

初中数学 双基与练习

CHUZHONG SHUXUE
SHUANGJI YU LIANXI

福建教育出版社

初中数学双基与练习

《初中数学双基与练习》编写组

福建教育出版社

初中数学双基与练习

《初中数学双基与练习》编写组

出版：福建教育出版社

发行：福建省新华书店

印刷：福建新华印刷厂

787×1092 1/32 7.75印张 163千字

1984年1月第一版 1984年1月第一次印刷

书号：7159·879 定价：0.63 元

前 言

本书是根据现行全日制初中数学“教学大纲”和“通用教材”的要求编写的，供初中学生和教师复习课教学之用，也可作为职工复习初中数学课程的参考书。考虑到当前的教学情况和学生的实际，本书的内容尽量扣紧课本要求，着重复习“双基”。“大纲”规定的选学内容暂不编入。

为便于教学，本书按知识内容分为二十四个复习单元。每个单元的“双基回忆”都选编一些能体现“双基”要求的简单问题或填空题，让学生先动脑、动笔，回顾、巩固所学过的知识，借此也可让教师了解学生掌握“双基”的情况，以利于有的放矢地进行教学；一些重要的基础知识并在问题后面加以“说明”。“例题析解”除“解”题外，还注重“分析”，帮助学生打开思路，探求一般解题规律。“例题”之后，安排了适量的“练习题”，以便及时巩固必须掌握的基础知识和基本技能。“参考习题”可根据需要作进一步的训练。书末附上三套自我检查题，供不同程度的学生选用。本书的练习题、参考习题和自我检查题都附有答案或提示。

“教”是为了“学”。本书的编写意图是力求符合学生的认识规律，注意调动学生的学习积极性。但限于水平，意图未必都能实现，错误或不当之处在所难免，欢迎指正。

本书由叶在甲、蔡光育、杨条义、傅世祯、黄永正、曾文斗编写。承泉州市教师进修学校、泉州市中学数学校际教研组和泉州市数学会的大力支持，在编写过程中提出了许多宝贵的意见；成稿后又经魏良源、吴本铨、罗春沂、蒋庆云、林学齐等同志审阅修改。特此一并致谢。

编 者

一九八三年十月

目**录**

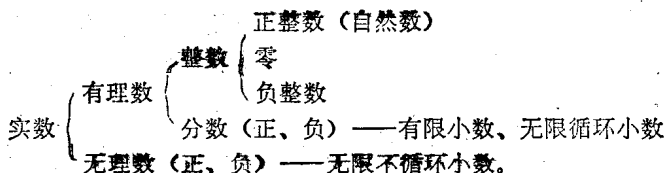
一、实数及其运算	(1)
二、代数式、整式的运算	(10)
三、因式分解	(17)
四、分式及其运算	(22)
五、根式及其运算	(29)
六、指数和常用对数	(37)
七、一元一次方程和一元一次不等式	(47)
八、一次方程组和一元一次不等式组	(54)
九、函数、正反比例函数和一次函数	(61)
十、一元二次方程	(69)
十一、可化为一元一次方程或一元二次 方程的方程(组)	(76)
十二、二次函数	(85)
十三、一元二次不等式	(92)
十四、布列方程(组)解应用题	(97)
十五、命题和定理的证明	(106)
十六、直线、相交线和平行线	(115)
十七、三角形的全等和相似	(124)
十八、三角形	(132)
十九、特殊四边形	(143)

二十、圆	(153)
二十一、圆和多边形	(164)
二十二、轨迹与作图	(173)
二十三、三角函数与解直角三角形	(180)
二十四、解斜三角形	(189)
附录一 自我检查题一、二、三	(197)
附录二 答案或提示	(206)

第一单元

实数及其运算

数的概念的发展是由生产实践所决定的。人们对于数的概念的认识是随着数的范围的扩充而逐步深化的。在数学课程中，数的扩充首先从自然数（正整数）扩充到非负有理数（即正整数、正分数和零），然后扩充到有理数，在引入无理数以后，数的范围便扩充到实数。……初中阶段所学过的数可列成下表：



本单元要着重弄清各种数集之间的联系与区别，明确实数与数轴上的点的一一对应关系，借助数轴正确理解相反数、绝对值等重要概念，进行实数大小的比较。同时，要掌握实数的运算法则与运算定律，合理、正确、迅速地进行实数的加、减、乘、除、乘方、开方运算，并能按需要的精确度，取运算结果的近似值。

双基回忆

一、实数的概念

1. 下列各数中, 哪些是有理数? 哪些是无理数?

0, $-\frac{1}{7}$, 3.14, π , $1-\sqrt{2}$, $\sqrt{25}$,

$\sqrt{-4}$, $-\text{tg}45^\circ$, $\sin 60^\circ$, 1.737373……,

1.737337333…….

〔说明〕(1) 有理数与无理数的区别在于, 有理数都可以表示为分数形式, 而无理数则不能.

(2) 零既不是正数也不是负数.

2. 规定了____、____和____的直线, 叫做数轴.

—— 说 明 ——

实数都可以用数轴上的点表示出来, 反过来, 数轴上的所有点都表示实数.

3. $-(-3)$ 的相反数是____, 倒数是____. 是否任何实数都有倒数?

〔说明〕(1) 只有符号不同的两个数, 叫做互为相反数. 零的相反数是零. 互为相反数的两数之和等于零.

(2) 1 除以一个数所得的商, 叫做这个数的倒数. 零没有倒数. 互为倒数的两数之积等于 1.

4. $|-2.4| = \underline{\hspace{1cm}}$, $|3-\pi| = \underline{\hspace{1cm}}$.

$-a$ 是负数吗? $|a|$ 是正数吗? $|-a| = a$ 对吗?

—— 说 明 ——

一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零. 即 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

5. 比较下列各组中两个数的大小:

$$0 \underline{\hspace{1cm}} -2^2; \quad \sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} 1.732; \quad -\frac{5}{6} \underline{\hspace{1cm}} -\frac{5}{7}.$$

〔说明〕在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大，因此，负数 $<$ 零 $<$ 正数。两个负数，绝对值大的数反而小。

二、实数的运算

1. 回顾实数的四则运算法则。

2. 下列等式各表示什么运算定律？

$$(1) a+b=b+a; \quad ab=ba;$$

$$(2) a+b+c=a+(b+c); \quad (ab)c=a(bc);$$

$$(3) a(b+c)=ab+ac.$$

$$3. (1) (-3)^4 = \underline{\hspace{2cm}}; \quad -3^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(-1)^{2n} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (-1)^{2n+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(n 是正整数)

说明

求 n 个相同因数的积的运算，叫做乘方。即

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}} = a^n \quad (n \text{ 是正整数}).$$

n 个

乘方的结果叫做幂。

$$(2) \text{查表得 } 2.58^2 = 6.656, \text{ 那么, } 25.8^2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$0.0258^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{若 } 9.584^3 = 880.3, \text{ 则 } 958.4^3 = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$0.9584^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$4. (1) 64 \text{ 的平方根是 } \underline{\hspace{2cm}}, 64 \text{ 的算术平方根是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

-64 的偶次方根呢? 27 的立方根是_____.

-125 的立方根是_____, 零的任何次方根是_____.

说明

(1) 若 $x^n = a$ (n 是大于 1 的整数), 则 x 叫做 a 的 n 次方根. 求一个数的方根的运算, 叫做开方.

(2) 正数 a 的正的 n 次方根, 叫做 a 的 n 次算术根; 零的算术根是零. 对算术平方根来说, 有:

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0), \quad \sqrt{a^2} = |a|.$$

(2) 查表得 $\sqrt{1.35} = 1.162$, $\sqrt{13.5} = 3.674$,

$$\sqrt[3]{13.5} = 2.381,$$

则 $\sqrt{1350} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{0.0135} = \underline{\hspace{2cm}}$,

$$\sqrt[3]{13500} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \sqrt[3]{0.0000135} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

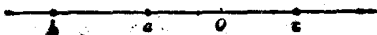
5. 求下列各数的近似值, 并说明它们各有哪几个有效数字 (即从左边第一个不是零的数字起到四舍五入所得到的数字止的所有数字).

(1) 2.94 (精确到 0.1); (2) 198.2 (精确到十位);

(3) 0.0348 (精确到百分位).

例题析解

例 1 若 a 、 b 、 c 三数在数轴上的对应点如下图, 其中 0 是原点, 且 $|a| = |c|$.



(1) 用“ $<$ ”号把 a 、 b 、 c 的大小关系表示出来；

(2) $a+c=?$ ； (3) 判别 $a+b$ 、 $b+c$ 的正负；

(4) 化简 $|a| - |a+b| + |c-b| + |a+c|$ 。

〔解〕(1) 由 a 、 b 、 c 三数在数轴上的位置，得

$$b < a < c.$$

(2) $\because a < 0, c > 0$ ，且 $|a| = |c|$ ，

$\therefore a$ 、 c 互为相反数，故 $a+c=0$ 。

(3) $\because a < 0, b < 0$ ， $\therefore a+b < 0$ ，即 $a+b$ 为负数；

又 $\because b < 0, c > 0$ ，且由图得出 $|b| > |c|$ ，

$\therefore b+c < 0$ ，即 $b+c$ 为负数。

(4) $\because a < 0, a+b < 0, c-b > 0, a+c=0$ ，

$$\therefore \text{原式} = -a - [-(a+b)] + (c-b) + 0$$

$$= -a + a + b + c - b$$

$$= c.$$

〔说明〕(1) 任何实数的绝对值都是非负数。一个数的绝对值在数轴上是表示这个数的点离开原点的距离。

(2) 含有绝对值符号的运算，要先判定绝对值符号内的数或式是正值、负值或者零（有时根据所给条件判定，有时需要讨论），然后根据绝对值的意义去掉绝对值符号，再进行运算。

$$\begin{aligned} \text{例 2 计算 } 1.5 - & \left[\left(+4\frac{2}{3} \right) - (+2.75) - \left(-\frac{5}{6} \right) \right. \\ & \left. + \left(-\frac{3}{8} \right) \right]. \end{aligned}$$

$$\text{〔解〕 原式} = 1\frac{1}{2} - \left(+4\frac{2}{3} \right) + (+2\frac{3}{4}) + \left(-\frac{5}{6} \right)$$

$$\begin{aligned}
& -\left(-\frac{3}{8}\right) \\
& = 1\frac{1}{2} - 4\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{3}{8} \\
& = \left(1\frac{4}{8} + 2\frac{6}{8} + \frac{3}{8}\right) - \left(4\frac{4}{6} + \frac{5}{6}\right) \\
& = 4\frac{5}{8} - 5\frac{1}{2} \\
& = -\frac{7}{8}.
\end{aligned}$$

〔注意〕(1) 括号前面放上或去掉“-”号，括号内的各项都要变号；

(2) 进行实数运算，有时用运算定律较为简便。

例 3 计算 $(-2^2) \times \sqrt{(-2)^2} \div \sqrt[3]{-27}$

$$+ \left| \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 0.25 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \right| \times (-1)^{31}.$$

$$〔解〕原式 = -4 \times 2 \div (-3) + \left| \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} \times (-8) \right| \times (-1)$$

$$= \frac{8}{3} - \left| \frac{2}{9} - 2 \right|$$

$$= \frac{8}{3} - \left| -\frac{16}{9} \right|$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{16}{9}$$

$$= \frac{8}{9}.$$

〔说明〕(1) 运算顺序一般应先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减；如有括号，就先算括号里面的。

(2) 要注意 -2^2 与 $(-2)^2$ 的区别， $\sqrt{(-2)^2} \neq -2$ 。

例 4 若 $-2 < x < 2$ ，化简 $|x+1| + |x-3|$ 。

〔解〕当 $-2 < x < -1$ 时， $x+1 < 0$ ， $x-3 < 0$ ，

$$\text{原式} = -(x+1) - (x-3) = -2x+2;$$

当 $-1 \leq x < 2$ 时， $x+1 \geq 0$ ， $x-3 < 0$ ，

$$\text{原式} = (x+1) - (x-3) = 4.$$

〔想一想〕如果题中去掉“ $-2 < x < 2$ ”这个条件，又如何化简？

例 5 某大队修建圆柱形的粮仓，内圆半径是 2.5 米，高为 3.5 米，每立方米的稻谷重约 1150 斤。这个粮仓能储稻谷多少斤？（保留二个有效数字）

$$\text{〔解〕 } V = \pi r^2 h \approx 3.14 \times 2.5^2 \times 3.5$$

$$\approx 19.6 \times 3.5 = 68.6 \text{ (立方米)}.$$

$$P \approx 68.6 \times 1.15 \times 10^3 \approx 7.9 \times 10^4 \text{ (斤)}.$$

答：这个粮仓约能储稻谷 7.9×10^4 斤。

〔说明〕最后结果要求保留二个有效数字的，其参与运算的数只要取三个有效数字，每一个中间结果也只要保留三个有效数字。

练 习 一

1. (1) 两个有理数的和、差、积、商（0 作除数除外）仍是有理数吗？

(2) 两个无理数的和、差、积、商仍是无理数吗？举例说明。

(3) 一个有理数与一个无理数的和、差、积、商 (0 作除数除外)

仍是无理数吗? 举例说明.

2. $\sqrt{2}-1$ 和 $1-\sqrt{2}$ 是互为_____数; $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 是互为_____数; $3\frac{1}{3}$ 和 -0.3 是互为_____数.

3. 在数轴上标出下列各题中 x 所对应的点或范围:

(1) $|x|=3$; (2) $|x|<3$; (3) $|x|\geq 3$.

4. a, b 都是实数, 下列判断是否正确? 为什么?

(1) 若 $|a|=|b|$, 则 $a=b$; (2) 若 $|a|<|b|$, 则 $a<b$;

(3) 若 $a>b$, 则 $|a|>|b|$.

5. 计算:

$$(1) |-5| - (+49) - \left(-\frac{1}{3}\right) - |5+(-6)| - |-9|;$$

$$(2) \left[\left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-1\frac{1}{3}\right)^2 + (-0.5) - 3^2 - (-3)^2 \right] \times (-1)^{119};$$

$$(3) \frac{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3}.$$

参 考 习 题 一

1. 填写下列各集合的元素 (在自然数集内):

(1) $\{12 \text{ 的质因数} \} = \{ \quad \quad \quad \}$;

(2) $\{12 \text{ 的合数因数} \} = \{ \quad \quad \quad \}$;

(3) $\{12 \text{ 的倍数} \} = \{ \quad \quad \quad \}$.

2. 写出: (1) 大于 -1 的三个负数; (2) 绝对值小于 1 的整数;

(3) 绝对值不大于 3 的所有整数;

(4) 绝对值大于 4 且小于 8 的所有整数.

3. 比较下列各组中两个数的大小:

(1) π 与 3.14; (2) $-\frac{3}{4}$ 与 $-\frac{187}{250}$; (3) $-|3.25|$ 与 $-3\frac{1}{4}$;

(4) -2.7 与 $-\sqrt{7.28}$.

4. 化简:

(1) $\frac{|x|}{x}$; (2) $|x-3|$.

5. 计算:

(1) $(+3.5) + \left(-7\frac{2}{3}\right) - (+1.75) - (-4) - \left(-2\frac{5}{6}\right)$;

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^{18} \times \left|\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right|$;

(3) $15\frac{2}{3} + \left[\left(-2\frac{3}{4}\right) + \left(-2\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{13}{15}\right) \times 1\frac{3}{4}\right]$;

(4) $-3^2 \times (-1.2)^2 + (-0.3)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times (-3)^3 + (-1)^{27}$;

(5) $\sqrt[3]{(\sqrt{0.125} - \sqrt{0.64}) + \frac{3}{10}}$.

6. 求下列各数的近似值, 并指出其精确度:

(1) 729.6 (保留三个有效数字);

(2) 0.845 (保留一个有效数字).

7. 查表计算 $4 \times 0.247^2 - 10 \times 3.14^3 + 3 \times \sqrt{514} - \sqrt[3]{5.26}$ (结果保留三个有效数字).

8. 已知 $a > 0$, $b < 0$, $a + b < 0$, 试把 a 、 $-a$ 、 b 、 $-b$ 四个实数用“<”号按从小到大的顺序连接起来.

9. (1) 若 $-\frac{1}{2} < x < 2$, 化简: $|x-2| - |2x+1|$;

(2) 化简: $|x+3| + |3-2x|$.

第二单元

代数式、整式的运算

用运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式。其分类如下：

$$\text{代数式} \begin{cases} \text{有理式} \begin{cases} \text{整式} \begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases} \\ \text{分式} \end{cases} \\ \text{无理式} \end{cases}$$

本单元主要复习代数式的概念，弄清它们之间的联系与区别；要求能正确、熟练地进行整式的四则运算，能运用乘法公式进行特殊形式的多项式的乘法运算。而牢固掌握去括号、合并同类项、正整数指数幂的运算法则和乘法公式，则是学好本单元的关键。

双基回忆

一、代数式的有关概念

1. (1) 下列各代数式是有理式还是无理式？

$$a^2 + 2x, \quad a^2 + \sqrt{2x}, \quad \sqrt{2x}, \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{x}}, \quad \frac{1}{x}.$$

(2) 下列各式是整式还是分式？

$$\frac{3x^2}{4}, \quad \frac{3}{4x^2}, \quad 0, \quad a^2 - \frac{1}{2}a + 1, \quad \frac{b}{a+c}.$$