距离。

$$\text{绝对值的代数意义：} |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

(6) 近似数的精确度和有效数字：一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位；从这个近似值的左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字。

2. 有理数的运算

(1) 有理数的运算法则：在有理数范围内，加、减、乘、除运算能完全施行（除数不能为零），法则如下表所示：

原数 法则 运算	同 号		异 号	
	符 号	绝对值	符 号	绝对值
加 法	保持原号	相加	同绝对值较大者	相减
减 法	减去一个数等于加上它的相反数，然后按加法做			
乘 法	+	相 乘	-	相 乘
除 法	+	相 除	-	相 除

(2) 有理数运算定律：

加法交换律： $a+b=b+a$.

加法结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$.

乘法交换律： $ab=ba$.

乘法结合律： $(ab)c=a(bc)$.

分配律： $a(b+c)=ab+ac$.

(3) 运算顺序：先乘方，后乘除，最后再加减，如有括号就先算括号内.

三、知识与方法运用举例

例 1. 判断下列结论是否正确：

(1) 无限小数都不是有理数.

(2) a 是有理数，则 a 的倒数为 $\frac{1}{a}$.

(3) 有理数的绝对值不都是正数.

(4) 若 a 为有理数，则 $-a$ 为负数.

(5) 互为相反数的两个数的商为 -1 .

(6) 两个有理数的和一定大于其中一个加数.

(7) 一个数的绝对值大于 1 ，这个数一定大于它的倒数.

(8) 两个数和的绝对值一定等于这两个数绝对值的和.

(9) 若 $a^2=b^2$ ，那么 $a=|b|$.

(10) 若 $a<0$ ， $b<0$ ，且 $|a|>|b|$ ，则 $a<b$.

解：(1) $\times$ (2) $\times$ (3) $\checkmark$ (4) $\times$ (5) $\checkmark$

(6) $\times$ (7) $\checkmark$ (8) $\times$ (9) $\times$ (10) $\checkmark$

例 2. 计算： $1\frac{2}{3}-\{5\frac{3}{4}-2^2\div[(\frac{1}{2})^2+3(-\frac{3}{4})]\times\frac{1}{8}\}$.

$$\begin{aligned}
 \text{解: 原式} &= 1\frac{2}{3} - [5\frac{3}{4} - 4 \div (\frac{1}{4} - \frac{9}{4}) \times \frac{1}{8}] \\
 &= 1\frac{2}{3} - [5\frac{3}{4} - 4 \div (-2) \times \frac{1}{8}] \\
 &= 1\frac{2}{3} - (5\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) \\
 &= -4\frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

说明: 对于有理数混合运算, 要严格按照运算顺序进行, 同级运算可以同一步完成, 不是同级运算, 要进行一步脱式再进行下一级运算.

例 3. 已知有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图 1-1 所示,

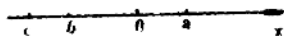


图 1-1

把式子 $|a-c| + |a+b| - |b+c| + |c|$ 化简.

解: 由有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置可知, $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ 且 $|b| < |c|$, $|a| < |c|$, $|a| < |b|$.

$$\therefore b+c < 0, a-c > 0, a+b < 0.$$

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= a-c + [-(a+b)] - [-(b+c)] - c \\
 &= a-c-a-b+b+c-c \\
 &= -c.
 \end{aligned}$$

说明: 每个有理数在数轴上有唯一点和它对应, 应用数轴来观察有理数的某些性质, 具有很好的直观性. 解决这类问题时, 充分利用数轴, 有利于迅速准确地判断和计算.

例 4. 已知 $a < b < 0$, 用不等号 “ $<$ ” 连结 $a+b$, $-a+b$, $a-b$, $-a-b$.

$$\text{解: } \because a < b < 0, \therefore |a| > |b|, \text{ 且 } -a+b > 0, a-b < 0.$$

$$\therefore -a+b > a-b.$$

$$\because a+b < 0, \therefore -(a+b) > 0, a+b < -(a+b).$$

又 $\because -a$ 与 b , a 与 $-b$ 为异号,

$$\therefore |-a+b| < |a+b|, |a-b| < |a+b|.$$

$$\therefore a+b < a-b < -a+b < -(a+b).$$

说明: 以上解法较为抽象, 如用数轴上的点表示满足条件的数, 再由点在数轴上的位置而决定其大小就比较直观; 或取 a 、 b 为两个满足题设条件的确定数, 也较容易地判断.

例 5. 已知 $|x+2| + (y-1)^2 + |x+y-m| = 0$, 求 m^{101} 的值.

$$\text{解: } \because |x+2| \geq 0, (y-1)^2 \geq 0, |x+y-m| \geq 0,$$

$$\text{依题意只有 } x+2=0, y-1=0, x+y-m=0.$$

$$\text{由此得出 } x=-2, y=1, \text{ 即得 } m=-1.$$

$$\therefore m^{101} = (-1)^{101} = -1.$$

说明: 绝对值、完全平方数都是非负数, 当若干非负数的和为零时, 这几个数都为零, 利用这个性质可求出 x 、 y 、 m 的值.

四、达标练习

1. 填空题

(1) 数轴的三要素是_____、_____和_____.

(2) _____的绝对值与它的倒数的和等于零.

(3) 如果 $x - |x| = 2x$, 那么这个 x _____.

(4) 一个数的相反数不小于它本身, 则此数是_____.

(5) 若 $x < 0$, $xy > 0$ 且 $x < y$, 则 $|x+y| + |y-x| =$
_____.

(6) 如果 $|m| < 3.1$, 且 m 是整数, 则 m 的值是_____.

(7) 已知 $|a+7| + (2-b)^2 = 0$ 则 $a^b =$ _____.

(8) 已知 $|a|=2$, $|b|=5$, 且 $ab < 0$, 则 $|a-b| =$ _____,
 $a+b =$ _____.

(9) 查表得 $0.519^3 = 0.1398$, 则 $5.19^3 =$ _____.

(10) 近似数 0.03570, 精确到第_____位, 有_____个有效数字.

2. 选择题

(1) 0 是 ().

- (A) 最小的有理数; (B) 最小的整数;
(C) 最小的自然数; (D) 绝对值最小的数.

(2) 若 $a < 0$, 那么以下各式中为正数的一个是 ().

- (A) $|a|+a$; (B) $|a|-a$; (C) $a|a|$; (D) $\frac{|a|}{a}$.

(3) 若 $a < b < 0$, 则下列能成立的不等式是 ().

- (A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (B) $ab < 1$; (C) $\frac{a}{b} < 1$; (D) $\frac{a}{b} > 1$.

(4) x 和 y 互为相反数, n 是整数, 则下列各数互为相反数的是 ().

- (A) x^{2n} 和 y^{2n} ; (B) x^{2n+1} 和 y^{2n+1} ;
(C) x^n 和 y^n ; (D) x^{n+1} 和 y^{n+1} .

(5) x 和 y 是有理数, 且 $(|x|-1)^2 + (2y+1)^2 = 0$, 那么 $x+y$ 的值是 ().

- (A) $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{3}{2}$; (D) -1 .

(6) 50499 保留二个有效数字的近似值是 ().

- (A) 50; (B) 51; (C) 50 千; (D) 51 千.

3. 计算:

$$(1) \left| -5\frac{1}{2} \right| \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \times \frac{3}{11} \div 1\frac{1}{4};$$

$$(2) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \times \left(-1\frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{2}{3} \right)^2 \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \div (-1.5)^2 \\ - \frac{4}{5} \times \left(-\frac{2}{3} \right)^2.$$

4. 已知有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图 1-2 所示, 且 $|a| = |b|$.

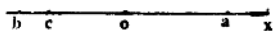


图 1-2

- (1) 求 $a+b$ 、 $\frac{a}{b}$ 的值;
- (2) 判断 $a+c$ 、 $b \cdot c$ 、 $a \cdot c$ 、 $c-b$ 、 $\left(\frac{b-a}{a-c} \right)^n$ 的符号 (n 为整数);
- (3) 化简 $|a+b| + |bc| - |-a| + |c-a| - |c-b| + |b|$.
5. 已知 a 、 b 为有理数, 且 $|3a+1| + \frac{1}{2}(b+1)^2 = 0$, 求 $(a^2 + b^{13})$ 的相反数的倒数.
6. 查表得: $2.081^3 = 9.01$, 且已知 $x^3 = 9010$, $y^3 = 0.00000901$, 求 x 和 y 的值.

第二章 整式的加减

一、能力要求

1. 理解代数式、代数式的值、单项式、多项式、整式等概念，能根据题目里的数量关系列出代数式，并会求代数式的值。
2. 能熟练地进行整式的加减运算。

二、重点知识

1. 有关概念

(1) 代数式：用运算（指加、减、乘、除、乘方、开方）符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式。

(2) 代数式的值：用数值代替代数式里的字母，计算后所得到的结果，叫做代数式的值（代数式中的字母所取的值不应当使代数式或它所表示的实际数量失去意义）。

(3) 单项式：只含乘除运算的整式叫做单项式。单项式中的数字因数（包括前面的符号）叫做单项式的系数，其中所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数。

(4) 多项式：几个单项式的和叫做多项式。在多项式中每个单项式叫做多项式的项，其中次数最高的项的次数就是

这个多项式的次数，不含字母的项叫做常数项。在多项式中所含的字母的指数分别相同的项叫做同类项。

单项式和多项式统称为整式。

2. 整式的加减运算法则

整式的加减实际上就是合并同类项。运算时，遇到括号一般先去掉括号，再合并同类项。

(1) 去括号法则：括号前面是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项都不变；括号前面是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，括号里的各项都变号。

(2) 添括号法则：括号前面是“+”号，括到括号里的各项都不变；括号前面是“-”号，括到括号里的各项都变号。

三、知识与方法运用举例

例 1. 用代数式表示：

(1) a 的 3 倍与 b 的 $\frac{1}{5}$ 的差。

(2) a 、 b 两数和的平方与两数平方和之积。

(3) 长方形面积是 $x\text{cm}^2$ ，宽是 $a\text{cm}$ ，周长是多少？

(4) x 克盐溶化到 1000 克水中，盐水浓度是多少？

(5) 一件工作，甲单独作 a 天完成，乙单独作 b 天完成，两人合作一天完成的工作是多少？

解：(1) $3a - \frac{1}{5}b$ ；(2) $(a+b)^2 \cdot (a^2+b^2)$ ；

(3) $(\frac{2x}{a} + 2a)\text{cm}$ ；

(4) $\frac{x}{1000+x} \times 100\%$ ；(5) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 。

说明：列代数式是指把语言叙述的数量关系和实际问题中的数量关系用代数式的形式表示出来。它是训练数学语言表达和列方程解应用题的基础。

例 2. 填空：

(1) $-\frac{x^3y}{3}$ 是 次 项式，系数是 。

(2) 多项式 $x^2-3x-6x^3+2$ 是 次 项式，最高次项的系数是 ，按 x 的升幂排列应为 。

解：(1) 四，单， $-\frac{1}{3}$ ；(2) 三，四， $-6, 2-3x+x^2-6x^3$ 。

例 3. 化简： $x^2 + \{3xy + [2xy - (5y^2 + 3x^2)]\}$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= x^2 + \{3xy + [2xy - 5y^2 - 3x^2]\} \\ &= x^2 + \{3xy + 2xy - 5y^2 - 3x^2\} \\ &= x^2 + 5xy - 5y^2 - 3x^2 \\ &= -2x^2 + 5xy - 5y^2.\end{aligned}$$

说明：化简含多层括号的代数式，要先去里层括号，再去外层；在去掉一层后，如括号内有同类项，应先行合并。

例 4. (1) 当 $a=-3$ 时，求 $15a^2 - \{-4a^2 + [5a - 8a^2 - (2a^2 - a) + 9a^2] - 8a\}$ 的值；

(2) 当 $x=a$ 时，求 $\frac{x}{|x|}$ 的值。

$$\begin{aligned}\text{解：(1) 原式} &= 15a^2 - \{-4a^2 + [5a - 8a^2 - 2a^2 + a + 9a^2] - 8a\} \\ &= 15a^2 - \{-4a^2 + [6a - a^2] - 8a\} \\ &= 15a^2 - \{-4a^2 + 6a - a^2 - 8a\} \\ &= 15a^2 - \{-5a^2 - 2a\} \\ &= 15a^2 - \{-5a^2 - 2a\}.\end{aligned}$$

$$=20a^2+2a.$$

当 $a=-3$ 时, 原式 $=20(-3)^2+2(-3)=174$.

说明: 一般代数式求值, 要先化简、再求值, 这样可使运算过程简化.

(2) 当 $x=a$ ($a>0$) 时, $\frac{x}{|x|}=\frac{a}{|a|}=\frac{a}{a}=1$;

当 $x=a$ ($a<0$) 时, $\frac{x}{|x|}=\frac{a}{|a|}=\frac{a}{-a}=-1$;

当 $x=a$ ($a=0$) 时, $\frac{a}{|x|}$ 无意义.

说明: 在代数式中字母没有给出具体数值的情况下, 求代数式的值必须对给出的字母进行讨论, 把各种情况下的值都求出来.

四、达标练习

1. 填空题

(1) $3x^2y-\frac{x^3y^3}{3}-x^4+\frac{1}{5}$ 是____次____项式, 若把它按字母 x 的降幂排列成_____, 排列后的第二项系数是_____.

(2) 当 $x=-2$ 时, x^3-3x^2+5x-7 的值是_____.

(3) 一个整式加上 $ab-3ac$ 得到 $4ac-ab$, 那么这个整式减去 $ab-3ac$ 得到_____.

(4) 有一个三位数, 它的个位数字为 m , 十位数字是个位数字的 3 倍还多 2, 百位数字比十位数字大 3, 那么这个三位数用代数式表示为_____.

(5) 当 $a=$ _____时, 代数式 $3+a^2$ 的值最小, 最小值是_____.