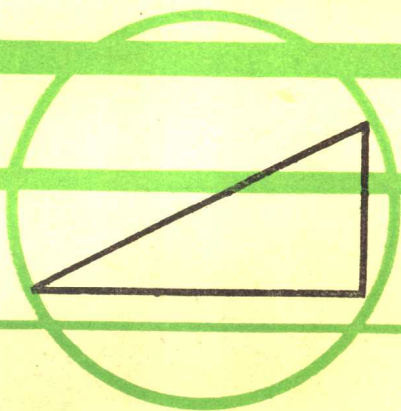


高中数学选择题 解法与训练



浙江教育出版社

高中数学选择题解法与训练

浙江师范大学数学系

浙江教育出版社

高中数学选择题解法与训练

浙江师范大学数学系

浙江教育出版社出版 浙江建德县印刷厂印刷
(杭州武林路125) (浙江建德梅城府前街2号)
浙江省新华书店发行

开本 787×1092 1/32印张 数14万字 印数000,001—360,000
1985年9月第1版 1985年9月第1次印刷

统一书号: 7346.335 定价: 0.74元

前 言

选择题有知识复盖面广的优点，有利于大范围地考查知识；选择题针对学生知识上的缺陷，有意地在概念或运算上制造混乱，似是而非、鱼目混珠，从而培养学生明辨是非、判断选择正确结论的能力，开发学生的智力，所以近年来选择题为人们所普遍采用。

常见的选择题，好的固然不少，但“为选择题而选择题”的也屡见不鲜：一道计算题，随意加上几个数据；一道推理题，胡乱编添几个结论，凑足几个选择支。这些“选择题”几乎没有选择题的优点，毫无选择题的“味道”，是我们所不取的。一道好的选择题，应该有明确的目的，所设的每一选择支应有其各自的作用。命题前要做周密考察：即要考查学生何种知识；让学生辨别哪些相近或容易混淆的概念；须防止学生容易忽视的哪些问题和常犯的错误。只有事先做到心中有数，有的放矢，才能恰当地编好一道选择题。

解选择题方法渐多，不可划一，应视题目条件灵活选用，对于“特殊值法”、“淘汰法”等等，固然能较快地得到答案，但判断答案正确与否的依据仅仅是因为假设选择支中必有其一为真，解完选择题，学生可以完全不清楚为什么这一选择支是真的理由，容易养成不求甚解的不良学风。有的同志建议选择题的选择支可以不是唯一正确，可以全错，也可以不只一个对，以此减少学生的侥幸心理，也不无道理。

学生在使用本书时，有充裕的时间解题，希望不要仅仅停留在得到各选择支孰对孰错，更不要没有充分依据而想当然地去猜想。学数学切忌一知半解，务必力求甚解，解选择题也是如此，对选择支中正确的要明白其所以为真之理，对错的也要懂得导致失误之因。

教师使用本书时，一定要从实际出发，不要照搬照套。根据平时各自的教学经验，改动一些选择支，设计一些恰当的知识“陷阱”，可能会更适合你的学生实际，以收到更好的效果。广大老师有丰富的实践活动，最了解学生的情况，希望大家在使用本书时，既用题又改题、编题，既做读者又做编者，共同努力，把选择题这朵新花浇灌得更加鲜艳。

徐士英

一九八五年六月

目 录

	题 号	题 目	解 答
代 数			
一、实 数	(1—12)	(7)	(77)
二、复 数	(13—25)	(9)	(81)
三、方 程	(26—42)	(11)	(85)
四、不等式	(43—55)	(13)	(89)
五、集合与映射	(56—67)	(15)	(92)
六、函数概念	(68—88)	(17)	(95)
七、幂函数、指数函数、对数函数	(89—111)	(21)	(100)
八、排列、组合、二项式定理	(112—121)	(25)	(105)
九、概 率	(122—125)	(27)	(107)
十、数列极限	(126—139)	(28)	(109)
十一、代数综合题	(140—158)	(30)	(113)
三 角			
一、三角函数	(159—179)	(33)	(119)
二、三角变换	(180—190)	(37)	(122)
三、解三角形	(191—198)	(39)	(125)
四、反三角函数	(199—209)	(40)	(127)
几 何			

一、直线与平面 (210—236) (43) (129)

二、多面体与旋转体 (237—257) (47) (133)

解析几何

一、曲线与方程 (258—267) (52) (138)

二、直 线 (268—289) (54) (140)

三、二次曲线 (290—310) (58) (147)

四、极坐标与参数方程 (311—336) (62) (153)

微积分 (327—353) (65) (157)

杂题和综合题 (354—388) (70) (163)

代 数

一、实 数

1. 三个质数 m, n, p 满足 $m+n=p$ 和 $m < n$, 那么 m 等于
(A) 5; (B) 7; (C) 2; (D) 3.
2. $(2^{48} - 1)$ 可以被60和70之间的两个数所整除, 这两个数是
(A) 61, 63; (B) 61, 65; (C) 63, 65;
(D) 63, 67; (E) 67, 69.
3. 设等 p 于 3 659 893 456 789 325 678 和
342 973 489, 379 259 的乘积, 则 p 中数字的位数是
(A) 36; (B) 35; (C) 34; (D) 33; (E) 32.
4. 由不大于1985的所有自然数组成的集合共有多少个非空真子集?
(A) 1985个; (B) 2^{1985} 个; (C) $(2^{1985} - 1)$ 个;
(D) $(2^{1985} - 2)$ 个.
5. 对于每一个奇数 $P > 1$, 下列正确的是
(A) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} - 1$ 被 $p-2$ 整除;
(B) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} + 1$ 被 p 整除;
(C) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)}$ 被 p 整除;

- (D) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} + 1$ 被 $p+1$ 整除;
 (E) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} - 1$ 被 $p-1$ 整除.
6. $1005!$ 可被 10^n 整除的最大整数 n 等于
 (A) 102; (B) 112; (C) 223;
 (D) 224; (E) 其它.
7. 若 69, 90 和 125 用正整数 N 去除, 余数都相同, 那么 81 用 N 去除, 余数为
 (A) 3; (B) 4; (C) 5; (D) 7; (E) 8.
8. 如果 n 是正整数, 那么 $\frac{1}{8} [1 - (-1)^n] (n^2 - 1)$ 的值
 (A) 一定是 0; (B) 一定是偶数;
 (C) 是整数但不一定为偶数; (D) 不一定是整数.
9. 和为 100 的两个以上连续正整数集合的数目是
 (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) 5.
10. 满足联立方程组 $\begin{cases} ab+bc=44 \\ ac+bc=23 \end{cases}$ 的正整数组 (a, b, c) 的组数是
 (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.
11. 如果 $P \geq 5$ 是一个素数, 那么 24 整除 $P^2 - 1$ 的结果是
 (A) 不可能; (B) 只是有时可能; (C) 总是可能;
 (D) 只是当 $P = 5$ 时可能; (E) 这些都不对.
12. 若 p, q 是素数, $x^2 - px + q = 0$ 有相异的正整数根, 那么下列说法中正确的是
 ① 根的差是奇数; ② 至少有一个根是素数; ③ $p^2 - q$ 是素数; ④ $p+q$ 是素数.
 (A) 仅①正确; (B) 仅②正确; (C) 仅②和③正确;

(D)仅①、②和④正确；(E)全部正确。

二、复数

13. 复数 $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 为纯虚数是 $a = 0$ 的

- (A)充分而不必要条件；(B)必要而不充分条件；
(C)充要条件；(D)既非充分又非必要条件。

14. i 为虚数单位， n 为整数，则 $S = i^n + i^{-n}$ 的不同值的个数是

- (A)1个；(B)2个；(C)3个；(D)4个；(E)多于4个。

15. 已知 z 为复数，则有

- (A) $|z|^2 = z^2$ ；(B) $|z^2| = |z|^2$ ；(C) $z = \frac{1}{z}$ ；
(D) $|z| \leq 1 \iff -1 \leq z \leq 1$ 。

16. 在复平面上给出了A、B、C、D、E五点及单位圆，其中有一个点对应的复数是E点对

应复数的倒数，这个点是

- (A)C点；(B)A点；
(C)B点；(D)D点。

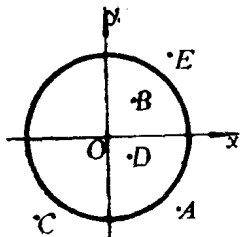


图 1

17. 复数 $\sin 50^\circ - i \cos 50^\circ$ 的幅角主值为

- (A) 50° ；(B) 140° ；
(C) 320° ；(D) -40° 。

18. i 为虚数单位，使 $(x + i)^4$ 为整数的实数 x 有

- (A) 0 个; (B) 1 个; (C) 2 个;
(D) 3 个; (E) 4 个.

19. 两共轭复数之差是

- (A) 虚数; (B) 纯虚数; (C) 零; (D) 纯虚数或零.

20. 复数 $1 + \cos \theta + i \sin \theta$ 的幅角主值是

- (A) $\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}$; (B) $\frac{\theta}{2}$; (C) $\frac{5\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$; (D) $\pi + \frac{\theta}{2}$.

21. 若 $\arg z = \alpha$, 则 $\arg z^2$ 是

- (A) 2α ; (B) -2α ; (C) $-\alpha$; (D) 上述答案都不对.

22. 两非零复数 $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) 所

对应的向量 $\overrightarrow{OZ_1}$, $\overrightarrow{OZ_2}$ 相互垂直的充要条件是

- (A) $z_1 = iz_2$; (B) $z_2 = iz_1$; (C) $\overline{z_1} \cdot z_2$ 的实部为零;
(D) $\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = -1$.

23. 若 $x + \frac{1}{x} = -1$, 则 $x^{1985} + (\frac{1}{x})^{1985}$ 的值为

- (A) 1; (B) 0; (C) 2; (D) -1.

24. 设 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$), 要使 $1 - i + z$ 的模最大, θ 的值应为

- (A) $\frac{3\pi}{4}$; (B) $\frac{\pi}{4}$; (C) $\frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$; (D) 以上都不对.

25. 若 $z_1 = 1 + \cos 2(1 + \alpha) + i \sin 2(1 + \alpha)$,

$$z_2 = 1 - \cos 2(1 - \alpha) + i \sin 2(1 - \alpha),$$

其中 $0 < \alpha < \frac{1}{2}$, 则

- (A) $|z_1| > |z_2|$; (B) $|z_1| = |z_2|$;
(C) $|z_1| < |z_2|$; (D) $|z_1|$ 与 $|z_2|$ 的大小不确定.

三、方 程

26. $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \beta$ 是方程 $x^2 - px + p = 0$ 的两根, $\operatorname{ctg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \beta$ 是方程 $x^2 - rx + s = 0$ 的两根, 则 rs 等于

(A) pq ; (B) $\frac{1}{pq}$; (C) $\frac{p}{q^2}$; (D) $\frac{q}{p^2}$; (E) $\frac{p}{q}$.

27. 若 r_1 和 r_2 是方程 $x^2 + px + 8 = 0$ 的两个不同实根, 则必有

(A) $|r_1 + r_2| > 4\sqrt{2}$; (B) $|r_1| > 3$ 或 $|r_2| > 3$;
(C) $|r_1| > 2$ 且 $|r_2| > 2$; (D) $r_1 < 0$ 且 $r_2 < 0$.

28. 使实系数二次方程 $2kx^2 + (8k + 1)x + 8k = 0$ 有两不等实根的 k 的范围是

(A) $k < -\frac{1}{16}$; (B) $k > -\frac{1}{16}$; (C) $k \geq -\frac{1}{16}$; (D) 都不是.

29. 方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 与 $x^2 - x - a = 0$ 有且仅有一个公共根, 系数 a 的值有

(A) 0 个; (B) 1 个; (C) 2 个; (D) 3 个;
(E) 无穷多个.

30. 若 $a \in \mathbb{R}$, 方程 $x^2 - 3x + a = 0$ 的一个根的相反数是 $x^2 + 3x - a = 0$ 的一个根, 那么前一方程的根是

(A) 1, 2; (B) -1, -2; (C) 0, 3;
(D) 0, -3; (E) $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$.

31. 关于 x 的方程 $x^4 + \frac{1}{x^4} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ ($a \in \mathbb{R}$) 的实根个数为

(A) 1 个; (B) 2 个; (C) 4 个; (D) 8 个.

32. $|x|^2 - 3|x| + 2 = 0$ 的根有

(A) 4 个; (B) 3 个; (C) 2 个; (D) 1 个.

33. 如果 α, β 是方程 $x^2 + (k-3)x - k + 1 = 0$ 的两个相异实根, 且 $\alpha - \beta < 2\sqrt{2}$, 那么 k 的取值范围是
 (A) $0 < k < 3$; (B) $1 < k < 3$;
 (C) $-1 < k < 3$; (D) $-1 < k < 2$.
34. 若 $x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{\dots}}}$, 则
 (A) $x = 1$; (B) $0 < x < 1$; (C) $1 < x < 2$;
 (D) x 是无穷大; (D) $x > 2$ 但定值.
35. 对方程 $x|x| + px + q = 0$ ($p, q \in \mathbb{R}$) 进行讨论, 下面结论中错误的是
 (A) 至多有三个实根; (B) 至少有一个实根;
 (C) 仅当 $p^2 - 4q \geq 0$ 时有实根.
36. 已知方程 $4x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 的两个根恰好是一个直角三角形的两个锐角的余弦值, 则 m 等于
 (A) $\sqrt{2}$; (B) $\sqrt{3}$; (C) $-\sqrt{3}$; (D) $\pm\sqrt{3}$.
37. 方程 $x^2 + (m-2)x + 5 - m = 0$ 的两根都比 2 大, 则 m 的范围是
 (A) $-5 < m \leq -4$; (B) $m \leq -4$; (C) $m < -2$;
 (D) $m < -5$ 或 $-5 < m \leq -4$.
38. 如 a, b, c, d 为非零实数, c, d 是方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的解, a, b 是 $x^2 + cx + d = 0$ 的解, 则 $a+b+c+d$ 等于
 (A) 0; (B) -2; (C) 2; (D) 4;
 (E) $(\sqrt{5}-1)/2$.
39. 当 $k \in (0, \frac{1}{2})$ 时, 方程 $\sqrt{1-x} = kx$ 的根的个数为
 (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.
40. 已知方程 $(x-11)(x-12) = p$ ($p \in \mathbb{R}$), 有实数根 r_1 和 r_2 ,

则方程 $(x-r_1)(x-r_2) = -p$ 的较小实根是

(A) -11; (B) -12; (C) 11; (D) 12.

41. 如果 $a \neq b$, 则方程组 $\begin{cases} ax+by=1 \\ bx+ay=2 \end{cases}$ 有

(A) 唯一解; (B) 无解; (C) 无穷多解;
(D) 以上都不对.

42. 满足方程 $x^2 + y^2 = x^3$ 的正整数对 (x, y) 的数目是

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 无穷多;
(E) 以上答案均不对.

四、不等式

43. 不等式 $\sqrt{x^2 - 2x + 1} > 2x$ 的解为

(A) $x < -1$; (B) $x < \frac{1}{3}$; (C) $-1 < x < \frac{1}{3}$;
(D) 其它.

44. 若 $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, 则 $a+b$, $2\sqrt{ab}$, a^2+b^2 , $2ab$ 中最大的一个是

(A) a^2+b^2 ; (B) $2\sqrt{ab}$; (C) $2ab$; (D) $a+b$.

45. 设实数 m, n, x, y 满足 $m^2+n^2=a$, $x^2+y^2=b$, 那么 $mx+ny$ 的最大值是

(A) $\frac{a+b}{2}$; (B) $\sqrt{ab}$; (C) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$;

(D) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$.

46. 已知 $6 < a < 10$, $\frac{a}{2} \leq b < 2a$, $c = a+b$, 那么有

(A) $9 \leq c \leq 30$; (B) $15 \leq c < 30$; (C) $9 < c \leq 18$;

(D) $9 \leq c < 30$; (F) $9 < c \leq 30$.

47. $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a > b$ 是 $ac^2 > bc^2$ 的

(A) 充要条件; (B) 必要条件;

(C) 充分条件; (D) 既非充分又非必要条件.

48. 已知 $a < b < 0$, 下列不等式中恒成立的是

(A) $a^2 < b^2$; (B) $\frac{a}{b} < 1$;

(C) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; (D) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

49. 不等式 $\sqrt{2-x} > x$ 的解集是

(A) $\{x \mid x < 1\}$; (B) $\{x \mid -2 < x < 1\}$;

(C) $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$; (D) $\{x \mid x < 0\}$.

50. 不等式 $x^{\log_{\frac{1}{2}} x} < \frac{1}{x}$ 的解集是

(A) $\{x \mid 1 < x < 2\}$; (B) $\{x \mid x > 2 \text{ 或 } x < 1\}$;

(C) $\emptyset$; (D) $\{x \mid 0 < x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$

51. 对实数 a, b, c, x, y, z , 若 $x < a, y < b, z < c$,
则下列不等式

① $xy + yz + zx < ab + bc + ca$,

② $x^2 + y^2 + z^2 < a^2 + b^2 + c^2$,

③ $xyz < abc$

(A) 没有一个成立; (B) 仅①成立; (C) 仅②成立;

(D) 仅③成立; (E) 都成立.

52. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - (k-2)x + (k^2 + 3x + 5) = 0$,
($k \in \mathbb{R}$) 的两个实根, $x_1^2 + x_2^2$ 的最大值是

(A) 19; (B) 18; (C) $5\frac{5}{9}$; (D) 不存在.

53. 设 a, b, c, d, m, n 都是正实数, $P = \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$

$$Q = \sqrt{ma+nc} \cdot \sqrt{\frac{b}{m} + \frac{d}{n}}, \text{ 那么}$$

(A) $P \geq Q$; (B) $P \leq Q$; (C) $P < Q$; (D) P 、 Q 之间的大小关系不能确定, 而与 m 、 n 的大小有关.

54. 若 a 和 b 是正整数, 且方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 和 $x^2 + 2bx + a = 0$ 各有实根, 则 $a+b$ 的最小可能值是

(A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.

55. 当 a 、 b 是两个不相等的正数时, 下列三个代数式:

$$\text{甲: } (a + \frac{1}{a})(b + \frac{1}{b}); \text{ 乙: } (\sqrt{ab} + \sqrt{\frac{1}{ab}})^2$$

$$\text{丙: } (\frac{a+b}{2} + \frac{2}{a+b})^2 \text{ 中最大的一个是}$$

(A) 甲; (B) 乙; (C) 丙; (D) 一般不能确定, 而与 a 、 b 的取值有关.

五、集合与映射

56. 满足 $\{1, 2\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 X 的个数是

(A) 2; (B) 4; (C) 6; (D) 8; (E) 其它.

57. 设 $M = \{(x, y) \mid |xy| = 1, x > 0\}$,

$$N = \{(x, y) \mid \arctg x + \arctg y = \pi\}, \text{ 那么}$$

(A) $M \cup N = \{(x, y) \mid |xy| = 1\}$; (B) $M \cup N = M$;
(C) $M \cup N = N$; (D) $M \cup N = \{(x, y) \mid |xy| = 1, \text{ 且 } x, y \text{ 不同时为负数}\}$.

58. 记满足如下条件的函数 $f(x)$ 的集合为 M , 当 $|x_1| \leq 1$, $|x_2| \leq 1$ 时, $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 4|x_1 - x_2|$, 则

$g(x) = x^2 + 2x - 1$ 与 M 的关系是

- (A) $g(x) \subset M$; (B) $g(x) \in M$;
(C) $g(x) \notin M$; (D) 不能确定.

59. 图 2 中, I 表示全集, 用 A 、 B 表示出阴影部分, 正确的是

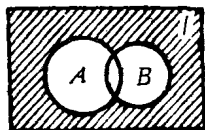


图 2

- (A) $A \cup B$; (B) $\bar{A} \cup \bar{B}$; (C) $A \cap B$; (D) $\bar{A} \cap \bar{B}$.

60. 若集合 P 与 Q 的关系是 $P \not\subset Q$, 则下列结论中正确的一个是

- (A) $Q \subset P$; (B) $P \cap Q = \emptyset$;
(C) $P \cap Q \neq \emptyset$ (D) $P \cap Q \neq P$

61. 下列映射中, 哪一个是从 X 到 Y 的一一映射

- (A) $X = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$,
 $Y = \{y \mid y \in \mathbb{R}^+\}$, $f: x \rightarrow y = e^x$;
(B) $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\pi\}$
 $Y = \{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$, $f: x \rightarrow y = \cos x$;
(C) $X = \{x \mid 0 \leq x \leq \pi\}$,
 $Y = \{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$, $f: x \rightarrow y = \sin x$;
(D) $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$,
 $Y = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$, $f: x \rightarrow y = x^2$.

62. 某大学有外语教师 120 名, 其中教英语的有 50 名, 教日语的有 45 名, 教法语的有 40 名, 有 15 名既教英语又教日语, 有 10 名既教日语又教法语, 有 8 名既教英语又教法语, 有 4 名教英、日、法三门外语, 则三门都不教的外语教师有

- (A) 10 名; (B) 14 名; (C) 18 名;
(D) 22 名; (E) 26 名.

63. 设 $A = \{(x, y) \mid \frac{y}{1-x^2} = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid y =$