



普通高等教育“十五”国家级规划教材

Analysis of Signals and
Linear Systems
(4th Edition)

信号与线性系统分析

(第4版)

吴大正 主编

杨林耀 张永瑞 王松林 郭宝龙 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十五”国家级规划教材

信号与线性系统分析

(第4版)

吴大正 主编

杨林耀 张永瑞 王松林 郭宝龙 编

高等教育出版社

内容提要

本教材是在1998年高等教育出版社出版的《信号与线性系统分析》(第三版)一书的基础上经修编而成的。

本版保留了原教材连续与离散并行、先时域后变换域的体系结构,对少量内容做了调整、增删;结合近几年来教学内容和改革改革的成果,重新编写了全书部分章、节,并选编了许多新的例题、习题。本教材论述清楚、概念明确、重点突出、层次清晰、便于教学。

全书包括:信号与系统、连续系统的时域分析、离散系统的时域分析、傅里叶变换和系统的频域分析、连续系统的s域分析、离散系统的z域分析、系统函数、系统的状态变量分析以及附录。各章配有不同层次的习题,以供选用。

本教材是普通高等教育“十五”国家级规划教材和高等教育出版社百门精品课程教材(一类)。本书可作为高等学校电子信息和电气类各专业“信号与系统”课程的教材,也可供有关科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析/吴大正主编. —4版. —北京:
高等教育出版社, 2005. 8
ISBN 7-04-017401-4

I. 信... II. 吴... III. ①信号理论-高等学校-
教材②线性系统-系统分析-高等学校-教材
IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第077010号

策划编辑 刘激扬 责任编辑 李刚 封面设计 于文燕 责任绘图 朱静
版式设计 胡志萍 责任校对 王效珍 责任印制 杨明

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网址	http://www.hep.edu.cn
总机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经销	北京蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印刷	国防工业出版社印刷厂		http://www.landaco.com.cn
开本	787×1092 1/16	版次	1981年1月第1版 2005年8月第4版
印张	29	印次	2005年8月第1次印刷
字数	710 000	定价	33.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 17401-00

前 言

本教材的第三版于1998年出版,为了适应当前学科发展的需要和教学内容改革的要求,对第三版的内容进行了部分修改和调整,作为第四版出版。

近些年来,信息技术在各学科领域的应用更加广泛,本学科领域的理论和实践发展迅速,但就大学本科“信号与系统”课程而言,其基本内容和范围大体相对稳定。同时,在教学实践中征求和听取了教师和学生对本教材(第三版)的意见,认为基本能满足当前的教学需要。鉴于上述情况,本次修订对第三版教材的整体格局未做大的修改,仅对教材的部分内容做了修订、调整和补充。

第四版保持了原教材的编写思想和体系结构,将离散与连续并行处理、先时域后变换域。在继承以往重视基本内容、基本概念和基本分析方法的基础上,根据本学科发展的需要,适当地拓宽了知识面,以便开阔学生的眼界和思路。

第四版的修订内容主要有以下几个方面:

- (1) 在第二章中改进了由 0_- 值求 0_+ 值的方法,使计算方法更加完善。
- (2) 在第三章中增加了反卷积的内容。
- (3) 增加了有关两个信号相关的讨论,为今后学习随机信号分析做准备。
- (4) 增加了离散傅里叶变换等有关内容。
- (5) 删除了第七章中判断系统稳定性的准则。
- (6) 删除了利用反演积分求解拉普拉斯逆变换和逆 z 变换的有关内容。
- (7) 删除了原附录一“矩阵函数”部分。
- (8) 对全书的例题、习题进行了补充和修订。

书末附有习题答案。索引按主题词汉语拼音顺序排列,以便查阅。

本教材按照72学时授课,这里给出各章的参考学时数:第一章6学时,第二章8学时,第三章6学时,第四章16学时,第五章12学时,第六章8学时,第七章8学时,第八章8学时。总计72学时。

为了适应当前教育事业的快速发展,当前教材向多样化、多媒体化和网络化方向发展。本教材被列为普通高等教育“十五”国家级规划教材和百门精品课程教材(一类)建设计划。与本教材相应配套的出版物有:《信号与系统学习指导书》(张永瑞,王松林编.北京:高等教育出版社,2004)、《信号与系统远程教育网络课程》(网址:www.hep.edu.cn)、《信号与系统电子教案》、《信号与系统题库》。

本教材由吴大正主编和统稿,杨林耀编写第一、二、三、四章,张永瑞编写第五、六、七章,王松林编写第八章、附录并校阅了全书的初稿,郭宝龙参与了部分章节的编写。

本教材由清华大学郑君里教授审阅,他对本教材的修改工作给予了许多指导和帮助,并提出许多宝贵的修改意见,谨致以衷心的感谢。本教材从第一版出版至今已有二十余年,编者对帮助过本教材出版的同志表示诚挚的谢意。

II 前 言

欢迎使用本教材的教师和同学与编者进行交流,并提出宝贵意见,以便今后进一步修改。

限于编者水平,书中难免有不足和错误之处,敬请读者批评赐教。来信请寄西安电子科技大学机电工程学院(邮编 710071),联系人:王松林。E-mail:slwang@mail.xidian.edu.cn。

编 者
2004 年 10 月

第二版前言

本书是根据1980年6月高等学校工科电工教材编审委员会扩大会议审订的《信号与系统教学大纲(草案)》编写的。在吴大正主编的《信号与线性网络分析》一书的基础上,依据教学大纲的要求,删去了谐振电路、双口网络、传输线(它们已列入有关课程的教学大纲),并对信号与线性系统分析的内容进行了必要的修改和补充,更名为《信号与线性系统分析》。全书内容包括:信号与系统、连续系统的时域分析、离散系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统的 z 域分析、系统函数和状态变量分析等共八章。

随着大规模集成电路、计算机的迅速发展,数字技术已渗透到科学技术的各个领域。为了适应新的发展变化,目前,信号、电路与系统的研究重点普遍注意转向离散的、数字的方面。本书在编写时循着逐步更新的精神,在保持教学大纲内容和要求的基础上,对内容体系作了某些改变的尝试。将连续系统与离散系统并列进行研究。考虑到当前的实际情况,在具体安排上,仍分章先讨论连续的再讨论离散的,系统函数和状态变量分析两章则连续系统与离散系统一起讨论。这样,把系统(连续的和离散的)看作一个整体,从分析方法的角度,按时域分析、变换域分析和状态变量分析的次序划分章节,强调了连续系统与离散系统的共性,也突出了它们各自的特点。这将有利于基本概念和基本方法的理解与掌握。

信号与系统理论的发展愈来愈多地运用了现代数学的概念和方法。本书在基本理论和方法的阐述上,把物理问题与其数学表述和论证密切地结合起来,注意引入现代数学的概念,使这些理论和方法有较为坚实的数学基础,这对于深入准确地理解本书内容和进一步研究信号与系统理论都是有益的。此外,为了叙述和阅读的方便,将傅里叶级数、线性常微分方程和差分方程等数学内容也做了简要的叙述。将矩阵(主要是特征矩阵和矩阵函数)列为附录。对有些数学内容叙述的比较详细,这对于读者可能是方便的,但不必都作为课堂讲授内容。在使用本教材时,对于各章的顺序、内容的取舍等,请根据实际情况确定,不要受本书的约束。

为使读者能较好地理解基本概念和分析方法,精选了不少例题和习题。习题数量较多,请酌情选用,书末附有部分习题答案仅供参考。书中标有*号的段落,不属于基本要求,仅供参考。

本书由吴大正主编,张永瑞、杨林耀、燕庆明同志参加了编写工作。在编写过程中,电路教研室的同志给予了许多支持和帮助。

芮坤生教授指导了本书的编写,提出了许多宝贵意见,并审阅了书稿。许多兄弟院校的老师提出了许多宝贵意见,在此一并表示衷心的感谢。我们还要感谢同学们和未见过面的读者,他们有意无意地给了我们许多启示,使我们从内容安排到具体叙述方法上都有所改进。

由于编者水平有限,定有不少错误和不妥之处,敬请读者赐教。

编者

1985年3月于西北电讯工程学院

第三版前言

《信号与线性系统分析》一书自1986年出版以来已逾十年。根据国家教育委员会1995年颁布的高等工业学校《信号与系统课程教学基本要求》(以下简称基本要求),并结合编者在教学实践中的体会和读者的意见,我们对原书进行了全面的修订。

第三版保留了原书连续与离散并行,先时域后变换域的体系结构和论述清楚、便于教学的特点,根据基本要求对部分章节做了适当的调整、增删。这次修订的主要工作是:

(1) 根据拓宽学生知识面、增强适应性的要求和不同专业的需要,加强了系统模型的概念,削减了电网络分析的内容,增加了一些非电类系统的例、习题,加强了双边 z 变换。全书从整体上强化了系统方程(微分、差分方程)、图(方框图、信号流图)与系统函数之间的内在联系,以及它们与时域响应、频域响应的关系。

(2) 在近十年的教学实践中,对教学内容和方法不断改进,摸索出一些便于学生理解和掌握的具体讲法,选编了不少既简单又能说明问题的例、习题,这次修订都已反映到教材中。本版重新编写了全书的大部分章、节,并力求概念明确、重点突出、层次清晰、便于阅读和自学。全书注重通过举例阐述具体的分析计算方法,并指明不同条件下灵活运用措施,注意正文与例题、习题的密切配合,以利于读者更好地理解 and 掌握基本概念和基本分析方法。

本书配合正文选编了不同层次的习题,题量较多,可酌情选用。书末附有参考答案。索引按主题词汉语拼音顺序排列,以便查阅。

本书由吴大正主编和统稿,杨林耀编写一、二、三、四、八章,张永瑞编写五、六、七章。

全书承清华大学郑君里教授、曹建中教授仔细审阅并提出了许多宝贵意见,谨致以衷心的感谢。

限于编者水平,书中定有不少疏漏和差错,敬请读者赐教。来信请寄西安电子科技大学12系(邮编710071)。

编者

1997年5月

目 录

第一章 信号与系统	1	§ 2.2 冲激响应和阶跃响应	52
§ 1.1 绪言	1	一、冲激响应	52
§ 1.2 信号	2	二、阶跃响应	55
一、连续信号和离散信号	2	§ 2.3 卷积积分	60
二、周期信号和非周期信号	4	一、卷积积分	60
三、实信号和复信号	6	二、卷积的图示	61
四、能量信号和功率信号	7	§ 2.4 卷积积分的性质	66
§ 1.3 信号的基本运算	8	一、卷积的代数运算	66
一、加法和乘法	8	二、函数与冲激函数的卷积	68
二、反转和平移	9	三、卷积的微分与积分	72
三、尺度变换(横坐标展缩)	10	四、相关函数	75
§ 1.4 阶跃函数和冲激函数	12	习题二	79
一、阶跃函数和冲激函数	12	第三章 离散系统的时域分析	84
二、冲激函数的广义函数定义	15	§ 3.1 LTI 离散系统的响应	84
三、冲激函数的导数和积分	17	一、差分与差分方程	84
四、冲激函数的性质	18	二、差分方程的经典解	86
§ 1.5 系统的描述	22	三、零输入响应	90
一、系统的数学模型	22	四、零状态响应	91
二、系统的框图表示	24	§ 3.2 单位序列和单位序列响应	94
§ 1.6 系统的特性和分析方法	27	一、单位序列和单位阶跃序列	94
一、线性	27	二、单位序列响应和阶跃响应	96
二、时不变性	28	§ 3.3 卷积和	100
三、因果性	30	一、卷积和	101
四、稳定性	31	二、卷积和的图示	102
五、LTI 系统分析方法概述	32	三、卷积和的性质	105
习题一	33	* § 3.4 反卷积	108
第二章 连续系统的时域分析	40	习题三	110
§ 2.1 LTI 连续系统的响应	40	第四章 傅里叶变换和系统的频域 分析	115
一、微分方程的经典解	40	§ 4.1 信号分解为正交函数	115
二、关于 0_+ 与 0_- 值	43	一、正交函数集	116
三、零输入响应	46	二、信号分解为正交函数	118
四、零状态响应	47	§ 4.2 傅里叶级数	119
五、全响应	49		

一、周期信号的分解	120	二、非周期序列的离散时间傅里叶变换(DTFT)	190
二、奇、偶函数的傅里叶级数	123	§ 4.11 离散傅里叶变换及其性质	193
三、傅里叶级数的指数形式	126	一、离散傅里叶变换(DFT)	193
§ 4.3 周期信号的频谱	128	二、离散傅里叶变换的性质	196
一、周期信号的频谱	128	习题四	200
二、周期矩形脉冲的频谱	129	第五章 连续系统的 s 域分析	212
三、周期信号的功率	132	§ 5.1 拉普拉斯变换	212
§ 4.4 非周期信号的频谱	134	一、从傅里叶变换到拉普拉斯变换	212
一、傅里叶变换	134	二、收敛域	213
二、奇异函数的傅里叶变换	138	三、(单边)拉普拉斯变换	214
§ 4.5 傅里叶变换的性质	142	§ 5.2 拉普拉斯变换的性质	217
一、线性	142	一、线性	217
二、奇偶性	143	二、尺度变换	218
三、对称性	144	三、时移(延时)特性	218
四、尺度变换	146	四、复频移(s 域平移)特性	219
五、时移特性	148	五、时域微分特性(定理)	220
六、频移特性	150	六、时域积分特性(定理)	222
七、卷积定理	152	七、卷积定理	225
八、时域微分和积分	154	八、 s 域微分和积分	228
九、频域微分和积分	158	九、初值定理和终值定理	229
十、相关定理	160	§ 5.3 拉普拉斯逆变换	232
§ 4.6 能量谱和功率谱	162	一、查表法	232
一、能量谱	162	二、部分分式展开法	233
二、功率谱	163	§ 5.4 复频域分析	239
§ 4.7 周期信号的傅里叶变换	166	一、微分方程的变换解	240
一、正、余弦函数的傅里叶变换	166	二、系统函数	244
二、一般周期函数的傅里叶变换	167	三、系统的 s 域框图	246
三、傅里叶系数与傅里叶变换	170	四、电路的 s 域模型	249
§ 4.8 LTI 系统的频域分析	171	五、拉普拉斯变换与傅里叶变换	255
一、频率响应	171	§ 5.5 双边拉普拉斯变换	257
二、无失真传输	176	习题五	263
三、理想低通滤波器的响应	177	第六章 离散系统的 z 域分析	272
§ 4.9 取样定理	182	§ 6.1 z 变换	272
一、信号的取样	182	一、从拉普拉斯变换到 z 变换	272
二、时域取样定理	185	二、 z 变换	273
三、频域取样定理	187	三、收敛域	273
§ 4.10 序列的傅里叶分析	188	§ 6.2 z 变换的性质	276
一、周期序列的离散傅里叶级数(DFS)	188		

一、线性	277	§ 8.1 状态变量与状态方程	362
二、移位(移序)特性	279	一、状态与状态变量的概念	362
三、 z 域尺度变换(序列乘 a^k)	282	二、状态方程和输出方程	364
四、卷积定理	283	§ 8.2 连续系统状态方程的建立	366
五、 z 域微分(序列乘 k)	285	一、由电路图直接建立状态方程	366
六、 z 域积分(序列除 $k+m$)	287	二、由输入-输出方程建立状态方程	369
七、 k 域反转	287	§ 8.3 离散系统状态方程的建立与模拟	372
八、部分和	288	一、由输入-输出方程建立状态方程	372
九、初值定理和终值定理	289	二、由状态方程进行系统模拟	376
§ 6.3 逆 z 变换	292	§ 8.4 连续系统状态方程的求解	377
一、幂级数展开法	293	一、用拉普拉斯变换法求解状态方程	377
二、部分分式展开法	295	二、系统函数矩阵 $H(s)$ 与系统稳定性的判断	379
§ 6.4 z 域分析	302	三、用时域法求解状态方程	381
一、差分方程的 z 域解	302	§ 8.5 离散系统状态方程的求解	386
二、系统函数	307	一、用时域法求解离散系统的状态方程	386
三、系统的 z 域框图	309	二、用 z 变换求解离散系统的状态方程	390
四、 s 域与 z 域的关系	312	三、系统函数矩阵 $H(z)$ 与系统稳定性的判断	392
五、借助 DTFT 求离散系统的频率响应	313	* § 8.6 系统的可控制性和可观测性	393
习题六	319	一、状态矢量的线性变换	393
第七章 系统函数	327	二、系统的可控制性和可观测性	396
§ 7.1 系统函数与系统特性	327	习题八	403
一、系统函数的零点与极点	327	附录一 卷积积分表	410
二、系统函数与时域响应	328	附录二 卷积和表	411
三、系统函数与频域响应	330	附录三 常用周期信号的傅里叶系数表	412
§ 7.2 系统的因果性与稳定性	337	附录四 常用信号的傅里叶变换表	414
一、系统的因果性	337	附录五 拉普拉斯逆变换表	417
二、系统的稳定性	338	附录六 序列的 z 变换表	419
§ 7.3 信号流图	342	习题答案	422
一、信号流图	342	索引(汉语拼音顺序)	445
二、梅森公式	345	参考文献	453
§ 7.4 系统的结构	347		
一、直接实现	347		
二、级联和并联实现	350		
习题七	354		
第八章 系统的状态变量分析	362		

信号与系统

本章介绍信号与系统的概念以及它们的分类方法,并讨论了线性时不变(Linear Time-Invariant,缩写为LTI)系统的特性,简明扼要地介绍了LTI系统的描述方法和分析方法。深入地研究了在LTI系统分析中占有十分重要地位的阶跃函数、冲激函数及其特性。

§ 1.1 绪 言

现在,信号与系统的概念已经深入到人们的生活和社会的各个方面。手机、电视机、通信网、计算机网等已成为人们常用的工具和设备,这些工具和设备都可以看成系统,而各种设备传送的语音、音乐、图像、文字等都可以看成信号。

一般认为,系统是指若干相互关联、相互作用的事物按一定规律组合而成的具有特定功能的整体。人们在自然科学(如物理、化学、生物)以及工程、经济、社会等许多领域中,广泛地引用“系统”的概念、理论和方法,并根据各学科自身的规律,建立相应的数学模型,研究各自的问题。因此,不同系统具有不同的属性和规律。

通信系统的任务是传输信息(如语言、文字、图像、数据、指令等)。为了便于传输,先由转换设备将所传信息按一定规律变换为相对应的信号(如电信号、光信号,它们通常是随时间变化的电流、电压或光强等),经过适当的信道(即信号传输的通道,如传输线、电缆、空间、光纤、光缆等),将信号传送到接收方,再转换为声音、文字、图像等。通信设备中的滤波器可以看成是一个简单系统,而由同步卫星和地面站等构成的通信系统则是一个庞大的复合系统。

工业企业常采用微机控制的过程控制系统,用以随时检测、调节或控制工艺流程的各种参数(温度、压力、流量等),保证设备正常运转,生产合格产品。

商业企业将产品的产量(或进货量)与库存、销售速率等的关系看成经济系统,以研究如何根据市场销售的状况调节生产(或进货)速度,使产品既不脱销又不积压,节省资金提高效益。

生态学家将生物种群(如细菌、害虫、鱼类等)的数量与有关制约因素(如药物、捕捞等)之间的关系看作生态系统,用以研究药物效能、生物资源开发以及不同种群之间相互依存、相互竞争的关系等。

在分析属性各异各类系统时,常常抽去具体系统物理的或社会的含义而把它抽象化为理想化的模型,将系统中运动、变化的各种量(如电压、电流、光强、力、位移、生物数量等)统称为信号,宏观地研究信号作用于系统的运动变化规律,揭示系统的一般性能,而不关心它内部的各种细节。

信号是信息的一种表示方式,通过信号传递信息。信号的概念与系统的概念是紧密相连的。信号在系统中按一定规律运动、变化,系统在输入信号的驱动下对它进行“加工”、“处理”并发送

输出信号,如图 1.1-1 所示。输入信号常称为激励,输出信号常称为响应。

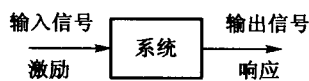


图 1.1-1 信号与系统

在电子系统中,系统通常是电子线路,信号通常是随时间变化的电压或电流(有时可能是电荷或磁通)。从数学观点考虑,这类信号是独立变量 t 的函数 $f(t)$ 。在光学成像系统(如照相机)中,系统由透镜组成,信号是分布于空间各点的灰度,它是二维空间坐标 x, y 的函数。如果图像信号是运动的,则可表示为空间坐标 x, y 和时间 t 的函数 $f(x, y, t)$ 。信号是一个独立变量的函数时,称为一维信号,如果信号是 n 个独立变量的函数,就称为 n 维信号。本书只讨论一维信号。

信号理论和系统理论涉及范围广泛,内容十分丰富。信号理论包括:信号分析、信号传输、信号处理和信号综合;系统理论包括:系统分析和系统综合。信号分析主要讨论信号的表示、信号的性质等;系统分析主要研究对于给定的系统(它也是信号的变换器或处理器),在输入信号(激励)的作用下产生的输出信号(响应)。信号分析与系统分析之间关系紧密又各有侧重,前者侧重于信号的解析表示、性质、特征等,后者则着眼于系统的特性、功能等。

一般而言,信号分析和系统分析是信号传输、信号处理、信号综合及系统综合的共同理论基础。本书主要研究信号分析和系统分析的基本概念和基本分析方法,以便为读者进一步学习、研究有关网络理论、通信理论、控制理论、信号处理和信号检测理论等打下基础。

§ 1.2 信 号

信号常可表示为时间函数(或序列),该函数的图像称为信号的波形。在讨论信号的有关问题时,“信号”与“函数(或序列)”两个词常互相通用。

如果信号可以用一个确定的时间函数(或序列)表示,就称其为确定信号(或规则信号)。当给定某一时刻值时,这种信号有确定的数值。

实际上,由于种种原因,在信号传输过程中存在着某些“不确定性”或“不可预知性”。譬如,在通信系统中,收信者在收到所传送的消息之前,对信息源所发出的消息总是不可能完全知道的,否则通信就没有意义了。此外,信号在传输和处理的各个环节中不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,使信号失真(畸变),而这些干扰和噪声的情况总是不可能完全知道的。这类“不确定性”或“不可预知性”统称为随机性。因此,严格来说,在实践中经常遇到的信号一般都是随机信号。研究随机信号要用概率、统计的观点和方法。虽然如此,研究确定信号仍是十分重要的,这是因为它是一种理想化的模型,不仅适用于工程应用,也是研究随机信号的重要基础。本书只讨论确定信号。

一、连续信号和离散信号

根据信号定义域的特点可分为连续时间信号和离散时间信号。

连续时间信号

在连续时间范围内($-\infty < t < \infty$)有定义的信号称为连续时间信号,简称连续信号。这里“连续”是指函数的定义域——时间(或其他量)是连续的,至于信号的值域可以是连续的,也可以不是。图 1.2-1(a)中的信号

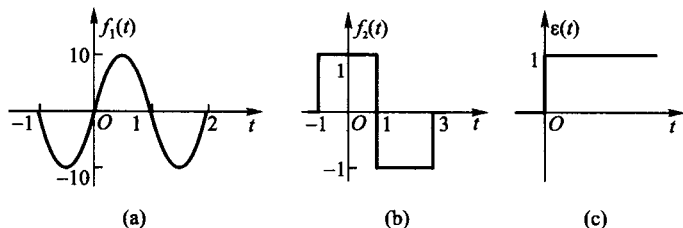


图 1.2-1 连续时间信号

$$f_1(t) = 10\sin(\pi t), \quad -\infty < t < \infty$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 和值域 $[-10, 10]$ 都是连续的。图 1.2-1(b)中的信号

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ 1, & -1 < t < 1 \\ -1, & 1 < t < 3 \\ 0, & t > 3 \end{cases} \quad (1.2-1)$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 是连续的,但其函数值只取 $-1, 0, 1$ 三个离散的数值。

信号 $f_2(t)$ 在 $t = -1, t = 1$ 和 $t = 3$ 处有间断点,一般可不定义间断点处的函数值,如式(1.2-1)所示。为了使函数定义更加完整,此处规定,若函数 $f(t)$ 在 $t = t_0$ 处有间断点,则函数在该点的值等于其左极限 $f(t_{0-})$ 与右极限 $f(t_{0+})$ 之和的 $\frac{1}{2}$,即

$$f(t_0) = \frac{1}{2}[f(t_{0-}) + f(t_{0+})] \quad (1.2-2)$$

式中 $f(t_{0-}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(t_0 - \varepsilon)$, $f(t_{0+}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(t_0 + \varepsilon)$ 。这样,信号在定义域 $(-\infty, \infty)$ 均有确定的函数值。图 1.2-1(c)所示的单位阶跃函数定义为

$$\varepsilon(t) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2}, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (1.2-3)$$

离散时间信号

仅在一些离散的瞬间才有定义的信号称为离散时间信号,简称离散信号。这里“离散”是指信号的定义域——时间(或其他量)是离散的,它只取某些规定的值。如果信号的自变量是时间 t ,那么离散信号是定义在一些离散时刻 $t_k (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ 的信号,在其余时间,不予定义。时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 可以是常数,也可以随 k 而变化。本书只讨论 T_k 等于常数的情况。若令相继时刻 t_{k+1} 与 t_k 之间的间隔为常数 T ,则离散信号只在均匀离散时刻 $t = \dots, -2T, -T, 0, T, 2T, \dots$ 时有定义,它可表示为 $f(kT)$ 。为了简便,不妨把 $f(kT)$ 简记为 $f(k)$ 。这样的离散信号也常称为序列。

序列 $f(k)$ 的数学表达式可以写成闭合形式,也可逐个列出 $f(k)$ 的值。通常把对应某序号 m

* 符号 $\stackrel{\text{def}}{=}$ …可读作“定义为…”或“按定义等于…”。

的序列值称为第 m 个样点的“样值”。图 1.2-2(a) 中的信号为

$$f_1(k) = \begin{cases} 0, & k < -1 \\ 1, & k = -1 \\ 2, & k = 0 \\ 0.5, & k = 1 \\ -1, & k = 2 \\ 0, & k > 2 \end{cases}$$

列出了每个样点的值。为了简化表达方式,信号 $f_1(k)$ 也可表示为

$$f_1(k) = \{0, 1, 2, 0.5, -1, 0\}$$

↑

序列中数字 2 下面的箭头 ↑ 表示与 $k=0$ 相对应,左右两边依次是 k 取负整数和 k 取正整数时相对应的 $f_1(k)$ 值。图 1.2-2(b) 所示为单边指数序列,以闭合形式表示为

$$f_2(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ e^{-\alpha k}, & k \geq 0, \alpha > 0 \end{cases} \quad (1.2-4)$$

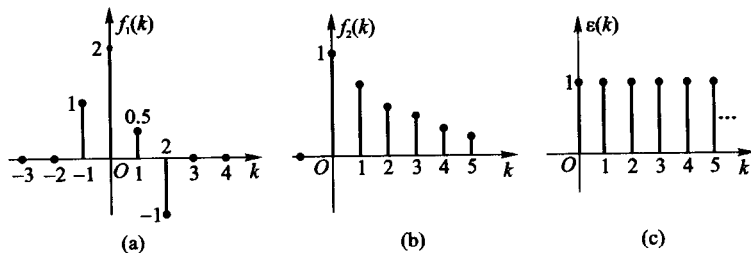


图 1.2-2 离散时间信号

对于不同的 α , 其值域 $[0, 1]$ 是连续的。与连续信号 $e(t)$ 相对应,离散时间信号

$$e(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ 1, & k \geq 0 \end{cases} \quad (1.2-5)$$

称为单位阶跃序列,如图 1.2-2(c) 所示,其值域只有 0、1 两个数值。

如上所述,信号的自变量(时间或其他量)的取值可以是连续的或离散的,信号的幅值(函数值或序列值)也可以是连续的或离散的。时间和幅值均为连续的信号称为模拟信号,时间和幅值均为离散的信号,称为数字信号。在实际应用中,连续信号与模拟信号两个词常常不予区分,离散信号与数字信号两个词也常互相通用。

二、周期信号和非周期信号

周期信号是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间,每隔一定时间 T (或整数 N),按相同规律重复变化的信号,如图 1.2-3 所示。

连续周期信号可表示为

$$f(t) = f(t + mT), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.2-6)$$

离散周期信号可表示为

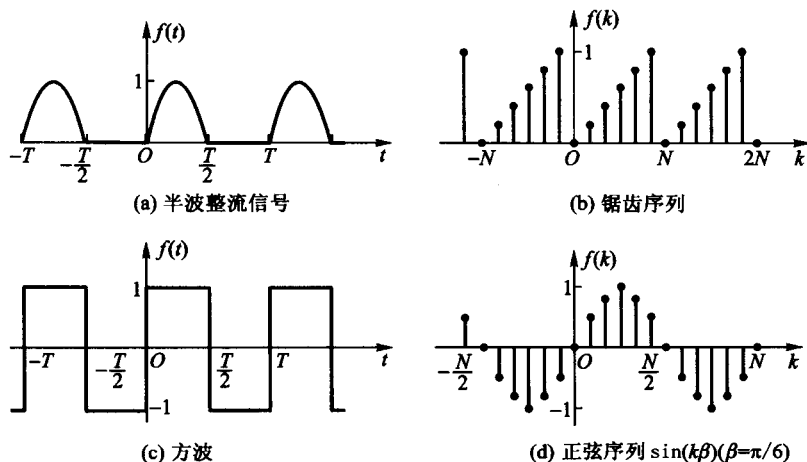


图 1.2-3 周期信号

$$f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.2-7)$$

满足以上关系式的最小 T (或 N) 值称为该信号的重复周期, 简称周期。只要给出周期信号在任一周期内的函数式或波形, 便可确知它在任一时刻的值。不具有周期性的信号称为非周期信号。

对于正弦序列 (或余弦序列)

$$\begin{aligned} f(k) &= \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi) \\ &= \sin\left[\beta\left(k + m\frac{2\pi}{\beta}\right)\right] \\ &= \sin[\beta(k + mN)], m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

式中 β 称为正弦序列的数字角频率 (或角频率), 单位为 rad。由上式可见, 仅当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为整数时, 正弦序列才具有周期 $N = \frac{2\pi}{\beta}$ 。图 1.2-3(d) 画出了 $\beta = \frac{\pi}{6}$, 周期 $N = 12$ 的情形, 它每经过 12 个单位循环一次。当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为有理数时 (例如 $\frac{2\pi}{\beta} = \frac{N}{M}$, N 和 M 均为无公因子的整数), 正弦序列仍具有周期性, 但其周期 $N = M\frac{2\pi}{\beta}$ 。当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为无理数时, 该序列不具有周期性, 但其样值的包络线仍为正弦函数。

例 1.2-1 判别下列各序列是否为周期性的, 如果是周期性的, 确定其周期。

$$(1) f_1(k) = \sin\left(\frac{\pi}{7}k + \frac{\pi}{6}\right) \quad (2) f_2(k) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}k + \frac{\pi}{12}\right) \quad (3) f_3(k) = \cos\left(\frac{1}{5}k + \frac{\pi}{3}\right)$$

解

$$(1) \beta_1 = \frac{\pi}{7}, \frac{2\pi}{\beta_1} = 14$$

故 $f_1(k)$ 是周期序列, 其周期 $N_1 = 14$ 。

$$(2) \beta_2 = \frac{5\pi}{6}, \frac{2\pi}{\beta_2} = \frac{12}{5} = \frac{N_2}{M}$$

由于 $\frac{2\pi}{\beta_2}$ 为有理数, 故 $f_2(k)$ 是周期序列。由于 N_2 与 M 为无公因子整数, 故其周期 $N_2 = 12$ 。

(3) $\beta_3 = \frac{1}{5}, \frac{2\pi}{\beta_3} = 10\pi$ 为无理数, 故 $f_3(k)$ 不是周期序列。

三、实信号和复信号

物理可实现的信号常常是时间 t (或 k) 的实函数 (或序列), 其在各时刻的函数 (或序列) 值为实数, 例如单边指数信号、正弦信号 (正弦与余弦信号二者相位相差 $\frac{\pi}{2}$, 统称为正弦信号) 等, 称为实信号。

函数 (或序列) 值为复数的信号称为复信号, 最常用的是复指数信号。连续信号的复指数信号可表示为

$$f(t) = e^{st}, \quad -\infty < t < \infty \quad (1.2-8)$$

式中复变量 $s = \sigma + j\omega$, σ 是 s 的实部, 记作 $\text{Re}[s]$, ω 是 s 的虚部, 记作 $\text{Im}[s]$ 。根据欧拉公式, 上式可展开为

$$f(t) = e^{(\sigma+j\omega)t} = e^{\sigma t} \cos(\omega t) + je^{\sigma t} \sin(\omega t) \quad (1.2-9)$$

可见, 一个复指数信号可分解为实、虚两部分, 即

$$\text{Re}[f(t)] = e^{\sigma t} \cos(\omega t) \quad (1.2-10a)$$

$$\text{Im}[f(t)] = e^{\sigma t} \sin(\omega t) \quad (1.2-10b)$$

两者均为实信号, 而且是频率相同、振幅随时间变化的正 (余) 弦振荡。 s 的实部 σ 表征了该信号振幅随时间变化的状况, 其虚部 ω 表征了其振荡角频率。若 $\sigma > 0$, 它们是增幅振荡; 若 $\sigma < 0$, 则是衰减振荡; 当 $\sigma = 0$, 是等幅振荡。图 1.2-4 画出了 σ 三种不同取值时, 实部信号 $\text{Re}[f(t)]$ 的波形。信号 $\text{Im}[f(t)]$ 的波形与 $\text{Re}[f(t)]$ 的波形相似, 只是相位相差 $\frac{\pi}{2}$ 。当 $\omega = 0$ 时, 复指数信号就成为实指数信号 $e^{\sigma t}$ 。如果 $\sigma = \omega = 0$, 则 $f(t) = 1$, 这时就成为直流信号。可见, 复指数信号概括了许多常用信号。复指数信号的重要特性之一是它对时间的导数和积分仍然是复指数信号。

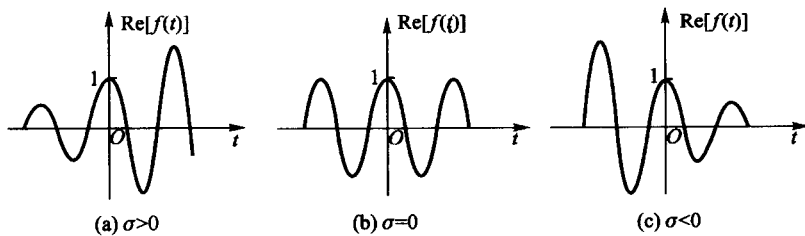


图 1.2-4 复指数函数的实部 $e^{\sigma t} \cos(\omega t)$

离散时间的复指数序列可表示为

$$f(k) = e^{(\alpha+j\beta)k} = e^{\alpha k} e^{j\beta k} \quad (1.2-11)$$

令 $a = e^{\alpha}$, 上式可展开为

$$f(k) = a^k \cos(\beta k) + ja^k \sin(\beta k) \quad (1.2-12)$$

其实部、虚部分别为

$$\operatorname{Re}[f(k)] = a^k \cos(\beta k) \quad (1.2-13a)$$

$$\operatorname{Im}[f(k)] = a^k \sin(\beta k) \quad (1.2-13b)$$

可见,复指数序列的实部和虚部均为幅值随 k 变化的正(余)弦序列。式 1.2-13 中 a ($a = e^\alpha$) 反映了信号振幅随 k 变化的状况,而 β 是振荡角频率。若 $a > 1$ ($\alpha > 0$), 它们是幅度增长的正(余)弦序列;若 $a < 1$ ($\alpha < 0$), 则是衰减的正(余)弦序列;若 $a = 1$ ($\alpha = 0$), 是等幅的正(余)弦序列。图 1.2-5 画出了 a 的三种不同取值时,复指数序列实部的波形,其中 $\beta = \frac{\pi}{4}$ 。若 $\beta = 0$, 它就成为实指数序列 a^k ($e^{\alpha k}$)。

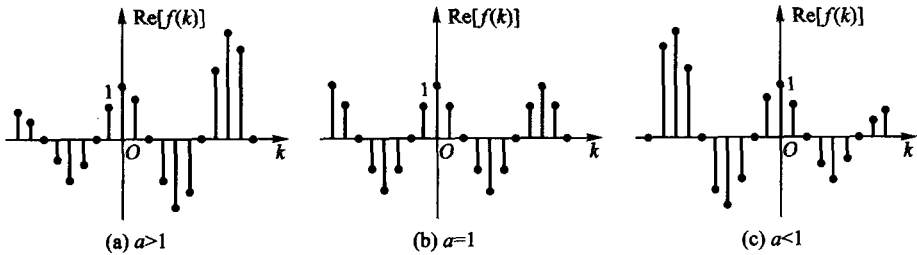


图 1.2-5 复指数序列的实部 $a^k \cos(\beta k)$ ($\beta = \frac{\pi}{4}$)

四、能量信号和功率信号

为了知道信号能量或功率的特性,常常研究信号(电压或电流)在单位电阻上的能量或功率,亦称为归一化能量或功率。信号 $f(t)$ 在单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在区间 $-a < t < a$ 的能量为

$$\int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$$

在区间 $-a < t < a$ 的平均功率为

$$\frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$$

信号能量定义为在区间 $(-\infty, \infty)$ 中信号 $f(t)$ 的能量,用字母 E 表示,即

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad (1.2-14)$$

信号功率定义为在区间 $(-\infty, \infty)$ 中信号 $f(t)$ 的平均功率,用字母 P 表示,即

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad (1.2-15)$$

若信号 $f(t)$ 的能量有界(即 $0 < E < \infty$, 这时 $P = 0$), 则称其为能量有限信号,简称为能量信号。若信号 $f(t)$ 的功率有界(即 $0 < P < \infty$, 这时 $E = \infty$), 则称其为功率有限信号,简称功率信号。仅在有限时间区间不为零的信号是能量信号,譬如图 1.2-1(b)中的 $f_2(t)$ 、单个矩形脉冲等,这些信号的平均功率为零,因此只能从能量的角度去考察。直流信号、周期信号、阶跃信号都是功率信号,它们的能量为无限,只能从功率的角度去考察。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号,但有少数信号既不是能量信号也不是功率信号,譬如 e^{-t} 。