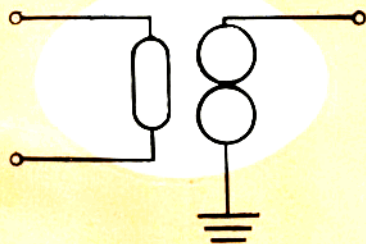


零器网络分析

王光义 著



石油大学出版社

石油大学出版社
PDG

序 言

零器(Nullor)是一种理想有源元件,它是由 H. J. Carlin 作为反常网络提出的。零器由零口器(Nullator)和非口器(Norator)组成。一些电路器件,如晶体管、运算放大器等可用零器来模拟和等效。零器易等效变换,而且,在零器网络中适当添加成对的零口器—非口器而不改变网络的性能和特性。因此,在模拟有源网络的 RC—Nullor 网络中,由零器的等效变换或适当添加一些零口器—非口器对,可以得到多种形式的电路模型,再根据零器和实际器件模型的等效对应关系,能够灵活地实现多种形式的实际电路。另外,可用零器电路计算待定元件参数值,这在电子线路的设计中也是一种新的算法。也可以把零器用于有源网络的灵敏度分析和电路的故障屏蔽分析。还可以用零器模拟变压器的等效电路,以实现不同电压等级网络间的直接分析和计算。零器在网络分析和设计中有着愈来愈重要的应用,它已逐渐引起人们的注意和重视。

零器的不断应用,必然给零器网络的分析带来新的课题。自 H. J. Carlin 提出零器以来,国外的学者对零器网络的分析方法作过一些研究,并取得不少成果。如节点分析法,状态方程法,还有拓扑分析的树值计算法等。这些方法都存在一定的局限性。例如,形成节点方程较繁,不宜采用计算机辅助分析;拓扑分析中需在两个网络寻找完全树,且不易确定树支导纳乘积的符号。再就是这些分析方法零星地见诸于杂志或被引用于某些著作中的个别章节,缺乏理论上的系统性和完整性。

零器网络分析是作者近几年感兴趣的研究课题之一,并在这方面做了一些工作。目前,国内对零器网络分析的研究还较少,电

类专业大学高年级的学生和研究生以及不少读者对此了解还不多,已有的理论中也缺乏系统和完整性。因此,把零器应用的基本概念和一套较为系统的理论分析方法介绍给读者是必要的。

决定出版本书的最初想法,还是在1995年8月在北京召开的中国科协第二届青年学术年会上萌生的。几位与会的同行建议能否出一本零器网络分析方面的小册子,我接受了这个建议。

本书汇集了作者近几年的研究成果。除基本概念外,主要内容均出自作者已发表和尚未发表的论文。其中第四、五两章是重点内容,并且首次公开发表。

第一章主要介绍零器、零口器、非口器的基本定义和特性,零器网络的等效变换,受控源、晶体管、运算放大器的零器等效模型及其简单应用,阻抗变换器、回转器的零器模型及其实现问题。

第二章是零器网络的矩阵分析方法。在零器网络一般节点分析法的基础上,通过两个定理阐述了形成节点方程和网孔方程的新方法,给出了节点电压与原零器网络节点电压的关系,网孔电流与原零器网络网孔电流的关系。同时定义了电流节点和电压节点,从这两个概念出发,依据KCL、KVL导出了节点方程和网孔方程。最后分析了支路导纳(阻抗)在节点导纳(网孔阻抗)矩阵中的递推规律,给出了计算机直接生成节点方程和网孔方程的算法。

第三章定义了多端零器网络的不定导纳矩阵,讨论了不定导纳矩阵的特性和生成方法,以及各种网络函数在单口、双口零器网络中的形式,为后两章进行拓扑分析、形成符号网络函数奠定基础。

第四章是重点内容之一,详细介绍了零器网络的有向图分析法。本章把W. K. Chen的有向图法推广到了零器网络,当电流节点和电压节点重合时又回到了一般有源网络。因此从分析方法上讲,也可以把一般网络视为零器网络在电流节点和电压节点重合时的一种特例。本章对网络节点的编号问题作了规定,并定义了一

种新的不定导纳矩阵和等效有向图,导出了各种情况下不定导纳矩阵的一阶、二阶代数余子式的拓扑公式,从而得到了各种网络函数的拓扑公式。最后介绍了计算机辅助拓扑分析的算法、程序框图和部分程序。

第五章也是一种新的分析方法—等效法。这种方法依据于节点导纳矩阵,给出了一些新的定义。如节点导纳矩阵的伴随有向图,伴随无向图,等效电流图和等效电压图等。并得到了一些新的定理,把节点导纳矩阵的行列式和一阶代数余子式表示为电流图和电压图中完全星树支导纳乘积之和。这种方法不但适用于零器网络,也适用于一般有源网络和无源网络。本章最后阐述了计算机辅助拓扑分析时自动形成等效电流图和电压图,寻找完全星树及如何确定树支导纳乘积符号等一系列问题。

本书是一本专业性较强的专著,阅读它需有一定的网络图论和网络分析基础。为此,在附录A中简单介绍了一些网络图论的概念。为了开阔思路,把本书的方法与其它方法相比较,在附录B中编写了另一种拓扑分析方法。

本书虽是零器网络分析方面的专著,但在研究和写作的过程中,参考了不少文献。如第一章参考了文献[3][9],第四章参考了文献[7]的方法。因此,本书的探索是在他人研究基础之上进行的。对参考文献的作者致谢。

在书末的参考文献中,一部分是为读者能够阅读本书、了解与本书有关的一些其它内容而列出的。

重庆大学电气工程的江泽佳教授(博士生导师)、吴宁教授和刘和平副教授,湖南大学电气工程的李学田教授和杨淑孔教授,都对作者的工作提供过很多帮助;出版社的同志及滨州师范专科学校物理系的部分老师对本书的出版给予了热情的帮助。在此,对他们一并致谢。

由于编写时间十分仓促,一些新的内容未作反复推敲,加之作

者水平所限,书中错误恐不在少数,敬请读者批评指正。

王光义

一九九六年七月于滨州

目 录

第一章 零口器和非口器	(1)
§ 1-1 零器、零口器和非口器	(1)
§ 1-2 零器网络的等效变换	(3)
§ 1-3 有源器件的零器等效模型	(3)
第二章 零器网络的矩阵分析法	(30)
§ 2-1 零器网络的节点分析法	(30)
§ 2-2 零器网络的网孔分析法	(39)
§ 2-3 电流节点和电压节点	(48)
§ 2-4 电流网孔和电压网孔	(50)
§ 2-5 网络方程的计算机生成	(51)
第三章 零器网络的不定导纳矩阵及网络函数	(59)
§ 3-1 不定导纳矩阵及其性质	(59)
§ 3-2 零器网络不定导纳矩阵的生成	(68)
§ 3-3 多端零器网络的网络函数	(73)
第四章 零器网络拓扑分析的有向图法	(92)
§ 4-1 引言	(92)
§ 4-2 不定导纳矩阵的有向图和有向树	(93)
§ 4-3 不定导纳矩阵一阶代数余子式 $\Delta_{p'q'}$ 的拓扑公式	(100)
§ 4-4 不定导纳矩阵二阶代数余子式 $\Delta_{p'q', p''q''}$ 的拓扑公式	(105)
§ 4-5 单口零器网络策动点函数的拓扑公式	(112)
§ 4-6 双口零器网络 Z 参数和 Y 参数的拓扑公式	(113)
§ 4-7 带负载时双口网络转移函数的拓扑公式	(128)

§ 4-8	$j'' \neq j'$ 时二阶代数余子式的拓扑公式	(129)
§ 4-9	计算机辅助零器网络拓扑分析	(154)
第五章	零器网络拓扑分析的等效法	(166)
§ 5-1	节点导纳矩阵及其等效图	(166)
§ 5-2	节点导纳矩阵行列式的拓扑公式	(170)
§ 5-3	节点导纳矩阵一阶代数余子式的拓扑公式	(175)
§ 5-4	网络函数的拓扑公式	(184)
§ 5-5	计算机辅助拓扑分析的算法	(201)
附录 A	网络图论的基本概念	(206)
A1	基本定义和基本定理	(206)
A2	图的矩阵表示	(210)
A3	有向图的矩阵表示	(213)
A4	网络方程的矩阵表示	(215)
附录 B	零器网络的另一种拓扑分析方法	(218)
B1	节点导纳矩阵行列式的拓扑公式	(218)
B2	节点导纳矩阵一阶代数余子式的拓扑公式	(219)
B3	完全树树支导纳乘积符号的确定	(221)
B4	对拓扑分析方法的简化	(227)
参考文献		(233)

第一章 零口器和非口器

零器(Nullor)由零口器(Nullator)和非口器(Norator)组成,它由 H. J. Carlin 作为反常网络首先提出。零器能构成某些电路器件的模型,可用于不少分析问题和 RC 有源网络的综合中。在电子线路的设计中,用零器替代待定元件(如电阻)来确定待定元件的参数值已是一种新的计算方法。零器的应用范围愈来愈广,因此愈加得到人们的重视。本章主要介绍零口器和非口器的基本定义,零器网络的等效变换,常用有源器件的零器模型及其简单应用。

§ 1-1 零器、零口器和非口器

零器是一种二端口网络,它具有零传输矩阵,其端口特性可表示为

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

零器的符号示于图 1-1(a)。进一步分析式(1-1)可以看出,不论输出电压 $U_2(s)$ 和输出电流 $I_2(s)$ 为何值,输入电压 $U_1(s)$ 和输入电流 $I_1(s)$ 恒为零。

可以把零器看成是由两个二端元件组成的。从零器中分离出输入端口 1, 1', 它是一个电压和电流都为零的二端元件,并把它叫作零口器。零口器的端电压和端电流皆为零,其伏安特性表示为

$$U(s) = 0 \quad (1-2)$$

$$I(s) = 0 \quad (1-3)$$

其电路符号如图 1-1(b)所示。

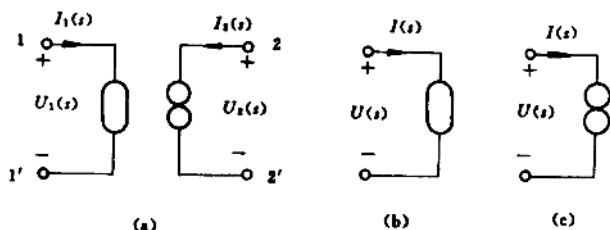


图 1-1 (a) 零器, (b) 零口器, (c) 非口器

从零器中分离出输出端口 $2, 2'$, 它是一个电压和电流都任意的二端元件, 并把它叫作非口器。非口器的伏安特性表示为

$$U(s) = k_1 \quad (1-4)$$

$$I(s) = k_2 \quad (1-5)$$

其中 k_1, k_2 为任意值, 非口器的电路符号示于图 1-1(c)。

零口器的电压、电流虽然都为零, 但它既不是短路, 也不是开路。它的伏安特性如图 1-2(a) 所示。非口器的电压、电流虽为任意, 但在电路中必须遵从 KCL 和 KVL。非口器的伏安特性见图 1-2(b)。

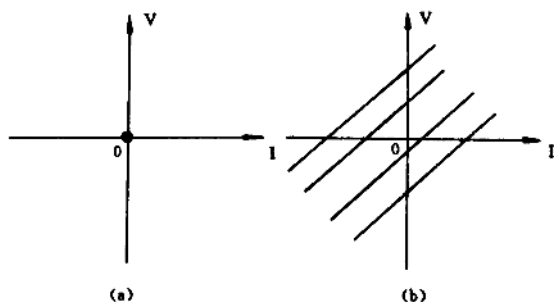


图 1-2 (a) 零口器 U-I 特性, (b) 非口器 U-I 特性

零口器和非口器在电路中通常是成对出现的。而且,任何实际上或物理上可实现的电路必须含有相同数目的零口器和非口器,常称它们为零口器—非口器对。

§ 1-2 零器网络的等效变换

在含零器的网络中,零器与零器间、零器与阻抗间有任意的连接方式。运用零口器和非口器的伏安关系,可以对零器网络进行等效的变换和化简,以使零器网络的分析得以简化。图 1-3 给出了一些常用的零口器、非口器等效电路,对这些等效电路的证明是简单的,现以第三种等效电路为例来说明其等效性。在零口器和非口器的串联电路中,零口器的存在使流过支路的电流为零,零口器两端的电压也为零。而非口器则可以使支路的端电压为任意值。其结果是该支路电流为零,支路端电压为任意值,这种情况正相当于开路。其它的等效电路也可以用类似的方法导出。

§ 1-3 有源器件的零器等效模型

用成对的零口器—非口器可以构成有源器件的电路模型,如受控源、晶体管、运算放大器等。可以说,凡是可用受控源模拟的电路元件,都可以用零器来等效。有源器件的零器模型在有源网络的设计中有着重要的应用。例如,RC 有源网络可等效为 RC 零器网络,由零器的等效变换可以得到多种形式的电路模型,根据零器和有源器件的等效对应关系,又可以灵活地实现多种形式的实际电路。为适应网络设计和分析的需要,本节给出几种常见的网络元件的零器等效模型。

一、受控源模型

各种受控源都可以用零器来模拟,出发点就是使受控源的零

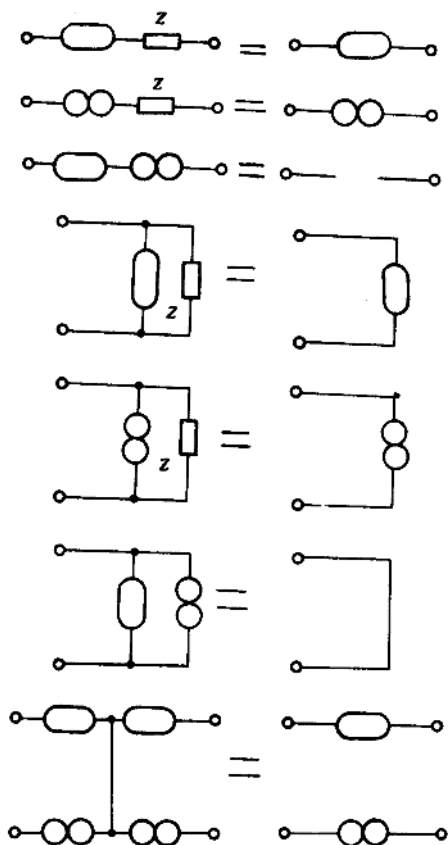


图 1-3 几种零口器、非口器等效电路

器等效模型与其具有相同的端口特性。对于图 1-4(a)所示的电压控制电压源(VCVS),其端口特性为

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

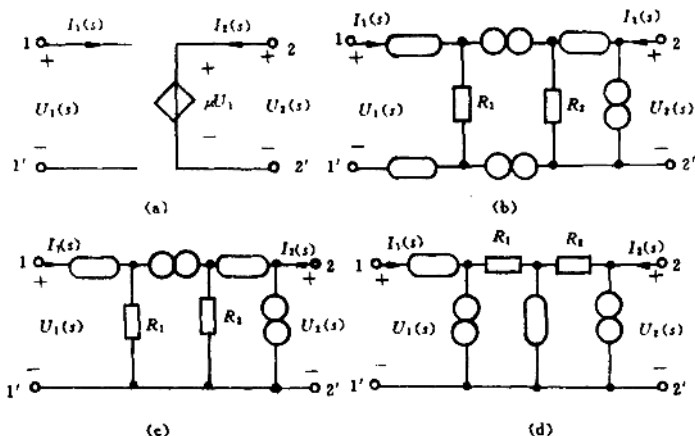


图 1-4 (a) VCVS; (b) 第一种 Nullor 等效模型;
 (c) 第二种 Nullor 等效模型;
 (d) 第三种 Nullor 等效模型

这种端口特性,可以用图 1-4(b)的零器网络来模拟。根据图 1-4(b),由零器的伏安特性不难得出

$$U_1(s) = -\frac{R_1}{R_2}U_2(s)$$

$$I_1(s) = 0$$

这和式(1-6)表示的特性相同,且 $\mu = -\frac{R_2}{R_1}$ 。如果 VCVS 为三端器件,则有图 1-4(c)或 1-4(d)较简单的模型。在图 1-4(c)中,电阻 R_1 、 R_2 都与输入、输出的公共端点相接,而图 1-4(d)中的 R_1 、 R_2 都不与公共端点相接。

图 1-5(a)所示的是电压控制电流源(VCCS),它的端口特性为

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{g} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

与式(1-7)具有相同端口特性的零器模型为图 1-5(b),因为在图 1-5(b)中,有

$$U_1(s) = RI_2(s)$$

$$I_1(s) = 0$$

显然 $g = \frac{1}{R}$ 。如果 VCCS 为三端器件,则有较简单的零器模型,如图 1-5(c)所示。图 1-5(d)也是三端 VCCS 的一种模型。

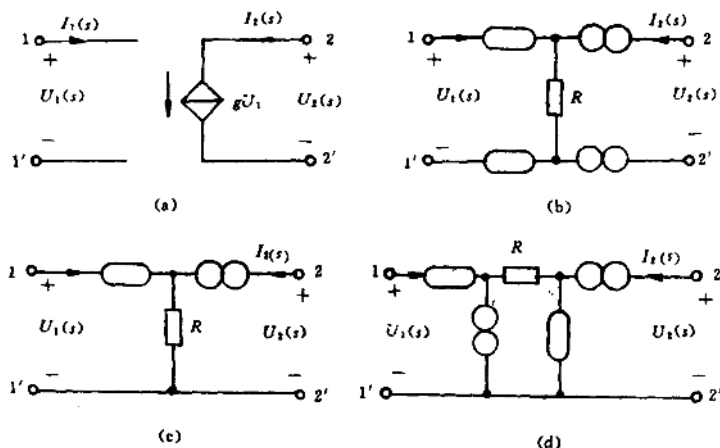


图 1-5 (a) VCCS, (b) 第一种 VCCS 等效模型,
(c) 第二种 VCCS 等效模型,
(d) 第三种 VCCS 等效模型

电流控制电压源(CCVS)的端口特性为

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

其零器等效模型为图 1-6(b)。如果 CCVS 为三端器件, 则有较简单的零器模型, 如图 1-6(c) 和 1-6(d) 所示。

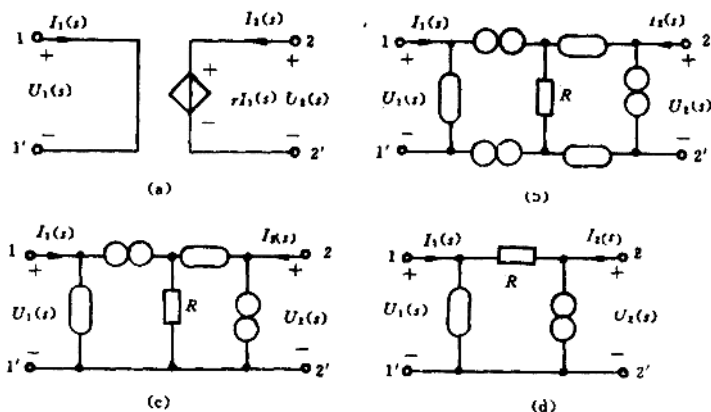


图 1-6 (a) CCVS; (b) 第一种 CCVS 模型;
(c) 第二种 CCVS 模型;
(d) 第三种 CCVS 模型

电流控制电流源(CCCS)的端口特性为

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2(s) \\ -I_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

其零器等效模型为图 1-7(b)。如果 CCCS 为三端器件, 则有较简单的模型, 如图 1-7(c)、(d) 所示。

有了四种受控源的零器模型, 其它由受控源构成的器件模型

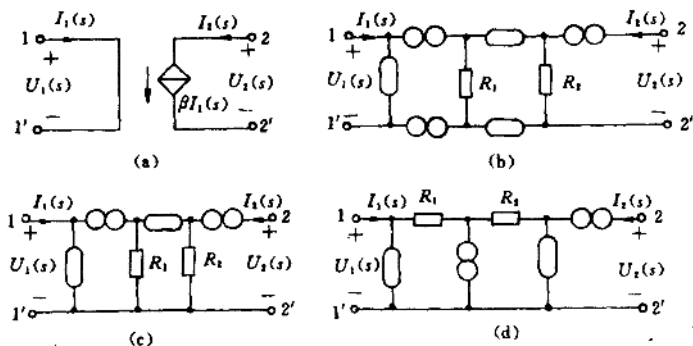


图 1-7 CCCS 及其零器等效模型

(a) CCCS; (b) 第一种 CCCS 模型;

(c) 第二种 CCCS 模型; (d) 第三种 CCCS 模型

就可以用零器模型来表示。

二、晶体管模型

在分析晶体管电路时,首先要确定晶体管的静态工作点。为此,我们首先给出晶体管的静态零器等效模型,然后再导出其动态零器等效模型。

为突出主要矛盾,我们可把晶体管的输入、输出特性理想化。理想化后的晶体管输入、输出特性可用下述数学模型表示

$$\begin{cases} U_{BE} = U_{BE0} \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \quad (1-10)$$

其中 U_{BE0} 为静态下晶体管发射结上的电压,它近似为一常数, I_C 、 I_B 为晶体管的集电极、基极电流, β 为晶体管的电流放大系数。从式(1-10)中看出,晶体管的 B、E 间可用一独立直流电压源来表示, C、E 间可用一 CCCS 来表示。这样就构成了晶体管的一种简单等效电路,如图 1-8(a)所示。应用前述的第二种 CCCS 零器等效模

型,即可构成晶体管的一种零器等效模型,如图 1-8(b)所示。

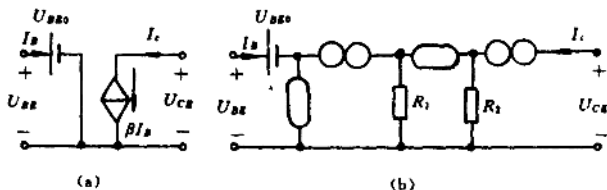


图 1-8 晶体管的静态模型

(a) 晶体管的一种静态模型;

(b) 晶体管的一种静态零器等效模型

在此 $\beta = \frac{R_1}{R_2}$ 。若取 $R_2 = 1\Omega$, 则 $R_1 = \beta\Omega$ 。对理想晶体管, $\beta \rightarrow \infty$, 有 $R_1 = \beta = \infty$, 即图 1-8(b) 中的 R_1 支路开路。运用零器网络的等效变换, 零口器和非口器串联时等效于一开路元件, 非口器与 R_2 串联等效于一非口器。因此, 理想晶体管的静态零器等效模型可用图 1-9 表示。

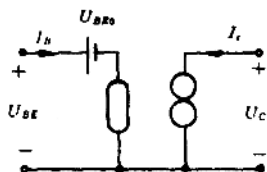


图 1-9 理想晶体管的零器等效模型

利用晶体管的静态零器模型可以估算静态工作点。图 1-10 (a) 的晶体管电路可用图 1-10(b) 的零器网络来表示。设 $E_c = 20V$, $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 2.5k\Omega$, $R_c = 3.3k\Omega$, $R_e = 8.7k\Omega$, $U_{BE0} = 0.7V$, 则其静态工作点的计算可用下述式子表示:

$$U_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_c$$

$$U_E = U_B - U_{BE0}$$

$$I_C \approx I_E = \frac{U_E}{R_e} = \frac{1}{R_e} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} E_c - U_{BE0} \right)$$

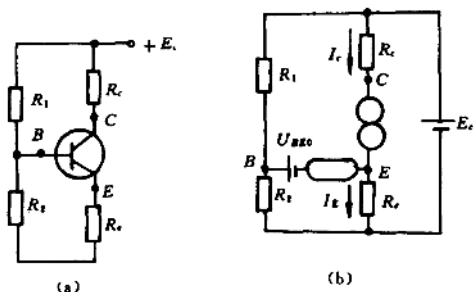


图 1-10 晶体管电路及其零器等效电路

(a) 晶体管直流通路; (b) 静态零器等效电路

$$\begin{aligned}
 U_{CE} &= E_c - I_c(R_c + R_e) \\
 &= E_c - \frac{R_c + R_e}{R_e} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} E_c - U_{BE0} \right)
 \end{aligned}$$

代入数据得

$$I_c = 1\text{mA}, \quad U_{CE} = 8\text{V}$$

通常,晶体管的共发射极电流放大系数 β 约在 20~300 范围内,而把 β 视为无限大,晶体管视为理想晶体管所产生的误差,无疑是很大的,即理想晶体管的电路模型和实际相差甚大,用理想晶体管的零器模型进行网络分析必然造成较大误差。从网络分析的角度看,图 1-9 的零器模型是不可取的。但该模型非常简单,在进行网络设计时用它构造电路比较方便,根据零器的等效变换,运用晶体管与其模型的等效对应关系,可以得到多种形式的晶体管电路。

晶体管在动态小信号运用时,其输入输出特性可近似地用 h 参数来表示。即

$$\begin{cases} u_{be} = h_{11}i_b + h_{12}u_{ce} \\ i_c = h_{21}i_b + h_{22}u_{ce} \end{cases} \quad (1-11)$$