

XIAOXUE SHUXUE JIETI FANGFA YU SIWEI XUNLIAN

供三、四年级使用

# 小学数学

## 解题方法与思维训练

富秀英 主编

8

3

4

?

首都师范大学出版社

XIAO XUE SHU XUE JIE TI FANG FA YU SI WEI XUN LIAN  
**小学数学解题方法与思维训练**

(供三、四年级使用)

**主编** 富秀英

**编者** 王世兴 任雪梅 蔡慰慈

首都师范大学出版社

(京)新 208 号

**图书在版编目 (CIP) 数据**

小学数学解题方法与思维训练/富秀英主编;王世兴等编著. —北京:首都师范大学出版社,1997.12 (1999 重印)

供三、四年级使用

ISBN 7-81039-856-3

I. 小… I. ①富…②王… III. 数学课-小学-解题  
N. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 14390 号

**首都师范大学出版社**

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)  
北京昌平兴华印刷厂印刷 全国新华书店经销  
1997 年 12 月第 1 版 1999 年 3 月第 2 次印刷  
开本 787×1092 1/32 印张 8.125  
字数 176 千 印数 10,501~15,500 册  
定价 7.40 元

# 前 言

数学是一门基础学科，是小学生必须学好的基础课程。

培养学生从小喜爱数学，努力去学好数学，具有丰富的数学知识和灵活的思维方法，不仅是学校和老师的任务，也是家长和社会所关心的事，大家都在期望着孩子们能从小学好数学，我们编写的这套《小学数学解题方法及思维训练》丛书，就是送给小学生的珍贵礼物，希望同学们能喜欢。

这套丛书的编写精神是：依据小学数学教学大纲，但又高于大纲，紧密配合教材，但又超出教材，而内容的深度和广度又是一般小学生能接受的、力所能及的，内容具有科学性、系统性、思考性、趣味性，丰富多样，不仅可以增进学生的学习兴趣，巩固课内所学知识，还可以活跃学生的思维，学到更多更有益的数学知识，而且能促进学生思维能力的发展，提高学生分析问题，解决问题的能力，是学生成为数学优等生的好帮手，成为数学尖子的桥梁，攀登数学高峰的阶梯。

本套丛书是按年级编写的。两个年级为一册。共三册。每部分知识都安排有例题、练习题、答案及知识重点的讨论与思考。每部分最后都安排有综合练习，每个年级都安排了“智力训练题”可作为小学生的自学读物，也可作为小学数学兴趣小组的教材，还可作为家长辅导子女，教师进行教学的参考。

全套书由北京市教育学院西城分院富秀英老师主编，由

北京市西城区优秀小学数学教师郭雪屏、吴亚洁、王世兴、任雪梅、蔡慰慈、吴兆平、卢红、富秀英（按年级排列 1—6）集体编写。

尽管作者有美好的愿望、但限于水平，肯定会有错误与不足之处，望批评指正。

# 目 录

## 三 年 级

一、数与计算	( 2 )
1. 看谁算得快	( 2 )
2. 数列求和	( 7 )
3. 填运算符号或括号	( 10 )
4. 改错题	( 14 )
5. 四则关系谜题	( 19 )
6. 求未知数 $x$	( 25 )
7. 按规律填数	( 26 )
8. 算式谜题	( 29 )
9. 图形填数	( 33 )
综合练习 (一)	( 35 )
二、整数应用题	( 42 )
1. 你熟悉这些基本数量关系吗?	( 42 )
2. 怎样分析应用题	( 44 )
3. 画线段图解题	( 46 )
4. 画表试解题	( 49 )
5. 教你验算	( 52 )
6. 两次归一 (双归一)	( 54 )
7. 求平均数问题	( 56 )
8. 和差问题	( 58 )

9. 倍数问题 .....	( 62 )
(1) 求 1 倍数或几倍数 .....	( 62 )
(2) 和倍问题 .....	( 65 )
(3) 差倍问题 .....	( 66 )
10. 按比例分配 .....	( 70 )
11. 还原问题 .....	( 73 )
12. 根据两个差求未知数 .....	( 74 )
综合练习 (二) .....	( 77 )
三、几何初步知识 .....	( 80 )
1. 长方形、正方形周长和面积的计算 .....	( 80 )
2. 数一数 .....	(101)
综合练习 (三) .....	(108)
四、智力训练 .....	(112)

## 四 年 级

一、数与计算 .....	(128)
1. 巧用乘法分配律 .....	(128)
2. 灵活运用知识, 提高运算能力 .....	(133)
3. 思路活, 解法多 .....	(137)
4. 灵活运用所学知识解难题 .....	(141)
综合练习 (一) .....	(148)
二、几何初步知识 .....	(151)
1. 拼一拼, 算一算 .....	(151)
2. 灵活运用求积公式解题 .....	(155)
综合练习 (二) .....	(161)
三、整数应用题 .....	(164)
1. 用“对应法”解题 .....	(164)

2. 用“替换法”解题 .....	(167)
3. 用“消去法”解题 .....	(172)
4. 用“假设法”解题 .....	(178)
5. 用“逆推法”解题 .....	(184)
6. 用“图解法”解题 .....	(186)
7. 行程问题 .....	(193)
8. 和倍问题 .....	(204)
9. 差倍问题 .....	(210)
10. 植树问题 .....	(216)
11. 年龄问题 .....	(219)
12. 广开思路, 灵活解题 .....	(222)
综合练习 (三) .....	(236)
四、智力训练 .....	(238)
综合练习 (四) .....	(249)



# 三年級

# 一、数与计算

## 1. 看谁算得快

例 1: 速算下列各题:

①  $54 \times 56$

②  $39 \times 31$

分析: 观察这两道两位数相乘的式题, 可以看到它们有如下的共同特点: 两个因数的十位数字相同, 个位数字互补 (指两数相加的和是 10), 我们把这种情况称为“头同尾补”。让我们先做如下的演算, 看看它们在计算中有什么规律:

$$54 \times 56 = 5 \times (5+1) \times 100 + 4 \times 6$$

$$= 3000 + 24$$

$$= 3024$$

$$39 \times 31 = 3 \times (3+1) \times 100 + 9 \times 1$$

$$= 1200 + 9$$

$$= 1209$$

从以上演算过程中, 我们不难看出, 十位数字乘以比它大 1 的数, 再乘以 100, 与个位数字相乘的积相加就是最后的结果。在速算时, 实际上只需要把“头同”的数乘以比它大 1 的数作为乘积的前半部分, “尾补”的数相乘作为乘积的后半部分 (后两位数, 不够两位时, 十位补 0), 接在一起就是最后结果了。

$$\text{解: } 54 \times 56 = 3024$$

$$39 \times 31 = 1209$$

**讨论与思考:** 由此题可推想到:  $15 \times 15$ ,  $25 \times 25$ , ……  
 $95 \times 95$  等“几十五”的平方数(即一个数自乘), 也都属于“头同尾补”的情况, 所以它们都可以用以上方法进行速算。“几十五”的平方数应用较多, 掌握它的速算法在解题中会有很强的实用价值。由于个位数字都是5, 所以后两位数总是25, 只需把前面部分求出, 与25接起来就可以了。

$$\text{如: } 15 \times 15 = 225$$

$$25 \times 25 = 625$$

$$\vdots$$

$$85 \times 85 = 7225$$

$$95 \times 95 = 9025$$

**练习:**

$$(1) 42 \times 48; \quad (2) 89 \times 810$$

$$(3) 760 \times 740; \quad (4) 55 \times 5500$$

**答案:** (1) 2016; (2) 72090; (3) 562400; (4) 302500。

**例2:** 速算下列各题:

$$\textcircled{1} 75 \times 35$$

$$\textcircled{2} 43 \times 63$$

**分析:** 观察这两道被乘数、乘数都是两位数的乘法式题, 可以发现它们的共同特点是: 个位数字相同, 十位数字互补, 我们称这样的题目是“尾同头补”。请看下面的演算过程:

$$\begin{aligned} 75 \times 35 &= (7 \times 3 + 5) \times 100 + 5 \times 5 \\ &= 2600 + 25 \\ &= 2625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 43 \times 63 &= (4 \times 6 + 3) \times 100 + 3 \times 3 \\
 &= 2700 + 9 \\
 &= 2709
 \end{aligned}$$

从以上两题的演算，我们可以找出计算“尾同头补”题目的速算方法是：十位数字的积加上一个个位数字后乘以100，再加上个位数字的平方数（即一个数自乘）。实际上计算时，就是把“头补”的两个十位数字的积加上一个个位数字作为乘积的前半部分，个位数字的平方数作为乘积的后半部分（后两位数，不够两位时，十位补0），接在一起就是它们的乘积。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} \quad 75 \times 35 &= 2625 \\
 43 \times 63 &= 2709
 \end{aligned}$$

**讨论与思考：**另有一类两位数相乘的式题，如  $64 \times 77$ ，两个因数中，一个因数本身的两个数字互补，另一个因数的个位与十位数字相同，我们称这两个因数为“一同一补”。它的速算方法也可以按“尾同头补”的情况进行。

$$\begin{aligned}
 \text{如：} \quad 64 \times 77 &= (6 \times 7 + 7) \times 100 + 4 \times 7 \\
 &= 4900 + 28 \\
 &= 4928
 \end{aligned}$$

略去过程，直接写出结果是：

$$\text{解：} \quad 64 \times 77 = 4928$$

**练习：**

- (1)  $84 \times 24$                       (2)  $53 \times 53$   
 (3)  $64 \times 44$                       (4)  $19 \times 990$

**答案：**(1) 2016；(2) 2809；(3) 2816；(4) 18810。

**例3：**计算：

$$(1) \quad 1987 + 468 - 987$$

$$(2) 475 - 387 + 525 - 113$$

$$(3) 48 \times 25 \div 48 \times 25$$

$$(4) 1250 \div 50 \times 8$$

分析解答：①题是求从1987中先加上468，再减去987的结果。很明显，我们如果从1987中先减去987再加上468，也就是说把要加上或减去的数变化一下先后顺序，结果是不会改变的。而这样做，对于这道题来说，计算起来就简便多了。

$$1987 + 648 - 987 = 1987 - 987 + 648 = 1000 + 648 = 1648$$

②题同样是加减混合运算题，我们可以用475先与525相加凑整，再连减另两个数。根据减法性质的简算，我们还可以把387和113相加后再一并减，就更简便了。

$$\begin{aligned} & 475 - 387 + 525 - 113 \\ &= 475 + 525 - (387 + 113) \\ &= 1000 - 500 \\ &= 500 \end{aligned}$$

③题  $48 \times 25 \div 48 \times 25$ ，可以把中间的两个运算颠倒一下顺序，48先除以48（缩小48倍），再乘以25（扩大25倍），即从扩大、缩小的倍数来说，并没有改变，所以计算结果不会受到影响，而计算起来就简便多了； $48 \div 48$ 商是1，只需计算  $25 \times 25$  的积就可以了，25的平方数是625，口算就可得出结果。

$$\begin{aligned} & 48 \times 25 \div 48 \times 25 \\ &= 48 \div 48 \times 25 \times 25 \\ &= 1 \times 25 \times 25 \\ &= 625 \end{aligned}$$

④题  $1250 \div 50 \times 8$  也是乘除法混合计算题，同样可以用

颠倒运算顺序的方法进行计算，即：先用  $1250 \times 8$ （扩大 8 倍），再  $\div 50$ （缩小 50 倍），与直接按顺序计算的结果是相同的。

$$\begin{aligned} & 1250 \div 50 \times 8 \\ &= 1250 \times 8 \div 50 \\ &= 10000 \div 50 \\ &= 200 \end{aligned}$$

**讨论与思考：**类似以上①—④题的情况，在进行连续的同级运算时，可以根据题目中数的特点，采取“带符号搬家”的办法，改变原来的运算顺序，使运算过程简单化，从而达到简算的目的。这里一定要注意两点：一是防止乱用。首先必须在进行连续同级运算时方能使用（在有两级运算的题目中，如连续的同级运算处于相对独立状态，即：运用时不影响整个式题的两级运算顺序，也可使用）。其次是，遇到类似情况，还要看题目的数据来决定是否有“搬家”的必要。如果不能达到简化的目的，就不必多此一举了。二是运用中必须将数连同它前面的符号一起“搬家”，切不可只把数移动位置，那就要改变计算的结果了。

**练习：**

- (1)  $1473 - 864 + 527$
- (2)  $(8270 + 350 - 8270 + 350) \times 6$
- (3)  $283 \times 45 \div 283 \times 45$
- (4)  $4900 - 550 \times 78 \div 11$

**答案：**(1) 1136；(2) 4200；(3) 2025；(4) 1000。

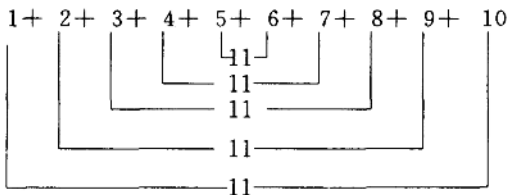
## 2. 数列求和

**例 1:** 求下列各题的和:

(1)  $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=$

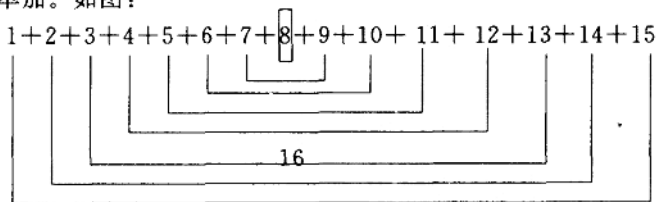
(2)  $1+2+3+4+\cdots+15=$

分析解答: (1) 求  $1+2+3+\cdots+10$  的和是多少, 此题可以把首尾数依次相加:



由于一共是 10 个数 (偶数个), 所以正好是 5 组,  $(10 \div 2) = 5$ , 即:  $1+2+3+\cdots+10 = (1+10) \times 5 = 55$ 。

(2) 求  $1+2+3+\cdots+15$  的和是多少, 由于是求奇数个数 (15 个) 的和, 所以在首尾数依次相加后, 中间数只能单加。如图:



中间数  $= (1+15) \div 2 = 8$     组数  $= (15-1) \div 2 = 7$

$1+2+3+\cdots+15 = (1+15) \times 7 + 8 = 120$  此题也可以考虑为:  $1+14, 2+13, \cdots, 7+8$ , 共 7 组, 另有一个 15, 所以

$$1+2+3+\cdots+15=(1+14)\times(7+1)=120$$

**讨论与思考：**求连续自然数的和，主要应抓住两点：一是首尾两个数的和，二是这样的和有多少组。如果是求偶数个自然数的和，组数即为自然数个数的半（两个数一组）；求和的方法为：首尾数的和 $\times$ （自然数的个数 $\div 2$ ）。如果是求奇数个自然数的和，则组数为（自然数个数 $-1$ ） $\div 2$ ，减去的1个数就是中间数。中间数的计算方法为：首尾数的和 $\div 2$ 。求和的方法为：首尾数的和 $\times$ 〔（自然数个数 $-1$ ） $\div 2$ 〕+中间数。

**练习：**

(1)  $1+2+3+\cdots+100=?$

(2)  $1+2+3+\cdots+25=?$

(3)  $6+7+8+9+10+11+12+13=?$

(4)  $10+11+12+13+14+15+16+17+18=?$

**答案：**(1) 5050；(2) 325；(3) 76；(4) 126。

**例 2：**求下列各题的和：

(1)  $1+3+5+7+9+11+13+15=$

(2)  $2+4+6+8+10+12+14+16+18=$

**分析解答：**(1) 题求  $1+3+5+7+9+11+13+15$  的和，即求连续奇数的和，仍可以用求连续自然数和的方法来做，首尾数依次相加和相等，8 个数共 4 组，所以和应是： $(1+15)\times(8\div 2)=16\times 4=64$ 。此外，观察下面的图形（如图 1—1），我们还可以发现一个非常有趣的规律： $1\times 1=1$ ， $2\times 2=1+3$ ， $3\times 3=1+3+5$ …… $8\times 8=1+3+5+7+9+11+13+15$  也就是一个数的平方数（即自乘）恰好等于从 1 起，与这个数相同个数的连续奇数的和。反之，从 1 起若是连续奇数的和，就等于奇数个数的平方数。本题有 8 个连续奇数，和应



是： $8 \times 8 = 64$ 。

(2) 题，求  $2+4+6+8+10+12+14+16+18$  的和，即求连续偶数的和，方法依然可同求连续自然数的和，因为它同样具备首尾数依次相加和相等的规律。但需注意，共有 9 个偶数，属奇数个求和的情况。和应是：

$$(2+18) \times [(9-1) \div 2] + (2+18) \div 2 = 90$$

**讨论与思考：**求连续奇数、偶数的和，形式不同，实质上与求连续自然数的和是一样的。它们都属于“等差数列”，即：后项减前项的差相等。所以，一个数列，只要差是不变的，不管是自然数列，或是奇数列、偶数列，还是别的什么数列，都可以用以上方法去做。只要你真正理解和掌握了这种方法，做起题来就会既迅速又简便，计算也容易正确了。

**练习：**

(1)  $1+3+5+\dots+99=$

(2)  $2+4+6+\dots+100=$

(3)  $5+10+15+20+25+30+35+40+45+50=$

(4)  $12+18+24+30+36+42+48+54+60=$

**答案：**(1) 2500；(2) 2550；(3) 275；(4) 324。

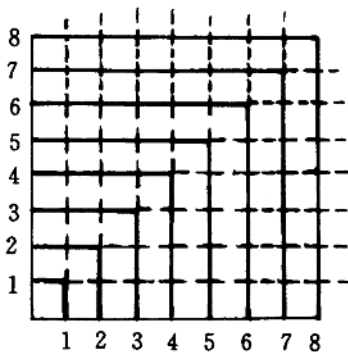


图 1-1