

W. H. HAYT, Jr. **ENGINEERING  
ELECTROMAGNETICS**

*Second Edition*

工程電磁學

上冊 謝華孫譯



東華書局印行

# 工程電磁學

上 冊

著 者

WILLIAM H. HAYT, Jr.

譯 者

謝 華 孫 博 士

東華書局印行



---

**版權所有・翻印必究**

中華民國六十二年一月 初版

中華民國六十四年十月二版

大專  
用書 工程電磁學 (全二冊)

上冊 定價新台幣五十元整

(外埠酌加運費櫃費)

編著者	William H. Hayt, Jr.
發行人	卓 鑫 森
譯者	謝 華 孫
出版者	臺灣東華書局股份有限公司 臺北市博愛路一〇五號
印刷者	臺灣東華書局股份有限公司 臺北市峨眉街一〇五號

---

內政部登記證 內版臺業字第一〇三一號  
(61070)

# 序

雖然大多數電機工程的課程是從電路與磁路的研討開始的,但是現在已經被大家所公認了在課程的安排上下一個值得注意的則是較為基本的電場與磁場理論。對於電路觀念的一些認識以及微積分方面的知識使我們能在三年級來講場的理論,它是由馬克士威爾方程式開始的,再說明一些近似關係而導致電路理論。

這本書是以馬克士威爾方程式為中心主題的。這些方程式是從歷史觀點導出來的,其中幾條實驗定律逐個地被引入,同時以漸漸地增加的向量微積分的知識為幫助來運算它們。在遇到馬克士威爾方程式時就加以點明,即使是在被應用到靜態場上也一樣,所以當整個理論最後被導完時就會有種頗有成就之感。這些方程式的幾項應用則說明在隨後的各節中,包括波動、表皮效應、輸送線現象、電路理論、以及輻射。

本教材比一學期的課所需要的多。依照教學的程度而定,也許可以將關於實驗圖畫法、拉普拉氏方程式的解、馬克士威爾方程式的應用、以及輸送線各章中的一部份略去比較合適。

這本書寫的時候的目標是要盡量使它容易到學生能自己教自己讀。為了達到這目的起見我們在每一章以內以及各章之間小心地應用一種漸漸增加的程度,並且提供許多例子以便說明並應用每一個基本的結果,同時在可能的地方援用數值例題,還包括很多個練習題,它們的數值答案都已給了,並且避免涉及太多的解析幾何或用它來仔細地解釋場的觀念。

比較難的題材被放在各章末了或者放在這問題的一個階段的末了處。程度稍差的學生不能像較好的學生一樣地吸收同樣多的材料,就會被

每章開始處較爲基本的材料所吸引。由於下一章的講題不一定是基於前一章最深的那部份上的，他就可以從他那稍差但仍合用的基礎上再從新開始。而較深的講材則爲較好的學生提供必要的挑戰。

凡是介紹了一個公式或一條定律的各節末了處大多數都有練習題，只要它們能被表示成一個習題的形式。每個練習題都有三個一般性質相似的部份。各章末了處的題目則比較難，也比較有趣，但是沒有給答案。每章中除去一、二個題目要學生參考專門性的文章或別的書以即使他們對圖書館能略爲熟悉一點以外，別的題目都是依着書中相當的教材的次序而列的。

第一版的大部份目標在這新版中仍屬有效，不過九年的應用使許多學生和同事提議若干增減與改變；甚至著者本人也貢獻了一些建議。

第二版中所有習題都是新的，並爲變化起見多了許多。書中用的單位和簡寫是國際單位系統的，由國家標準局在 1964 年採納的。電流密度 ( $\mathbf{J}$ ) 和表面電流密度 ( $\mathbf{K}$ ) 也用了比較標準的符號。

爲參考方便起見，幾種坐標系統內重要的向量微積分關係式被印在書的封底裡側，同時各章末了處的參考資料也被加添改新了。

材料方面日益增加的重要性使我們必須將第五及第九章內關於導體、電介質、以及磁性材料的討論全部重寫並擴充。最初對電場和磁場的討論也被修改成完全是限於在自由空間內的情形。

關於流線、線積分、帕桑方程式對晶態儀器的應用，標量磁位，磁路、電感、在動導體的法拉第定律、均勻的平面波、反射及電壓駐波比、輸送線、共振穴的等效路、以及附錄 B 中國際單位系統等方面的新材料也都被包括在內。

被略去的計有第六章中的遲緩法，以及關於電磁場中的帶電質點那章。第二章和第三章中幾個重複且次要的例子也被略去了，這是針對今天的準備得好得多的電機工程方面的大學部學生而爲的。

著者衷心感激普渡大學的 W. L. Weeks 教授對全部原稿的徹底

審閱。R. J. Schwartz 和 L. F. Silva 二教授分別對第五和第九章作了十分有價值的建議。許多無名的審閱者對這一版建議了好些改進（還有好多無法被納入這本原來要當作一學期用的課本中）。最後，全國各處的許多讀者們來信指出了錯誤及不妥當的說法。這些均深被感謝，著者同時還歡迎新的一代讀者們批評。

威廉·海特第二

（William H. Hayt, Jr）

# 工程電磁學 ( 上冊 )

## 目 錄

第一章 向量分析	1
1. 標量與向量	2
2. 向量代數	3
3. 卡迪遜坐標系統	5
4. 向量的分量和單位向量	8
5. 向量場	11
6. 點乘積	12
7. 叉乘積	15
8. 別種坐標系統：圓柱坐標	18
9. 球形坐標系統	21
10. 坐標系統之間的變換	24
第二章 庫倫定律和電場強度	37
1. 庫倫的實驗定律	38
2. 電場強度	42
3. $n$ 個點電荷的電場	45
4. 一個連續的體積電荷分佈所引起的電場	47
5. 一根線電荷的電場	51
6. 一頁電荷的電場	57
7. 流線以及電場的素描	60

第三章 電通量密度，高斯定律，及發散度	69
1. 電通量密度	69
2. 高斯定律	74
3. 高斯定律的應用：幾種對稱的電荷分佈	80
4. 高斯定律的應用：微小體積單元	86
5. 發散度	90
6. 馬克士威爾的第一式（靜電學）	94
7. 向量運算素 $\nabla$ 以及發散定律	97
第四章 能量與電位	107
1. 在電場中移動一個點電荷時所化的能量	108
2. 線積分	110
3. 位差及位能的定義	117
4. 一個點電荷的位場	121
5. 電荷系統的位場：守恒性質	124
6. 電位梯度	129
7. 偶極	137
8. 靜電場中的能量密度	141
第五章 導體、介電質、及電容	153
1. 電流及電流密度	153
2. 電流的連續性	156
3. 金屬導體	158
4. 導體的性質	164
5. 半導體	169
6. 介電材料的本質	170



7. 完好的介電材料的邊際條件	179
8. 電容	187
9. 幾個電容的例子	191
10. 多介質電容器	198
<b>第六章 實驗映法</b>	<b>207</b>
1. 曲線方塊	208
2. 實際模型	216
3. 電流的類比性	220
4. 流體流動圖	223
5. 重複法	224
<b>第七章 帕桑及拉普拉氏方程式</b>	<b>239</b>
1. 帕桑及拉普拉氏方程式	239
2. 獨一性定理	243
3. 拉普拉氏方程式解答的例子	246
4. 帕桑方程式的解答的例題	256
5. 拉普拉氏方程式的乘解	262
<b>附錄A 向量分析</b>	<b>281-286</b>
§A.1 一般曲線坐標	281-282
§A.2 在一般坐標系統中的的發散度、梯度、及旋度	282-285
§A.3 向量恒等式	285-286
<b>附錄B 因次與單位</b>	<b>287-294</b>
<b>附錄C 材料常數</b>	<b>295-296</b>

## 第一章 向量分析

向量分析是數學上的一個項目，由數學家來教它會比工程師教得好得多。然而大多數工學院的三、四年級學生都不曾有時間（或企圖）來選一門向量分析的課，雖然基本的向量觀念及運算很可能已經在早期的數學課程中被介紹過了。這些基本觀念和運算在這章中將會講到，同時撥給它們的時間則要依過去所知而定。

這裡所採的觀點也是工程師或物理學者的而非數學家們的，因為證明都是指出而非嚴格地考證的同時物理上的解釋則被加以強調。對於一位工程師而言，在知道了一些物理方面的現象及應用之後再去在數學系中讀一門較為嚴密且完整的課時會容易得多。

研讀電學和磁學而不用到向量分析是可能的，同時有些工程方面的學生也許在早先一些電機工程或者基本物理課程中已經這樣做了。然而，若是將這初步的工作再向前推進一步的話很快地就會導致一些很長的式子而其中的各項看來差不多都是一樣的。很快地看一眼這種長式子時對於這方程式的物理本質知曉得將非常少，甚至會將老朋友都忽視過去了。

向量分析是一種數學上的縮寫法。它有一些新的符號，一些新的規則，同時像大多數新的學問一樣地這兒一個陷阱，那兒一個陷阱，是以它要求集中注意力並且要練習。練習用的習題，最初在第 1.4 節的末了處會碰到，應當被認為是全書的一個整體的一部份而且每一題都應當做。如果書中有關各節的教材都已經徹底地懂了的的話，這些題目應當是不難的。這樣來“讀”這一章會需要稍長的時間，但是時

間上的這一投資將會產生驚人的利息！

### 1.1 標量與向量

標量 (scalar) (或稱為無向量) 這名詞是指只有大小的一個量。我們的基本代數中用的  $x$ ,  $y$ , 和  $z$  都是標量, 同時它們所代表的各個量也都是標量。如果我們談到一個物體在時間  $t$  內落下了距離  $L$ , 或者說在一碗湯中坐標為  $x$ ,  $y$ , 及  $z$  的任一點的溫度  $T$  的話, 則  $L$ ,  $t$ ,  $T$ ,  $x$ ,  $y$ , 以及  $z$  全都是標量。其它標量式的量有質量、密度、壓力 (但不是力)、體積、和體積阻抗等。電壓也是一個無向量, 雖然一個弦式電壓的複數表示法——一種人為的方法——會產生一個複數式標量 (complex scalar) 或相量 (phasor)。

一個向量 (vector) 是同時具有大小和在空間的方向的一個量。我們將只考慮二維的和三維的空間, 然而在更深的應用方面向量是可以被規定在  $n$  維的空間內的。力、速度、加速度、以及從儲電池的正端到它的負端的一條線都是向量的例子。每一個量是同時以一個大小以及一個方向來表示的。

我們主要考慮的將是標量和向量場 (field)。一個場 (標量或向量的) 在數學上可以被定為接連一個任定的原點與空間一個普通的點的向量的某一個函數。通常我們發現能將一些物理效應和一個場締結在一起, 例如在地球磁場中羅盤指針上所受的力, 或者在空間某一區內的空氣的向量速度所定的場中的烟粒的運動。注意: 場的觀念一定是和一個區域相關聯的。有些量是在一個區域內的每一點上都被規定了的。標量場 (scalar fields) 和向量場 (vector fields) 二者都存在的。一碗湯內各處的溫度以及地球內任何一點的密度都是標量場的例子, 因為一個無向量在一個已定區域內每一點上都有某個確定的值, 這個值一般而言是隨着位置 and 時間二者而變的。地球的重

力場和磁場、電線上電壓的梯度、以及鎵鐵尖端溫度的梯度則是向量場的例子。

在這本書裡，像用到向量記號的大多數別的書一樣，向量將用粗體來表示，例如  $\mathbf{A}$ 。標量則是以斜寫體來印的，例如  $A$ ，同時也沒有一定的符號。在用手寫或者用打字機的時候習慣上是在向量的那個量上面畫一條線或者一個箭頭來表示它的向量特性。（注意：這是第一個陷阱。記號不嚴密，例如略去向量符號上的線或箭頭，是向量分析中的錯誤的一大原因。）

## 1.2 向量代數

說完了向量以及向量場的定義之後，我們現在可以進而規定向量算術、向量代數、以及（以後）向量微積分的各項規則。有些規則會和無向量代數的很像，有些略為不同，有些則是完全新的而且奇怪的。這是可以想到的因為一個向量所代表的資料比一個無向量要多，因此譬如二個向量的乘法就會比二個無向量的乘法要複雜得多。

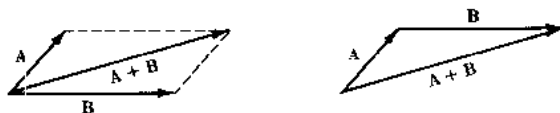


圖 1.1 二個向量可以用圖解法加起來，或者是從一個共同的原點畫出這二個向量再完成平行四邊形，或者從第一個向量的頭上開始畫第二個向量再完成這三角形；這二種方法中的任何一個都可以很容易地被擴充到三個或更多個向量上。

這些規則是屬於數學的一支的而後者是已經被堅定地建立了的。每一個人“依同樣的規則來玩”，而我們當然只是要看看同時解釋這些規則。然而將我們自己當作這一方面的創始者來看待是很有啟發作

#### 4 工程電磁學

用的。我們是在制定我們自己的規則，同時我們可以制定任何我們想要的規則。唯一的要求是這些規則必須是自行符合的。當然，如果在可能的地方這些規則能與標量代數的相同將是很好的，如果這些規則能讓我們解決幾個實用的問題則將更好了。

我們可不能掉入“代數崇拜”的陷阱中而相信大學代數的規則是在創世紀的時候就天降於人類的。這些規則只不過是自相符合而且極其有用的。但是還有別的比較不這末熟悉的代數用的是極為不同的規則。在步林代數中  $AB$  這乘積只可以是壹或者零。向量代數有它自己的一組規則，我們必須隨時防備比較熟悉的標量代數的規則加到我們腦子上的壓力。

向量的加法依據平行四邊形定律，而這可以很容易地（即使不十分準確地）用圖解法來完成。圖 1.1 所示是二個向量  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{B}$  之和。很容易看出來  $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$ ，或者說向量的加法遵守交換律。向量的加法也遵守結合律，

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

同平面的（coplanar）各向量，或者位於一個共同的平面內的各向量，例如圖 1.1 所示的那些它們二者都在紙張的平面內，也可以藉着將每個向量表示成“水平的”與“垂直的”分量再將各個對應的分量相加而加起來。

三維內的各向量也可以同樣地藉着將這些向量表示成三個分量再將各個對應的分量相加而得以加起來。這個加法過程的例子將在第 1.4 節討論過了向量的分量之後再提出。

向量減法的規則從加法規則上很容易地可以得出來，因為我們總可以將  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$  寫成  $\mathbf{A} + (-\mathbf{B})$ ；第二個向量的符號和方向都被反了過來，然後再根據向量相加的規則將這向量加到第一個上去。

向量可以被乘以標量。向量的大小會改變，但是當標量是正的時

候向量的方向就不變，然而在乘以一個負的標量時它的方向就反過來。一個向量被乘以一個標量時也遵守代數上的結合律與分配律而得到

$$(r + s)(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = r(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + s(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = r\mathbf{A} + r\mathbf{B} + s\mathbf{A} + s\mathbf{B}$$

一個向量除以一个標量時只不過是乘以這標量的倒數而已。

一個向量乘以一個向量的規則將在下面第 1.6 節和第 1.7 節中談到。

二個向量被說是相等的如果它們的差是零，或者說，如果  $\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{0}$  則  $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ 。

在我們對於向量場的應用中我們將一直是將規定在同一點的各向量相加或相減。舉例而言，一個小的馬蹄形磁鐵周圍的總磁場將被證實為地球和這永久磁鐵所生磁場之和；在任何一點處的總磁場將是在這一點的各個磁場的和。

但是如果我們不是在考慮一個向量場，我們就可以將不是規定在同一點上的各向量相加或相減。舉例而言，作用在位於北極處的一個 150 磅力的人身上的重力和作用在位於南極處的 175 磅力的人身上的重力之和，可以將各個力的向量在相加前先都移到南極然後再求出來。合力是一個在南極而指向地球中心的 25 磅力的力；如果我們要說得困難一點我們照樣地可以將這力形容為一個在北極處指向離地球中心的（或“朝上的”）25 磅力。\*

### 1.3 卡迪遜坐標系統

爲了要準確地描述一個向量，一些確定的長度、方向、角度、投

\* 有人提出這力也可以被形容爲是在赤道處向“北方”的，他是對的，但是夠了就夠了。

## 6 工程電磁學

影、或分量必須被指出來。有三項簡單的方法可以做到這點，同時還有八種或十種別的方法它們在非常特殊的情形下是很有用的。我們只將用到三種簡單的方法、而這些之中的最簡單的一個是卡迪遜（cartesian），或者直角（rectangular）坐標系統（coordinate system）。

在卡迪遜坐標系統中我們規定三個互成直角的坐標軸，而稱它們為  $x$ ， $y$ ，以及  $z$  軸。習慣上是選一個右手式（right-handed）的坐標系統，其中將  $x$  軸轉（經過較小的那個角）到  $y$  軸時將會使右旋螺絲在  $z$  方向上前進。所以用右手時，姆指、食指、及中指就可以分別被認為  $x$ ， $y$ ，及  $z$  軸。圖 1.2 所示是一個右手式的卡迪遜坐標系統。

一個點的位置是藉着指出它的  $x$ ， $y$ ，及  $z$  坐標而定的。這些坐標分別是從原點到由這點垂直落到  $x$ ， $y$ ，及  $z$  各軸的交點之間的距離。解釋坐標值的另外一種方法，同時也是一種方法它相當於在所有別的坐標系統中必須用到的，就是將這個點當作是在  $x = \text{定值}$ 、 $y = \text{定值}$ 、以及  $z = \text{定值}$  的三個平面的共同交點處的，而這些定值就是這個點的坐標值。

圖 1.2 (b) 所示是  $P$  和  $Q$  二個點，它們的坐標分別為  $(1, 2, 3)$  和  $(2, -2, 1)$ 。所以  $P$  點的位置是在  $x = 1$ ， $y = 2$ ，以及  $z = 3$  的各平面的共同交點處而  $Q$  點則位於  $x = 2$ ， $y = -2$ ，以及  $z = 1$  的各平面的交點上。

當我們在第 1.8 節和 1.9 節中遇到別的坐標系統時我們應當預期各個點是位於三個表面——不一定是平面但是在交界處仍是互相垂直的——的共同交點處。

如果我們想像三個平面交在一個一般性的點  $P$  處而它的坐標是  $x$ ， $y$ ，及  $z$  的話，我們可以將每一個坐標值增加一個微小的量而得到三個略為移動了一點的平面它們相交在  $P'$  點，後者的坐標是

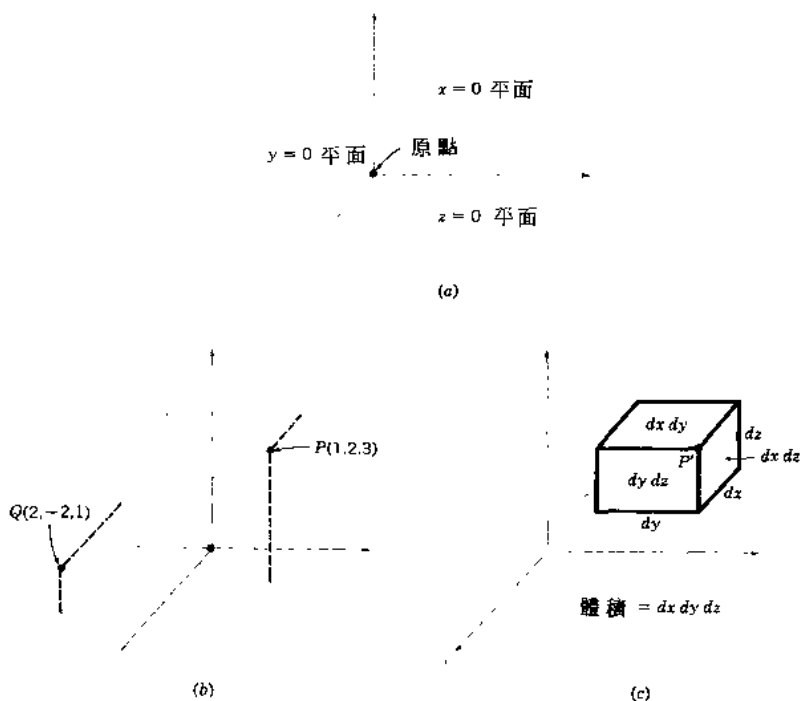


圖 1.2 (a)一個右手式的卡迪遜坐標系統如果右手彎的手指代表  $x$  軸被轉到與  $y$  軸重合的方向的話，姆指就代表  $z$  軸的方向。(b)  $P(1, 2, 3)$  和  $Q(2, -2, 1)$  二點的位置。(c) 卡迪遜坐標中微分體積單元；一般而言， $dx, dy,$  及  $dz$  是獨立的微分。

$x + dx$ ， $y + dy$ ，及  $z + dz$ 。這六個平面規定一個矩形的平行六面體它的體積是  $dv = dx dy dz$ ；各表面所具備面積  $ds$  為  $dx dy$ ， $dy dz$ ，以及  $dz dx$ 。最後，從  $P$  到  $P'$  的距離  $dL$  是這平行



六面體的對角線，長度為  $\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$ 。這體積單元被畫在圖 1.2(c) 中， $P'$  點被指出來了，但是  $P$  點是在唯一看不見的那個角上。

所有這些由三角和立體幾何上說來都是很熟悉的，同時都只涉及標量而已。在下一節中我們將開始用一個坐標系統來描述向量。

## 1.4 向量的分量和單位向量

要在卡迪遜坐標系統中描述一個向量，讓我們首先考慮一個自原點向外延伸的向量  $\mathbf{r}$ 。鑑別這向量的一個合邏輯的方法是指出沿三個坐標軸的三個分量向量 (component vectors)，它們的向量和必須是已定的那個向量。如果向量  $\mathbf{r}$  的分量向量是  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ , 以及  $\mathbf{z}$ , 則  $\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}$ 。這些分量向量被畫在圖 1.3(a) 中。我們現在有三個而不是一個向量了，但是這樣已經進了一步了，因為這三個向量的本質是十分簡單的；每一個都永遠是朝着順一個坐標軸的方向的。

換句話說，各個分量向量都具有一個大小，它是依已知向量 (例如上面的  $\mathbf{r}$ ) 而定的，但是它們每一個的方向都是一定且已經知道的。這就聯想到單位向量 (unit vector) 的應用，依定義，它的大小是 1，方向是沿坐標軸上坐標值增加的方向的。我們將要把  $\mathbf{a}$  這個符號保留給單位向量用，同時以一個恰當的足碼來標明單位向量的方向。因此， $\mathbf{a}_x$ ,  $\mathbf{a}_y$ , 和  $\mathbf{a}_z$  就是在卡迪遜坐標系統中的各個單位向量。<sup>\*</sup> 它們的方向分別沿着  $x$ ,  $y$ , 及  $z$  軸，如圖 1.3 b 所示。

如果分量  $\mathbf{y}$  的大小剛好是 2 個單位的，同時是朝  $y$  值增加的方向的，我們就應當寫成  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a}_y$ 。一個從原點指到  $P$  點 (1, 2, 3) 的向量  $\mathbf{r}_p$  是寫成  $\mathbf{r}_p = \mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y + 3\mathbf{a}_z$  的。從  $P$  到

<sup>\*</sup>  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  和  $\mathbf{k}$  這些符號也常被用來作為卡迪遜坐標中的單位向量。