力学习题析解

河南人民出版社

力学习题析解

张　戬　李鸿寅
赵　信　白丽妍

河南人民出版社

内 容 提 要

本书配合高中物理学中力学部分的教学，选择了一百八十道力学习题，通过对这些习题的分析与解答，加强学生对物理学基础知识的理解，培养学生分析问题、解答问题的能力。

本书可供高中学生和教师参考。

力学习题析解

张 戬 李鸿寅

赵 信 白丽妍

责任编辑 范敬儒

河南人民出版社出版

河南许昌地区印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米32开本 10.75印张 210千字

1981年5月第1版 1981年5月第1次印刷

印数：1—26,000册

统一书号 7105·156 定价 0.79 元

前　言

解物理习题，是学好中学物理的重要手段之一，也是培养学生分析问题、解决问题能力的一个极为重要的方面。学习物理首先会遇到大量的力学习题，力学又是学物理学其他部分的基础。但是，同学们对这一部分的习题往往感到特别困难，究其原因，主要是对物理概念的理解不深入、不透彻，因而遇题不会分析、求解，甚至茫茫然不知从何处入手。为了帮助同学们尽快克服这个困难，我们从大量的力学习题中，挑选了比较有代表性的一百八十例进行分析、求解和讨论。通过对这些习题的析解，一方面阐述力学中的基本概念，另一方面，更重要的是介绍分析问题和解决问题的思路。

编入本书的题目，一般分为分析、题解和讨论几个部分。分析部分主要是阐明物理概念，并且告诉读者求解本题的关键所在和思考路子。题目的解一般只介绍一种解题方法。讨论部分包括的内容有：对答案物理意义的讨论；解题中容易犯的错误和对犯错误的原因进行分析；介绍第二种解题方法等。

我们建议使用本书的读者，对每个习题，不要急于看题

解，可先把分析部分看看，然后试着自己动手做一做，实在解答不下去了，再去看解答部分。这样经过多次的锻炼，解题能力一定会有明显的提高。

物理习题，一般都有多种解法，本书以适合中学生水平的解法为主，部分题目在讨论中给出了第二种解法。我们所编选的大部分习题，适应于当前高中学生的水平，也有部分稍难一些的题目，但仍未超出中学物理教学大纲。

本书供高中学生课外参考，对中学教师也有一定的参考价值。

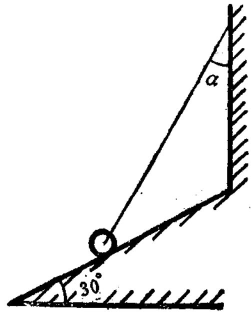
编　者

一九八〇年十一月

目　录

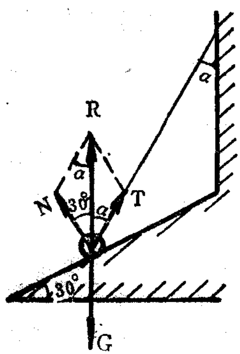
第一章 静力学

1-1 把重量 $G=60$ 千克的铁球系于绳子的一端。如图(a)那样支撑起来，若使斜面的正压力 N 与绳子的张力 T 相等，那么角 α 应该多大？此时 N 和 T 的数值等于多少？



题 1-1 图 (a)

【分析】 铁球处于平衡状态。因此，G、N、T 三力是平衡力。利用平衡力间的关系就可以求得 α、N、T 之值。



题 1-1 图 (b)

【解】 N、T 的合力 R 与 G 大小相等方向相反，如图 (b) 所示。根据正弦定理，有

$$\frac{T}{\sin 30^\circ}=\frac{N}{\sin\alpha}$$

$$=\frac{R}{\sin(180^\circ-30^\circ-\alpha)} \qquad (1)$$

$\because \quad T=N$

$\therefore \quad \sin\alpha=\sin 30^\circ$

$\alpha=30^\circ$

把α之值代入(1)式得

$$\frac{T}{\sin 30^\circ}=\frac{R}{\sin(180^\circ-30^\circ-30^\circ)}$$

$$\therefore \quad T=\frac{R}{\sin 120^\circ}\sin 30^\circ \tag{2}$$

已知：$R=G=60$千克

$$\sin 30^\circ=\frac{1}{2},\quad \sin 120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

代入(2)式得

$T=20\sqrt{3}$千克

$N=T=20\sqrt{3}$千克

【讨论】 解平衡力的问题，一般有两种方法，一种是几何法（或图解法），即按照合力为零的条件，用平行四边形法则，作出几何图形，然后根据几何关系求解，如本题的解法就是；另一种方法是解析法，即把物体所受的诸力，分别沿坐标轴分解为两个互相垂直的分量，由于合力为零，所以各个力的分量的代数和亦分别为零。下边用解析法求解本题。

如图(c)所示，取铁球所在点为坐标原点，沿斜面方向为x轴，垂直斜面方向为Y轴，把铁球所受的三个力：重力G，绳子的张力T和斜面的正压力N，分别分解为沿x轴方向

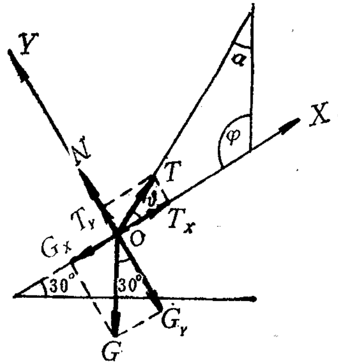
和沿Y轴方向的分量，因$N_X=0$，故有

$$\begin{cases}T_X-G_X=0\\N+T_Y-G_Y=0\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}T\cos\theta-G\sin30^\circ=0\\N+T\sin\theta-G\cos30^\circ=0\end{cases}$$

或



题 1-1 图 (c)

$$\begin{cases}T\cos\theta=\dfrac{1}{2}G & (3)\\[2ex] N+T\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}G & (4)\end{cases}$$

已知　$N=T$，所以(3)式被(4)式除可得

$$\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

即　$\sqrt{3}\cos\theta-1=\sin\theta$

上式两边平方，得

$$3\cos^2\theta-2\sqrt{3}\cos\theta+1=\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$$

即　$\cos\theta(2\cos\theta-\sqrt{3})=0$

由　$\cos\theta=0$　得 $\theta=90^\circ$　不合题意，舍去；

由　$2\cos\theta-\sqrt{3}=0$，得 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore\quad \theta=\begin{cases}30^\circ\\150^\circ\end{cases}$$

由图(c)可算出，$\varphi=120°$。所以θ必为锐角，$\theta=150°$舍去，最后得 $\theta=30°$

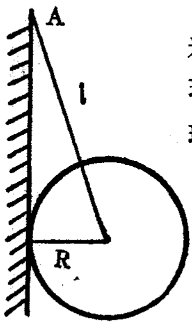
$\because\quad \varphi=90°+30°=120°$ 〔见图(c)〕

$\therefore\quad \alpha=180°-(\varphi+\theta)=30°$

把θ之值代入(3)式得

$$T=\frac{\frac{1}{2}G}{\cos\theta}=\frac{G}{\sqrt{3}}=20\sqrt{3}\text{（千克）}$$

$$N=T=20\sqrt{3}\text{（千克）}$$



题 1-2 图 (a)

1-2 如图(a)所示，一根长 $l=30$厘米的绳子，下面系一重 $G=400\sqrt{2}$克的球，把绳子的上端结在墙上的A点。已知球的半径$R=10$厘米，并假设球与墙壁间是光滑的。求绳子的张力T和墙壁受到的压力N'。

【分析】 选取小球为研究对象。小球处于平衡状态。因此，它受的力——重力G、绳子的张力T和墙对球的正压力N(N与N'互为作用力和反作用力）为平衡力，如图(b)所示。取球心为坐标原点O，水平方向为X轴，铅直方向为Y轴，把G、T、N分别分解为X方向和Y方向的两个分量，必然X方向和Y方向各分量的代数和为零。由此，即可求得T和N'之值。

【解】 由分析可知：G、T、N在X方向和Y方向上的

分量的代数和分别为零，故有

$$\begin{cases} N-T_X=0 \\ T_Y-G=0 \end{cases}$$

即

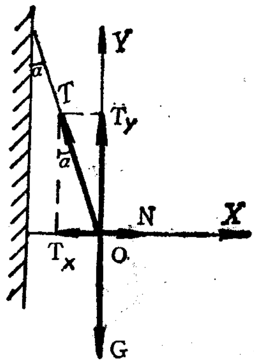
$$\begin{cases} N-T\sin\alpha=0 \\ T\cos\alpha-G=0 \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} T\sin\alpha=N & (1) \\ T\cos\alpha=G & (2) \end{cases}$$

(1)、(2)式联立可得

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{N}{G}$$



题 1-2 图 (b)

由图(b)和图(a)可看出：

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{R}{\sqrt{l^2-R^2}}=\frac{10}{\sqrt{30^2-10^2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad N=\mathrm{tg}\alpha\cdot G=\frac{1}{2\sqrt{2}}\times 400\sqrt{2}=200\text{（克）}$$

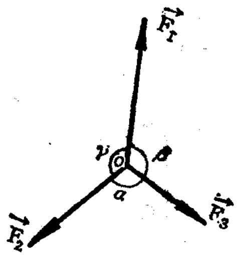
由(1)式并注意 $\sin\alpha=\frac{R}{l}=\frac{1}{3}$ 得

$$T=\frac{N}{\sin\alpha}=600\text{（克）}$$

$$N'=-N=-200\text{（克）}$$

负号表示N'的方向与N的方向相反〔见图(b)〕

【讨论】 由题给条件，球与墙壁间是光滑的，所以球对墙壁的正压力N'必然垂直墙壁且过接触点。同时，N与N'互为作用力和反作用力，故知N必在X方向且过球心O，如图(b)所画即是。

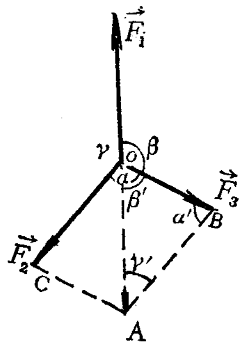


题 1-3 图 (a)

1-3 如图(a)所示，设$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$三力作用在一点O而平衡，试证三力的大小满足下式（该关系称为拉密定理）：

$$\frac{F_1}{\sin\alpha}=\frac{F_2}{\sin\beta}=\frac{F_3}{\sin\gamma}$$

【解】 因为三力平衡，所以，其中二力之合力必与第三力大小相等方向相反，且作用在同一条直线上。如图(b)所示，以$\vec{F}_2$、$\vec{F}_3$为邻边完成一个平行四边形，其对角线OA所代表的力必与力$\vec{F}_1$大小相等，方向相反，作用在同一条直线上。在$\triangle OAB$中，应用正弦定理得



题 1-3 图 (b)

$$\frac{\overline{OA}}{\sin\alpha'}=\frac{\overline{AB}}{\sin\beta'}=\frac{\overline{OB}}{\sin\gamma'} \tag{1}$$

又知：$\overline{OA}=F_1 \quad \overline{AB}=F_2 \quad \overline{OB}=F_3$

$$\sin\alpha' = \sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\sin\beta' = \sin(180° - \beta) = \sin\beta$$

$$\sin\gamma' = \sin\angle AOC = \sin(180° - \gamma) = \sin\gamma$$

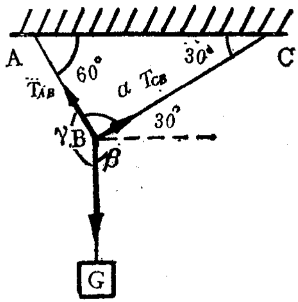
把这些值代入(1)式得拉密定理：

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$$

由图(a)可知：α为$\vec{F}_2$与$\vec{F}_3$间的夹角，β为$\vec{F}_1$与$\vec{F}_3$间的夹角，γ为$\vec{F}_1$与$\vec{F}_2$间的夹角，所以拉密定理还可以如下叙述：

三力作用于一点而平衡，则每个力和另两力间的夹角的正弦成正比。

【讨论】 对于作用于一点的三力平衡的问题，利用拉密定理求解是比较方便的。再举一例说明之。



题 1-3 图 (c)

如图(c)所示，把一重量为$G=100$千克的重物吊在两条绳子AB、BC的结点B处，各夹角如图(c)所示，求绳子AB、CB的张力T_{AB}和T_{CB}

用拉密定理得：

$$\frac{G}{\sin\alpha} = \frac{T_{AB}}{\sin\beta} = \frac{T_{CB}}{\sin\gamma}$$

由图(c)不难求得，

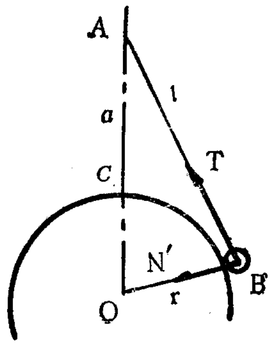
$$\alpha=90^\circ \quad \beta=30^\circ+90^\circ=120^\circ \quad \gamma=150^\circ$$

代入上式可求得

$$T_{AB}=\frac{G}{\sin\alpha}\sin\beta=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=86.6\text{（千克）}$$

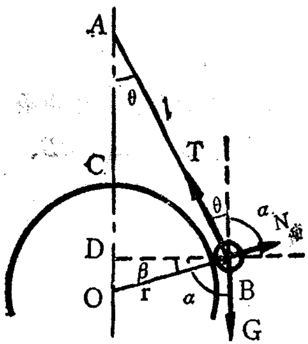
$$T_{CB}=\frac{G}{\sin\alpha}\sin\gamma=100\times\frac{1}{2}=50\text{（千克）}$$

注意　拉密定理仅适用于作用在一点的三个平衡力的问题。



题 1-4 图（a）

1-4　如图(a)所示，长为$l=22$厘米的线，一端系一重量 $G=50$ 克的小球B，另一端固定在A点，把小球放在半径为 $r=10$ 厘米的固定的光滑大球面上。设AO在铅直方向，A与球面的距离$AC=a=15$厘米，$\angle ABO<90^\circ$。试求线中张力T和小球对大球表面的正压力N'。



题 1-4 图（b）

【分析】　把小球隔离出来，分析其受力情况。小球在重力G，绳子的张力T和大球O的正压力N作用下处于平衡状态。三力为作用于一点的平衡力，由拉密

定理（见 1-3 题）可以找到它们间的关系，从而可求得T、N'的大小。

【解】 自B引AO的垂线BD，如图(b)所示，根据拉密定理有

$$\frac{G}{\sin(\alpha+\theta)}=\frac{T}{\sin(90^\circ+\beta)}=\frac{N}{\sin(180^\circ-\theta)}$$

即

$$T=\frac{G\sin(90^\circ+\beta)}{\sin(\alpha+\theta)} \quad (1)$$

$$N=\frac{G\sin(180^\circ-\theta)}{\sin(\alpha+\theta)} \quad (2)$$

$\because$ $\sin(\alpha+\theta)=\sin\alpha\cos\theta+\cos\alpha\sin\theta$

由图(b)知，

$$\sin\alpha=\cos\beta=\frac{\overline{BD}}{r}$$

$$\sin\theta=\frac{\overline{BD}}{l}$$

$$\cos\alpha=\sin\beta=\frac{\overline{OD}}{r}$$

$$\cos\theta=\frac{\overline{AD}}{l}$$

$$\sin(90^\circ+\beta)=\cos\beta=\frac{\overline{BD}}{r}$$

$$\sin(180°-\theta)=\sin\theta=\frac{\overline{BD}}{l}$$

把上边给出的有关的数值代入(1)式得

$$T=\frac{G\cdot\frac{\overline{BD}}{r}}{\frac{\overline{BD}}{r}\cdot\frac{\overline{AD}}{l}+\frac{\overline{OD}}{r}\cdot\frac{\overline{BD}}{l}}$$

$$=\frac{G\cdot l}{\overline{AD}+\overline{OD}}=\frac{l}{a+r}G=44\text{（克）}$$

把上边给出的有关的数值代入(2)式得

$$N=\frac{G\cdot\frac{\overline{BD}}{l}}{\frac{\overline{BD}}{r}\cdot\frac{\overline{AD}}{l}+\frac{\overline{OD}}{r}\cdot\frac{\overline{BD}}{l}}$$

$$=\frac{r}{a+r}G=20\text{（克）}$$

小球对大球的正压力N'为N的反作用力

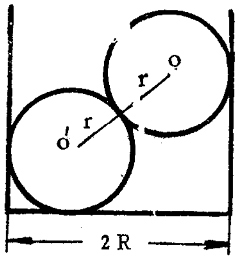
$\therefore\quad N'=-N=-20$（克）

负号表示N'与N的方向相反。

【讨论】 (一)AB不一定是大球的切线；

（二）由题给条件，球O是光滑的，因而二球间不存在摩擦力，即沿二球公切线方向没有力的作用。故二球间的相互作用力必在二球心的连线上。

1-5　有半径为r的光滑球两个，重量都是G，放在光

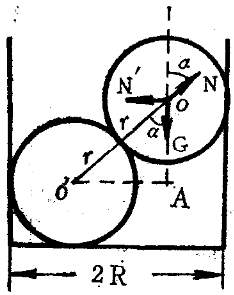


题 1-5 图（a）

滑的圆柱形筒内，如图(a)所示。圆筒轴线在铅直方向，半径为 R，且 $R<2r$，求证两球间的压力为

$$N=\frac{rG}{\sqrt{R(2r-R)}}$$

【分析】 把球 O 隔离出来，分析其受力情况。如图(b)所示，球 O 在三个力作用下而平衡：重力 G（竖直向下），圆柱筒的正压力 N'（垂直于筒壁在水平面内），球 O' 的正压力 N（沿 $O'O$ 的连线）。三力在一个平面上，为共点力。由拉密定理（见 1-3 题）可以找到它们之间的关系，从而求得两球间的正压力 $\vec{N}$。



题 1-5 图（b）

【解】 见图(b)，由拉密定理知：

$$\frac{N}{\sin 90^\circ}=\frac{G}{\sin(90^\circ+\alpha)} \tag{1}$$

$$\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha=\frac{\overline{AO}}{\overline{OO'}}=\frac{\overline{AO}}{2r} \tag{2}$$

$\because$ $\overline{AO'}=2R-2r$

$\therefore$ $\overline{AO}=\sqrt{(2r)^2-(2R-2r)^2}=2\sqrt{R(2r-R)}$

把 $\overline{AO}$ 之值代入(2)式，求得 $\sin(90^\circ+\alpha)$ 之值后再代