全国百所重点中学
初中数学同步辅导精编
（初三几何下册）

宁夏人民出版社

全国百所重点中学

初中数学同步辅导精编

（初三几何下册）

宁夏人民出版社

（宁）新登字01号

责任编辑 龚 俊

特约编辑 舒 剑

全国百所重点中学

初中数学同步辅导精编

（初二几何下册）

发行 宁夏人民出版社

经销 新华书店北京发行所

印刷 通县觅子店印刷厂印刷

（地址 北京通县觅子店乡大柳树村北）

开本787×1092毫米 1/32 印张7.25 字数162.9千字

1993年1月第1版 1993年1月第1次印刷

印数1- 10000 册

ISBN 7—227—00817—7

J·187 定价：2.80元

前　言

为了帮助广大初中学生学好数学，也为广大教师提供有益的参考资料，我们编写了这套丛书。

本丛书根据初中数学教学大纲，紧扣教材，按现行课本章节顺序编写而成。以配合教学进程，注重平时学习打好基础，发展智力，提高数学素质为宗旨。

本丛书在编排上进行了新的探索，结构新颖。各册均以课本自然节为编写单位，每节都精心设计了实用、齐全、合理的栏目，设“知识要点”、“准备练习”、“例题分析”、“典型题解”、“数学病院”、“习题精编”等，通过栏目进行辅导，使读者犹如面对着循循善诱的老师的指点，格外有效。

“习题精编”分成三个层次。（A）组是基本练习题，（B）组是简单综合题，（C）组是较难的思考题。

相连的若干小节构成知识单元，每单元设“单元小结”和45分钟训练的“单元测试题”两个栏目。

在每一章结束前，再设“归纳提炼”栏目对全章的复习和供120分钟训练的“综合测试题”，力求题型多样，有梯度，有层次。

在全书的最后给出了习题的答案与提示。

本丛书把课程辅导与习题精编融为一体，构成了它的特色。

本丛书由杨浩清老师任主编。参加编写工作的老师有王正林、程志、陆月明、郭长风、王刻铭、嵇国平、周敏泽等。本册由郭长风、王刻铭执笔编写。

欢迎读者对书中的不足之处提出批评、建议，以便再版时修订。

1992年9月

全国百所重点中学

初中语文、数学同步辅导精编

丛书编委会

目　录

二　直线和圆的位置关系

7.7 直线和圆的位置关系

〔知识要点〕

1．直线和圆没有公共点时，叫做直线和圆相离。

2．直线和圆有唯一公共点时，叫做直线和圆相切，这时直线叫做圆的切线，唯一的公共点叫做切点。

3．直线和圆有两个公共点时，叫做直线和圆相交．这时直线叫做圆的割线。

4．直线和圆的位置关系的判别。

如果⊙O的半径是r，圆心到直线L的距离为d，那么

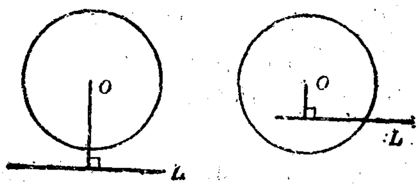
（1）直线L和⊙O相离$\longleftrightarrow d>r$；

（2）直线L和⊙O相切$\longleftrightarrow d=r$；

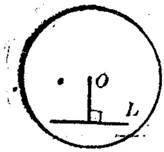
（3）直线L和⊙O相交$\longleftrightarrow d<r$。

〔准备练习〕

1．根据图7-84，说出⊙O与直线L的位置关系。



(1)　　(2)



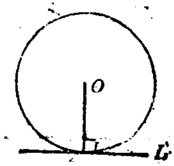


图 7-84

2. 根据图7-84，当⊙O的半径为1 cm，O点到L的距离为d时，说出各图中d的取值范围。

3.在△ABC中，$AB=5$，$BC=4$，$AC=3$，以A为圆心作圆，当半径分别取何值时，⊙A与BC边所在的直线相切，相交和相离？

4. 在上题的三角形中，如果以C为圆心作圆，当半径分别为何值时，⊙C与AB边所在直线相切，相交和相离？

〔例题分析〕

例1 已知⊙O的半径为2 cm，分别作出一条和⊙O相离、相切、相交的直线。

分析 当一条直线和圆相离、相切或相交时，只要看这个圆的圆心到这条直线的距离是比这圆的半径大，还是相等或比半径小。因此作图时可以把这个顺序反过来，从圆心起任意作一条射线，分别在射线上取圆外的点，圆上的点和圆内的点，过这些点分别作这射线的垂线就可以了。由于射线可以作无数条，所以和⊙O分别相离、相切、相交的直线有无数条。

作法 （1）以O为端点，作射线OP，OP与⊙O交于B点。

（2）在射线的圆外部分任取一点A，圆内部分任取一点C。

（3）过A，B，C三点分别作OP的垂线L_1，L_2，L_3。

直线L_1，L_2，L_3就是所求作的直线。如图7-85。

证明 ∵$L_1 \perp OP$于A，

$L_2 \perp OP$于B，

$L_3 \perp OP$于C，

∴OA, OB, OC分别是L_1，L_2，L_3到圆心O的距离。

∵A，B，C三点分别在圆外、圆上和圆内，

∴OA，OB，OC分别大于、等于和小于⊙O的半径。

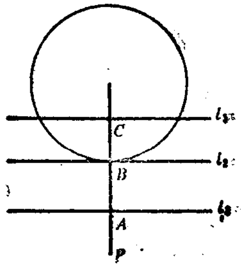


图 7-85

∴L_1，L_2，L_3是分别与⊙O相离、相切和相交的直线。

∴L_1，L_2，L_3就是所求作的直线。

例2 如图7-86，在$\triangle ABC$中$AB = AC = 5$，$BC = 6$。求分别以A，B为圆心，半径多大时，所作的圆能与对边相切？

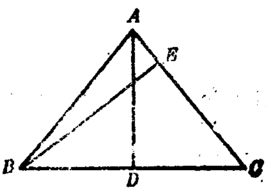


图 7-86

分析 当⊙A与对边BC相切时，A点到BC的距离与半径相等，因此⊙A的半径即BC边上的高AD，因为$\triangle ABC$是等腰三角形，所以D是BC的中点，利用勾股定理就可以求出AD了。当⊙B与对边AC相切时，⊙B的半径就是AC边上的高BE。BE的长可以利用三

角形的面积来求得。因为$\triangle ABC$的面积可以是$\frac{1}{2}BC\times AD$，也可以是$\frac{1}{2}AC\times BE$，两者相等，就可以求出BE的值了。

解 作BC边上的高AD，作AC边上的高BE。

$\because AB=AC$，

$\therefore D$是BC的中点，

$\therefore BD=3$，

$$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4.$$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\times AD$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\times BE$，

$\therefore AC\times BE=BC\times AD$，

$$BE=\frac{BC\times AD}{AC}=\frac{6\times 4}{5}=\frac{24}{5}.$$

$\therefore\odot A$，$\odot B$的半径分别取4和$\frac{24}{5}$时，它们分别与对边相切。

〔**典型题解**〕

题1 已知$\odot O$的半径为5 cm，O点到直线L的距离分别是（1）3 cm，（2）5 cm，（3）7 cm时，直线L和

⊙O有几个公共点？为什么？

思路　要判断一条直线和圆有几个公共点，只要看直线与圆是相交，相切还是相离。相交时有两个公共点，相切时有一个公共点，相离时无公共点，而直线和圆的位置关系又可从圆心到直线的距离来判别。本题已经知道了这个距离，只要用它和圆的半径比大小就可以了。

解　（1）$\because$ 3 cm＜5 cm，

$\therefore$直线L和⊙O相交，

$\therefore$直线L和⊙O有两个公共点。

（2）$\because$ 5 cm＝5 cm，

$\therefore$直线L和⊙O相切，

$\therefore$直线L和⊙O有且只有一个公共点。

（3）$\because$ 7 cm＞5 cm，

$\therefore$直线L和⊙O相离，

$\therefore$直线L和⊙O无公共点。

题2　如图7-87，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=3$，D点在AB上且AC、BC都是⊙D的切线。求⊙D的半径。

思路　作$DE\perp AC$于E，

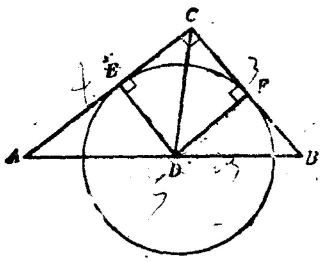


图　7-87

$DF \perp BC$于F。因为AC，BC都是$\odot D$的切线，所以DE，DF都是$\odot D$的半径，即有$DE=DF$，这样CD就是$\angle C$的平分线，再利用角平分线的性质可求出AB的长，再求出DE的长。但这是一种较繁琐的方法。如果利用三角形的面积来进行计算，就比较容易了。连结CD后，可以看出$\triangle ABC$的面积是$\triangle ACD$与$\triangle BCD$的面积之和，而$\triangle ABC$、$\triangle ACD$及$\triangle BCD$的面积都是容易计算的。这种方法可以不求斜边AB之长。还有一种比较好的方法是利用三角函数来进行计算，而且有多种不同的解法。例如在$Rt\triangle ADE$中，$AD=\dfrac{DE}{\sin A}$，在$\mathrm{Rt}\triangle BDF$中，$BD=\dfrac{DF}{\sin B}$，这样$AB=AD+BD=\dfrac{DE}{\sin A}+\dfrac{DF}{\sin B}$，$AB$可以用勾股定理求得，$\sin A$，$\sin B$均可以从$\triangle ABC$中求得，而$DE=DF$，这样$DE$就可以求出来了。还可以通过证明四边形$CEDF$是正方形后，利用$AC=AE+CE$，$CE=DE$，$AE=DE\cdot \operatorname{ctg} A$，也可以求出$DE$之长。

解 从D点分别作$DE\perp AC$于E，$DF\perp BC$于F，因为AC和BC都是$\odot D$的切线，

$\because DE$和DF都是$\odot D$的半径，且$DE=DF$。

方法（一） 连结CD，

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\times BC=\frac{1}{2}\times 3\times 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=6,$$

$$\because S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\times DE=\frac{1}{2}\times 4\times DE,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD}=2DE,$$

$$\because S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\times DF=\frac{1}{2}\times 3\times DF,$$

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{3}{2}DE.$

$\because S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC},$

$\therefore 2DE + \frac{3}{2}DE = 6.$

$\therefore DE = \frac{12}{7}.$

方法（2） $\because \angle C = 90°$，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= 5,$

$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5},$

$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}.$

在Rt△ADE中，$AD = \frac{DE}{\sin A},$

在Rt△BDF中，$BD = \frac{DF}{\sin B}.$

$\because AB = AD + BD,$

$\therefore \frac{DE}{\sin A} + \frac{DF}{\sin B} = AB,$

$\frac{DE}{\frac{3}{5}} + \frac{DE}{\frac{4}{5}} = 5,$

$\frac{DE}{3} + \frac{DE}{4} = 1,$

$\therefore 7DE = 12,$

$\therefore DE = \frac{12}{7},$

$\therefore \odot D$的半径是$\frac{12}{7}$。

〔**数学病院**〕

题1　判断命题"与圆有一个公共点的直线是圆的切线"是否正确。

错误表现　这条直线是圆的切线。

正确解答　这条直线与圆的位置关系不确定。如果这这公共点就是直线与圆的唯一公共点时该直线是圆的切线，否则这直线与圆相交。

产生错误的原因是对切线的定义理解不透，认为这一个公共点是直线与圆的唯一公共点了。特别是有些图形中，按题目的需要仅画出直线的某一部分，而这部分与圆只有一个公共点，这时更不能认为它就一定是圆的切线了。而定义中的切线是指整条直线，当你把整条直线全部画出来后，可能在别处与圆还有一个交点。这就象我们说线段AB，常常只说其两个端点，事实上AB之间还有无数个点，不过在解题过程中不一定要用到这些点，因此也就不说出来了。如果题中需要某些点，例如中点，则可以加以说明AB的中点是什么点。对于在图形中看起来和圆有唯一公共点的直线，也必须先证明它确实是圆的切线后，才能用切线的性质。

题2　如图7-88，判断直线AB和$\odot O$的位置关系。

错误表现　（1）AB与$\odot O$相切；（2）AB与$\odot O$相离。

正确解答　AB所在直线与$\odot O$都相交。

产生错误的原因是把图中的线段AB当作AB所在的直线了。很明显，把两个图中的线段适当延长后，和$\odot O$都有

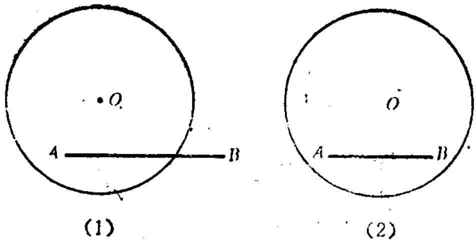


图 7-88

两个公共点，因此两条线段所在直线都和⊙O相交。回顾切线的定义可知，我们只研究直线和圆的位置关系，而不研究一条线段与一个圆的位置关系的。但在解题时，有时又把线段看作线段所在直线的。例如在钝角三角形中，作钝角所在边的高，实际上是从这边相对的顶点作这边所在直线的垂线的，但不能说线段就是直线。因此在解与定义有关的题时，一定要弄清与这个定义有关的量的含意，不能想当然地去解题。

〔**习题精编**〕

（A）

1．选择题（每题仅一个正确答案）：

（1）圆的最大弦长是m，若直线L与圆相交且直线L到圆心的距离是d，则下列各式中成立的是　（　）

（A）　$d>m$，　（B）　$d<m$，

（C）$d<\frac{1}{2}m$，（D）$d>\frac{1}{2}m$．

（2）　如图7-89，矩形$ABCD$与⊙O交于M，N，E，F四点，且$AE=5$，$EF=6$，$DM=4$，则MN的长

是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

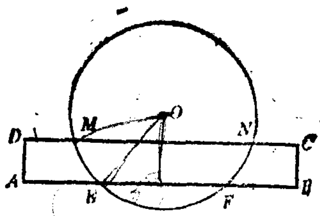


图　7-89

（A）7，　　　　　　（B）8，

（C）9，　　　　　　（D）10.

2．在Rt△ABC中，斜边AB＝4 cm，BC＝2 cm，以C为圆心作半径为1 cm和2 cm的两个圆．这两个圆与直线AB分别有什么位置关系？求出当半径多大时⊙C能与直线AB相切．

3．从⊙O外一点P作两条割线PC，PB，它们分别被⊙O截得的弦是AC和BD，当$AC=BD$时，求证两条割线的圆外部分相等．

4．在△ABC中，$AB=17$，$AC=15$，$BC=8$，求分别以A，B，C为圆心，多长为半径时所作的圆分别能与对边相切．

5．已知等边三角形的边长为a，求以什么点为圆心，多长为半径所作的圆与三边都相切．

（B）

6．在△ABC中，$AB=3$，$AC=4$，$\angle A=60°$，以A为圆心作⊙A与BC边相切，求⊙A的半径．

7．在△ABC中，$AB=AC=4$，$BC=6$，D是AC

上的一点，$\odot D$与AB，BC都相切，求这个圆的半径。

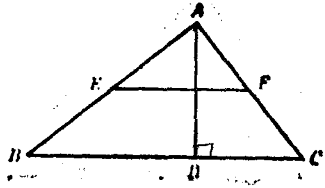


图7-90

8．如图7-90，在$\triangle ABC$中，$AD \perp BC$，$AD=\frac{1}{2}BC$，EF是中位线，求证：以EF为直径的圆与BC边相切。

（C）

9．在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$AC=12$，（1）$\odot D$与AB，AC都相切且D点在BC上时，求$\odot D$的半径；（2）$\odot O$与$\triangle ABC$的三边都相切时，求$\odot O$的半径。

10．在$\triangle ABC$中，$AB=4$，$AC=5$，它的面积为$5\sqrt{3}$，求以A为圆心，多长为半径时，所作的$\odot A$能与BC边相切。

7.8 切线的判定和性质

〔知识要点〕

1．切线的判定

定理　经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是