

高等工科院校教材

主 编 盛嘉茂 莫文玲
副主编 单晓云 魏 环

简明大学物理

· 下 册 ·

*Jianming
Daxue
Wuli*



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

高等工科院校教材

简明大学物理

(下册)

主 编 盛嘉茂 莫文玲

副主编 单晓云 魏 环



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

简明大学物理(下册)/盛嘉茂,莫文玲主编. —北京:北京大学出版社,2005.7

ISBN 7-301-08364-5

I. 简… II. ①盛…②莫… III. 物理学-高等学校-教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 003144 号

书 名: 简明大学物理(下册)

著作责任者: 盛嘉茂 莫文玲 主编

责任编辑: 瞿 定

标准书号: ISBN 7-301-08364-5/O · 0627

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 邮购部 62752015 市场营销中心 62750672 编辑部 62752021

电 子 信 箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排 版 者: 兴盛达打字社 82715400

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×960mm 16 开本 14.75 印张 325 千字

2005 年 7 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷

印 数: 0001—8000 册

定 价: 21.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究

序

步入了新世纪,各方面对基础物理教学提出了更多的要求.一方面加强近代物理内容的呼声渐高,另一方面各种层次的院校对物理教学提出了多样化的要求.

盛嘉茂、莫文玲主编的《简明大学物理》对工科院校的“大学物理”课程内容的改革做了有益的尝试.编者没有把精力分散在近代物理的各个方面、分散在介绍近代物理在各技术领域的应用上,而是主要加强了量子力学基础、熵、混沌、分形、对称性等内容,特别加强了量子物理的内容.此书全面介绍了量子力学的基本原理,使其篇幅和深度达到大体与力学、电磁学相当的程度;深化了熵的概念并对其应用做了合理的泛化;寻求合理的切入点,引入了混沌与分形等非线性物理的基本内容;从力学开始,直到基本粒子的标准模型,编者逐步引入对称性这一重要概念及其作用.编者的这些努力,在一定程度上实现了大学物理教学内容的现代化,增强了大学物理课程的吸引力,有益于学生的素质培养.

编者在教材编写过程中,充分注意到物理学现代内容与教学适应性的相结合,内容的选择与讲述方法适合工科学生的接受水平,并且经过长达十年的教学实践,反复修改,日趋完善.故而,这套教材会符合工科大学物理的教学需求,相信将会受到广大师生的欢迎.

序

2005年1月24日于东南大学

前言

目前我国经济全面发展,要求学生拓宽专业口径、扩大就业范围,因而对学生的适应性特别是创造性提出了更高的要求.作为工科教育基础的大学物理课程也就担负起更大的责任,特别是培养学生的科学文化素质的重要责任.这就要求工科物理教学进一步加强而不是削弱;要求更加注重于物理学的现代内容和方法、工作语言、概念和物理图像,而不仅仅是传授物理知识或单单为专业课服务.大学物理的教材应当适应这样的新形势.下面对本教材的编写做几点说明.

一、课程内容的现代化

高等院校正在培养的是 21 世纪的科学技术人才.学生人数已有了大幅度增加,工科学生占高等基础物理教育对象的绝大多数,对于大多数专业的学生,除大学物理课程之外,不再有任何物理方面的后继课程了.我们深深体会到,如果大学物理课的绝大部分内容只关注一个世纪之前的物理学,物理课不仅会失去对学生的吸引力,日益受到其他课程的挤压,而且这种传统做法将会贻误学生,使学生缺乏对现代物理的了解,造成科学素质上的严重缺陷.国家教育部高等学校工科物理教学指导委员会的意见中曾指出:“**教学内容改革的重点是要实现物理课程内容的现代化.**”这个意见切中了时弊,又非常有远见,使我们受到很大鼓舞.

我校有教师根据在国外进修时的亲身体会,向学校提出大学物理课要加强量子力学的教学,在学校支持下,我们从 1987 年就开始着手大学物理课程内容的改革,进行了十几年的教改.在参加教育部工科物理教学指导委员会立项课题“突破编写面向 21 世纪工科物理教材难点的研究与实践”期间,我们先后编写了现代内容的部分教材,其中量子力学教材多次被兄弟院校试用和参考.本套教材就是我们十几年教学改革实践的总结.

本教材在包含国家教育部“工科物理课程教学基本要求”内容的前提下,大大加强了物理学的近代内容.由于学时的限制,主要加强近代基础性知识中覆盖面最广的理论性内容,如量子力学基础、熵、混沌和对称性等.按国家教育部的精神,力争“**侧重于基本原理和方法,并且要有一定的深度**”,而不是面面俱到、分散力量.

二、完整介绍量子力学基础内容

量子力学基础无疑是大学物理课中最应当加强的.蜻蜓点水式的局部介绍,已不能适应要求.本教材以力学量取值的统计分布为线索,把五个基本假设串在一起,较完整地介绍了量子力学的基本概念和原理,使量子物理在教材中所占比例从原来的 7% 上升到大约 20%,成为篇幅和深度都能与力学、电磁学相当的真正的重点内容.

三、重点增加的其他内容

除量子物理之外,本教材中增加了熵、混沌和对称性方面的内容,其中关于对称性的介

绍从质点力学开始,贯穿于相对论、分子动理论、热力学、电磁学、量子物理各章,直到粒子物理的标准模型。

对近代物理内容的介绍,我们一方面避免新闻报道式的叙述,采取突出其中的物理原理的做法;另一方面也避免脱离工科学生的实际而照搬理论物理的教材,尽量采取科学性与适教性相结合的做法。

四、教学实践

本教材中重点加强的内容,我们已在实际教学中讲授多年,实践表明,工科学生可以接受这些内容,大学物理课的“趣味性和吸引力”也因此得到了提高。由于增加新内容,学时又很有限,因此教材必须简明,我们对一些学生在中学时已较熟悉的传统内容和技巧性的数学计算作了适当删减。本教材适用于 110 学时左右的课程,配合两个学期的大学物理课程,分为上、下两册。上册包括力学、相对论、振动与波动(包括波动光学)、统计物理和热力学;下册包括电磁学、量子物理和一些近代课题,其中包括能带、分形、粒子物理的标准模型等。本教材除适用于工科各专业的大学物理课程之外,也适合于其他类型高等院校的非物理专业的基础物理教学使用。

下册编写的分工如下:胡鸿奎(第九章),宋丽华(第十章),张占新(第十一章),盛嘉茂、莫文玲(第十二、十三、十四章),魏环、莫文玲、盛嘉茂(第十五章)。戴占海参与了部分编写工作,全书由盛嘉茂、莫文玲和单晓云统稿。

我们特别感谢东南大学恽瑛教授为本教材撰写了序言,并感谢北京大学出版社对本书出版的支持,也感谢河北理工大学校领导和教务处对物理课程改革的指导,对杨海波在封面图案中提供素材和构思表示感谢。

虽然本教材的讲义曾使用多年,但从讲义到成书仍感仓促,我们真诚希望老师和同学们对本教材提出宝贵的意见。

编 者

2005 年 5 月于河北理工大学

目 录

第四篇 电 磁 学

第九章 静电场	3
9.1 库仑定律 电场强度 叠加原理	3
9.2 电场强度通量 高斯定理	11
9.3 静电场的环路定理 电势	16
9.4 静电场中的导体	24
9.5 电容 电容器	29
9.6 静电场中的电介质 电位移矢量	33
9.7 静电场的能量	40
9.8 稳恒电流	41
习题	45
第十章 稳恒磁场	49
10.1 磁场 磁感强度	49
10.2 毕奥-萨伐尔定律	51
10.3 磁通量 磁场的高斯定理	56
10.4 安培环路定理	57
10.5 磁场对载流导线的作用	59
10.6 带电粒子在电磁场中的运动	64
10.7 磁介质 磁场强度	69
10.8 铁磁质	74
10.9 超导电性和超导磁体	77
10.10 电磁场的相对论变换	79
习题	80
第十一章 电磁感应 麦克斯韦电磁理论	85
11.1 电磁感应定律	85
11.2 动生与感生电动势 有旋电场	87
11.3 自感和互感	92
11.4 磁场能量	94
11.5 位移电流	96
11.6 麦克斯韦方程组	98

11.7 电磁波	101
习题	106
第五篇 量子物理	
第十二章 概率波和薛定谔方程	111
12.1 前期量子论	111
12.2 概率波	118
12.3 概率幅的性质 不确定关系简介	126
12.4 薛定谔方程	128
12.5 定态问题	130
小结	138
习题	139
第十三章 力学量的概率分布与算符的本征值问题	142
13.1 力学量的算符表示	142
13.2 厄米算符的本征值问题 力学量的概率分布	147
13.3 角动量和动量的本征函数 氢原子	151
* 13.4 共同的本征函数 不确定关系	158
* 13.5 守恒与对称	161
小结	163
习题	164
第十四章 全同粒子 微扰	166
14.1 电子自旋	166
14.2 全同粒子 泡利不相容原理	167
14.3 原子的电子壳层结构	170
* 14.4 氢分子 共价键	175
14.5 微扰 激光	179
小结	184
习题	185
第十五章 现代物理简介	186
15.1 固体的能带 P-N 结	186
15.2 分形	195
15.3 原子核 粒子	200
15.4 恒星 宇宙	216
参考文献	222
习题答案	223

第四篇

电 磁 学

引言

电磁学是经典物理学的一部分,在物理学中占有重要的地位.电磁学主要研究电荷、电流产生电场和磁场的规律,电场和磁场的相互联系,电磁场对电荷、电流的作用,以及电磁场对物质的各种效应等.

早在公元前人们已积累了丰富的电学和磁学知识.公元前 6 世纪,希腊哲学家泰勒斯发现用布摩擦过的琥珀能吸引轻微物体.我国东汉时期的王充指出战国时期已有记载的“司南”是个指南器,并在公元 10 世纪的《武经总要》中叙述了制造指南针的方法,在 11 世纪初指南针被用于航海船上.人们把对电现象的认识发展成为电学,对磁现象的认识发展为磁学.在相当长的一段时间里,人们认为电现象与磁现象是互不联系的,电学和磁学一直彼此独立地发展.电学发展初期,对静电的研究进行得非常缓慢,因为当时没有找到产生稳定的静电的方式.直到 1600 年盖利克发明摩擦起电机,才使人类对电现象作详细的观察和细致的研究变为可能.人类对磁现象的认识起源于天然磁石吸引铁块的现象.系统地对磁现象的研究始于 16 世纪.1600 年英国医生吉尔伯特发表了《论磁、磁体和地球作为一个巨大的磁体》的论文,使磁学成为一门科学;1750 年米切尔提出了磁极之间的作用服从平方反比定律;1785 年法国科学家库仑用扭秤实验得到电力的平方反比定律,至此电学和磁学进入了定量科学研究阶段.1820 年丹麦物理学家奥斯特发现了电流的磁效应,敲开了“电转化为磁”的大门,揭示了电与磁之间的联系,同年安培发现了磁铁对电流的作用,电学与磁学隔绝的情况有了突破,电磁学进入了大发展时期.1831 年法拉第发现了电磁感应定律,进一步证实了电与磁的联系.1865 年麦克斯韦总结了从库仑定律到安培、法拉第以来电磁学的全部成就,建立了系统的电磁场理论,完成了物理学史上的又一次大综合.

如今,电磁理论已渗透到物理学和其他自然科学的各个领域,成为研究物质世界必不可少的基本理论.电磁技术促进了人类生产技术的进步,从电工、无线电、遥控和自动化,到现在流行的通讯和电子计算机等技术无不以电磁技术为基础.

第九章 静 电 场

相对于观察者静止的电荷激发的电场称为静电场.本章主要介绍静电场对电荷的作用力,电荷在电场中的势能,静电力做功,静电场中的导体、电介质及静电场的能量等内容.

9.1 库仑定律 电场强度 叠加原理

一、电荷

1. 两种电荷

按照原子理论,组成原子的基本粒子为电子、质子及中子.电子与质子带有电荷,中子不带电荷,组成物质的原子是电中性的.因为自然界存在两种电荷,电子和质子带有等量异种电荷.美国物理学家富兰克林(Benjamin Franklin, 1706—1790)首先以正电荷、负电荷的名称来区分两种电荷,这种名称一直沿用至今.我们通常称电子所带电荷为负电荷,质子所带电荷为正电荷.通常情况下,物质原子中正电荷与负电荷数相等,物质呈电中性.当存在某种外加作用时,会造成物质的电子过多或不足,使物体带电,这称为起电.用摩擦的方法使物体带电叫做摩擦起电,如果物体电子过多则带负电,电子不足带正电.如丝绸摩擦过的玻璃棒带正电,毛皮摩擦过的橡胶棒带负电等现象.我们称带有电荷的物体为带电体.带电体所带电荷数量的多少叫电量,通常用 Q 表示,单位是 C(库[仑]).

2. 电荷的量子化

1913 年密立根(Robert Andrews Millikan, 1868—1953)设计了有名的油滴实验,最先直接测定了电子所带电量.一般用 e 表示电子所带电量,测定值为

$$e = 1.602\,177\,33(46) \times 10^{-19} \text{ C. (在计算中通常取 } e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C).}$$

实验表明,自然界中任一个带电体所带电量 q ,必然是电子所带电量的整数倍,即

$$q = ne \quad (n \text{ 为整数}).$$

电量的这种只能取离散的、不连续的值的性质,叫**电荷的量子化**.

近代物理理论提出了基本粒子由夸克组成的模型,每一个夸克或反夸克可能带有 $\pm \frac{1}{3}e$ 或 $\pm \frac{2}{3}e$ 的电荷.“夸克”还有待实验证实,即使证明了夸克的正确性,电荷的量子化仍是普遍的规则.

3. 电荷守恒定律

大量实验表明,对于一个孤立系统,系统内无论发生什么过程(物理过程、化学过

程……), 系统内电荷的代数和不变, 这就是电荷守恒定律.

电荷守恒定律是物理学中基本定律之一, 在一切的宏观过程和微观过程中都是成立的. 如摩擦起电、静电感应、核衰变等过程中电荷守恒均成立. 电荷守恒也是与某种对称性相联系的.

实验表明, 电荷是与速度无关的量, 不因参考系改变而改变, 电荷守恒定律是在所有惯性系中都成立的, 符合相对性原理的要求.

二、库仑定律

实验表明, 电荷之间存在着力的作用. 法国物理学家库仑(Charles Augustin de Coulomb, 1736—1806 年) 在 1785 年通过扭秤实验最先发现了静止点电荷之间作用力的规律.

库仑定律: 真空中, 两个静止点电荷 q_1 与 q_2 之间相互作用力的大小与 q_1 和 q_2 的乘积成正比, 与它们之间距离 r 的平方成反比; 作用力的方向沿着它们的连线, 同号电荷相斥, 异号电荷相吸.

在国际单位制中, 库仑定律的数学表达式为

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r}_{12}, \quad (9.1)$$

式中, q_1 和 q_2 分别表示两个点电荷的电量(负电荷取负值), $\mathbf{F}_{12}$ 为 q_1 作用于 q_2 的力, $\mathbf{r}_{12}$ 代表 q_2 相对于 q_1 方向的位置矢量, ϵ_0 为真空电容率(或真空介电常量), $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$, 则

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9880 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

根据牛顿第三定律, q_2 给 q_1 的力为

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}.$$

库仑定律是关于静电相互作用的基本定律, 它是不是在所有的空间范围内都成立? 著名的卢瑟福 α 粒子散射实验和大量的近代物理实验表明, 库仑定律在 $10^{-11} \sim 10^{+9} \text{ m}$ 的巨大范围内都是极其准确的.

例 9-1 氢原子中, 电子和质子的距离为 $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. 求: 它们之间的库仑力和万有引力各为多少?

解 电子与质子之间的距离远大于它们自身的线度, 把电子和质子看成点电荷, 由库仑定律可得二者之间的库仑力为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 8.1 \times 10^{-8} \text{ N}.$$

由万有引力定律可得二者之间的万有引力为

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = 3.7 \times 10^{-47} \text{ N},$$

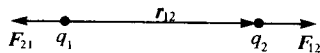


图 9-1

比值为

$$F_e/F_g = 2.27 \times 10^{39}.$$

可见,库仑力要比万有引力大得多,所以在原子中,作用在核外电子上的主要为库仑力,而万有引力则可忽略.

三、电场强度

两个静止的电荷之间存在着力的作用,静电力是通过什么来传递的?静电力的传递是否需要时间?历史上对这个问题有过两种截然不同的观点.一种是超距作用的观点,认为非接触物体之间的作用力不需要任何媒介物的传递,也不需要传递时间,静电力属于超距作用.另一种是近距作用的观点,认为力是存在于直接接触的物体之间(接触作用),两个不接触物体的相互作用需要媒介物的传递,需要传递时间.近代物理学证明静电相互作用需要传递时间,尽管这个时间可能很短,静电相互作用也需要媒介物传递,这个媒介物就是电场.

近距作用的观点就是场观点.场的概念是英国科学家法拉第首先提出的.物理学的近代研究表明,凡是电荷存在的空间,周围存在着场,场对处于其中的电荷有力的作用.静止电荷激发的场称为静电场.静电场对处于其中的电荷的作用力称为静电力.场可以脱离电荷独立存在,它具有自己的运动规律,场和实物(由原子、分子组成的物质)同样具有能量、动量等属性.场是物质的一种形态.用哲学语言来说,场为客观存在.

电场对处于其中的电荷有力的作用,这是电场的的一个重要性质,为了描述电场的这个重要性质,引入一个物理量——电场强度.可以通过观察电场对检验电荷的作用力来研究电场中各点的电场强度.

检验电荷必须满足如下要求:(1)检验电荷必须是点电荷,以便于研究空间各点电场的分布;(2)检验电荷所带电量要足够小,不会影响原有的电场分布.为了研究方便,我们通常取检验电荷为正电荷 q_0 .

实验表明,检验电荷 q_0 在电场中不同的点受力不同,这说明电场中各点的电场性质不同.另一方面,就电场中同一点而言,检验电荷 q_0 在该点所受的电场力 F 与 q_0 有关.但 F 与 q_0 的比值则与 q_0 无关,是个不变的矢量,这个矢量描述了电场在该点对电荷施力的性质,称该矢量为电场在该点的**电场强度**,简称场强,用符号 E 表示,

$$E = \frac{F}{q_0}. \quad (9.2)$$

式(9.2)表明,电场中某点处的电场强度的大小等于位于该点的单位正电荷所受的电场力,方向与正电荷所受力的方向一致.电场强度是空间位置的单值函数.

在国际单位制中,电场强度的单位为 N/C (牛/库)或 V/m (伏/米)

根据电场强度 E 的定义,在已知电场强度分布的空间,电荷 q 在电场中受力为

$$F = qE.$$

四、电场强度叠加原理

1. 点电荷的电场

要讨论在场源电荷(激发电场的电荷)静止的参考系中电场强度的分布,先讨论一个静止点电荷的场强分布,即点电荷 q 所激发的静电场中各点的电场强度矢量 $\mathbf{E}$ 的分布. 点电荷的电场可由库仑定律及电场强度定义式直接求出.

如图 9-2 所示,在真空中,有一点电荷 q 位于坐标原点 O ,由原点指向场点 P 处的矢量为 $\mathbf{r}$. 若把点电荷 q_0 置于场点 P ,由库仑定律可得 q_0 所受的电场力为

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^3} \mathbf{r},$$

有时也用 $\mathbf{e}_r$ 表示矢量 $\mathbf{r}$ 的单位矢量,即 $\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{r}$,由电场强度定义式

(9.2) 可得 P 点的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \mathbf{e}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}. \quad (9.3)$$

式(9.3)为真空中点电荷 q 在任一点激发的电场强度表达式. 不论 q 是正电荷还是负电荷,该式均成立. 如果点电荷 q 为正电荷,说明电场强度的方向与 $\mathbf{e}_r$ 方向相同,若点电荷 q 为负电荷,说明电场强度的方向与 $\mathbf{e}_r$ 方向相反. 从式(9.3)可以看出静止点电荷激发的电场具有球对称性. 需要注意的是,若场点接近场源电荷,就必须考虑场源电荷的形状和分布(场源电荷不能视为点电荷),即当 $r \rightarrow 0$ 时式(9.3)不成立.

2. 电场强度叠加原理

通常情况下,空间存在的是由多个点电荷构成的点电荷系,空间任一点的场强就是这些点电荷共同激发的. 我们可以根据力的叠加原理和库仑定律得到电场强度的叠加原理.

若将点电荷 q_0 置入点电荷系 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 所激发的电场中,由力的叠加原理可知,点电荷在给定场点处所受的作用力 $\mathbf{F}$ 等于各场源电荷对 q_0 的作用力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$ 的矢量和,即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i,$$

两边除以 q_0 则有

$$\frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_1}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_2}{q_0} + \dots + \frac{\mathbf{F}_n}{q_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{F}_i}{q_0}.$$

根据电场强度定义, $\mathbf{F}_i/q_0$ 表示点电荷 q_i 单独存在时在场点 P 处激发的电场强度 $\mathbf{E}_i$, 因此上式可写成

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i, \quad (9.4)$$

即点电荷系所激发的电场中任一场点处的总场强等于各点电荷单独存在时在该点产生的场

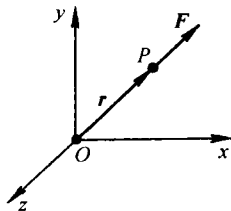


图 9-2

强的矢量和,这就是电场强度的叠加原理,简称场强叠加原理.

将点电荷场强公式(9.3)代入式(9.4)可得点电荷系的场强公式为

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{r_i}, \quad (9.5)$$

式中, r_i 为点电荷 q_i 到场点 P 的距离, $\mathbf{e}_{r_i}$ 为由点电荷 q_i 指向场点的单位矢量.

若场源电荷是总电量为 q 且电荷连续分布的带电体时,则可以认为带电体是由无数个电荷元 dq 组成的. 把电荷元当作点电荷处理,则电荷元 dq 的电场强度为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r,$$

式中 r 为电荷元 dq 到场点的距离, $\mathbf{e}_r$ 为由电荷元指向场点的单位矢量. 整个带电体在场点激发的总场强可由积分计算,即

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r. \quad (9.6)$$

积分遍及整个带电体,要完成这个积分计算,需要根据带电体的几何形状、电荷分布情况选取不同的微分元. 若把带电体分成许多体积微分元 dV , 则 $dq = \rho dV$; 若把带电体分成许多面积微分元 dS , 则 $dq = \sigma dS$; 若把带电体分成许多线微分元 dl , 则 $dq = \lambda dl$. ρ, σ, λ 分别为电荷的体密度、面密度和线密度,它们一般为空间坐标的函数.

电偶极子是两个电荷相等、符号相反、相距 l 的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 构成的系统,如果 l 远远小于它们到场点的距离,该系统称为电偶极子. 从 $-q$ 指向 $+q$ 的径矢 $\mathbf{l}$ 称为电偶极子的轴, $q\mathbf{l}$ 称为电偶极子的电偶极矩,简称电矩,用 $\mathbf{p}_e$ 表示,

$$\mathbf{p}_e = q\mathbf{l}. \quad (9.7)$$

例 9-2 电偶极子的电场强度.

解 (1) 计算电偶极子的极轴延长线上一点 P 的电场强度 $\mathbf{E}$.

如图 9-3 所示,取电偶极子极轴的中点为坐标原点 O ,极轴 $\mathbf{l}$ 的方向为 x 轴正向,在 x 处的场点 P ,点电荷 $+q$ 和 $-q$ 激发的电场强度分别为

$$\mathbf{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(x-l/2)^2} \mathbf{i}, \quad \mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{(x+l/2)^2} \mathbf{i},$$

式中 $\mathbf{i}$ 是 x 方向的单位矢量. 电偶极子在 P 处激发的总场强为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{(x-l/2)^2} - \frac{q}{(x+l/2)^2} \right] \mathbf{i} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qx\mathbf{l}}{(x^2-l/4)^2} \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2x\mathbf{p}_e}{(x^2-l/4)^2}, \end{aligned}$$

当 $x \gg l$ 时

$$\mathbf{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\mathbf{p}_e}{x^3}.$$

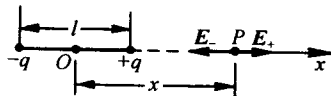


图 9-3

(2) 计算电偶极子的中垂线上一点 P' 的电场强度 E .

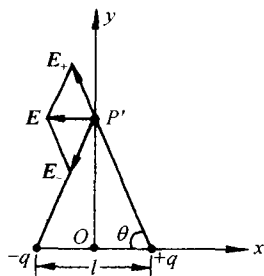


图 9-4

如图 9-4 所示,取电偶极子极轴的中点为坐标原点 O ,极轴 l 的方向为 x 轴正向,极轴 l 的中垂线为 y 轴.在 y 处的场点 P' ,点电荷 $+q$ 、 $-q$ 激发的电场强度分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(y^2 + l^2/4)} e_{r_+}, \quad E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(y^2 + l^2/4)} e_{r_-}.$$

设 E_+ 在 x 和 y 方向上的分量分别为 E_{+x} 和 E_{+y} , E_- 在 x 和 y 方向上的分量分别为 E_{-x} 和 E_{-y} ,可得

$$\begin{cases} E_x = E_{+x} + E_{-x} = -E_+ \cos \theta - E_- \cos \theta = -2E_+ \cos \theta, \\ E_y = E_{+y} + E_{-y} = E_+ \sin \theta - E_- \sin \theta = 0, \end{cases}$$

其中 θ 是 E_+ 与 x 轴负方向的夹角,如图 9-4 所示,由三角形相似可得

$$\cos \theta = \frac{l}{(y^2 + l^2/4)^{1/2}},$$

所以

$$E_{P'} = E_x i = -2E_+ \cos \theta i = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{(y^2 + l^2/4)^{3/2}} i,$$

当 $y \gg l$ 时

$$E_{P'} \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{y^3}.$$

例 9-3 均匀带电直线的电场.

有一均匀带电直线,长度为 L ,总电量为 q ,线外一点 P 到直线的距离为 a ,点 P 与直线两端的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 ,求点 P 处的场强.

解 如图 9-5,过 P 点向带电直线做垂线,取交点为原点 O ,沿带电直线向右为 x 轴方向,垂直于带电直线上为 y 轴.在带电直线上距坐标原点为 x 处选取线元 dx ,设线电荷密度为 λ ,则 $\lambda = q/L$, dx 上带电量可表示成 $dq = \lambda dx$, dq 可看成点电荷.设 dx 到 P 的距离为 r ,则 dq 在 P 处产生场强为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r.$$

dE 的 x 和 y 方向分量分别为

$$dE_x = dE \cos(\pi - \theta), \quad dE_y = dE \sin(\pi - \theta).$$

由图可知

$$x = a \tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -a \cot \theta, \quad dx = -\frac{a}{\sin^2 \theta} d\theta,$$

$$r^2 = a^2 + x^2 = a^2 + a^2 \cot^2 \theta = a^2 (1 + \cot^2 \theta) = a^2 / \sin^2 \theta,$$

则

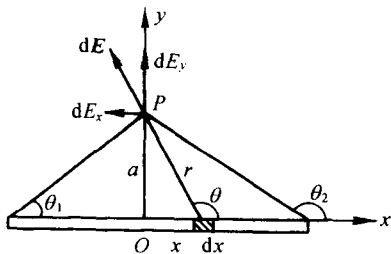


图 9-5

$$dE_x = \frac{\lambda(a/\sin^2\theta)d\theta \cos\theta}{4\pi\epsilon_0(a^2/\sin^2\theta)} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos\theta d\theta,$$

$$dE_y = \frac{\lambda(a/\sin^2\theta)d\theta \sin\theta}{4\pi\epsilon_0(a^2/\sin^2\theta)} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta d\theta.$$

将上两式积分,有

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1),$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2),$$

所以

$$E = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \mathbf{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \mathbf{j}.$$

若均匀带电直线为无限长,则 $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$, 有

$$E_x = 0, \quad E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a},$$

所以

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}.$$

电场强度方向与带电直线垂直,若直线带正电,电场背离直线,若直线带负电,电场指向直线.

例 9-4 均匀带电圆环轴线上的电场.

设圆环半径为 R , 带电量为 q , 计算在圆环轴线上到圆环圆心 O 的距离为 x 的点 P 的场强.

解 如图 9-6, 取圆环圆心处为原点, 圆环轴线为 x 轴. 在圆环上选取线元 dl , 则线元 dl 上所带电量为

$$dq = \frac{q}{2\pi R} dl.$$

该电荷元在点 P 产生的场强为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \frac{dl}{r^2} \mathbf{e}_r.$$

dE 可分解为沿 x 轴方向的分量 $dE_{//}$ 和垂直于 x 轴方向的分量 $dE_{\perp}$,

$$dE_{//} = dE \cos\theta, \quad dE_{\perp} = dE \sin\theta.$$

由于电荷分布的对称性, 圆环上电荷所产生的场强的方向必然沿圆环的轴线, 因为 dE 垂直于轴线的分量 $dE_{\perp}$ 必然被直径另一端对称位置的电荷元 dq 产生的垂直分量所抵消, 即

$\int E_{\perp} = 0$, 所以有

$$E = \int dE_{//} = \int dE \cos\theta.$$

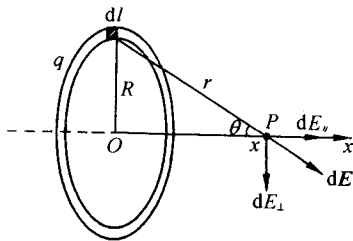


图 9-6